

第1章 はじめに	
§ 1 はじめに	1
第2章 従来のトンネル力学の考え方	
第1節 概 要	2
§ 2 トンネル力学の発展	2
第2節 NATM以前の考え方	2
§ 3 ゆるみ高さの推定	2
§ 4 ゆるんだ地山の釣合い	5
§ 5 沈下量の差により変わる土圧	6
§ 6 切羽の安定	7
§ 7 地山分類による支保の設計	8
第3節 NATMの考え方	9
§ 8 はじめに	9
§ 9 せん断破壊説	10
§ 10 変形による圧力の低減 — 二重シェル構造	11
§ 11 地山ゆるみ防止 — 主に吹付けコンクリート	12
§ 12 アンカーボルトによる地山の補強 — 地山支持リング	13
§ 13 地山挙動の時間依存 — リング閉合時間の重要性	15
§ 14 せん断破壊説	16
§ 15 経験的設計法	18
§ 16 計測による修正	18
§ 17 地山分類と地山等級に対応した支保工の標準設計	18
§ 18 NATM力学についての問題点その他	19
第3章 弾性論の基礎	
§ 19 弾性学の基礎	21
§ 20 軸対称円形トンネル (静水圧状の土圧が働く地山中のトンネルの弾性解)	23
§ 21 線対称円形トンネルの弾性解 (側圧の影響を考慮した場合)	29
§ 22 円形トンネルの弾性解析 (自重を考慮した場合)	35
§ 23 地表面に近いトンネル	36
§ 24 だ円孔まわりの応力	38
§ 25 球形空洞周りの応力と変位	40

第4章 地山の降伏と破壊、弾性とそ性	
§ 26 そ性力学の基礎……弾性限界を越えた地山の挙動	42
§ 27 軸対称円形トンネル (Mohr-Coulombの降伏条件を適用した場合)	46
§ 28 軸対称円形トンネル (Durcker-Pragerの降伏条件を適用した場合)	53
§ 29 線対称は円形トンネルの弾そ性解	57
§ 30 円形トンネルで地山の自重を考えた弾そ性解析	62
§ 31 トンネルの大きさの影響	64
§ 32 時間の影響 (速度過程としてみたトンネル)	73
§ 33 表面の影響	81
§ 34 山はねについて	82
§ 35 ゆるみと締めり	84
§ 36 地山のゆるみ、再圧密を考えた考察	91
§ 37 二次覆工の役割とひび割れ	97
§ 38 安全率	101
§ 39 支保工の設計	103
§ 40 観察・計測の解釈と逆解析	106
§ 41 力学的に好ましい、または好ましくない トンネルの設計および施工法	109
§ 42 有限要素法	113
§ 43 トンネルと地下水	117
§ 44 おわりに	120

回転ドラムのついた攪拌装置に入れて添加材と混合する方法がある。図-15に処理装置の例を示す。

11-8-5 濁水処理設備は、シールドテール部からの湧水、裏込めや薬液注入作業後の洗浄水、二次覆工時におけるコンクリート打設作業後の洗浄水などの坑内で発生する排水を処理する設備である。これらの排水中にはアルカリ成分が相当量含まれており、濁りの除去とともにpHの処理も必要となる。最近では簡易な濁水処理設備も開発されている。

11-8-6 防音設備

シールド工事は、昼夜間を通して施工されることが多く、近隣に対して施工に伴い発生する騒音が問題になる。騒音は立坑上にストックされたセグメントや諸資材の運搬作業に用いる門型クレーン、坑内から搬出された土砂のホッパーへの投入時、さらに立坑基地に設置されたプラント設備などの稼働時に発生する音である。このため、立坑基地全体をパネルで囲う防音壁も設置されるようになった。

11-9 安全設備（圧気工法を除く）

安全設備として労働安全衛生規則に記載され、作業所で具備すべき設備を表-4に示す。

11-10 おわりに

このように、仮設備はシールドの掘進に必要な種々の

機械設備で構成されており、仮設備の選定や配置などの計画は、工法の選定と同様、シールド工事の成否、工程にかかわる重要な要素となっている。最近では立坑用地や坑内スペースが十分確保できないことなどから、プラント設備の小型化、セグメントストックヤードの合理化、掘削土砂搬出の合理化、セグメントの自動搬送などの省力化を旨とした新しい技術が開発されている。一方では環境対策として、掘削土の改良処理設備や濁水処理設備が重要な役割を果たしている。今後、これら仮設備の環境問題を含めた合理化、省力化が行われることを期待する。

参 考 文 献

- 1) 土木学会：トンネル標準示方書（シールド編）・同解説、1986。
- 2) 栗原和夫：現場で役立つシールド工事，出版科学総合研究所，1988。
- 3) 金安進・ほか：東京層層を泥土圧シールドで掘る，トンネルと地下，Vol. 21, No. 2, 1990。
- 4) 藤井義文・ほか：土圧式シールド（東京都下水道幹線工事）における長距離土砂圧送，建設の機械化，1989. 9。
- 5) 山本 稔：最新のシールドトンネル技術，技術書院，1990。
- 6) 菊池雄一・ほか：セグメント自動搬送（オートマチックキャリア）システム，第1回建設ロボットシンポジウム論文集，1990. 6。

「トンネルと地下」バックナンバー在庫状況

(1991年8月1日現在)

	第 一 卷	第 二 卷	第 三 卷	第 四 卷	第 五 卷	第 六 卷	第 七 卷	第 八 卷	第 九 卷	第 十 卷	第 十一 卷	第 十二 卷	第 十三 卷	第 十四 卷	第 十五 卷	第 十六 卷	第 十七 卷	第 十八 卷	第 十九 卷	第 二十 卷	第 二十一 卷	第 二十二 卷
1月号	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
2月号	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
3月号	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
4月号	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
5月号	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
6月号	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
7月号	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
8月号	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
9月号	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
10月号	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
11月号	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△
12月号	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△	△

注) ○印：在庫あり。△印：在庫なしですが、コピーは可能です（実費+送料+消費税）。

なお、創刊からの総目次は1987年4月号に、1987年度は12月号に、1988年度は1989年1月号に、また1989年度は1989年12月号に、1990年度は1990年12月号にそれぞれ掲載されております。



わかりやすいトンネルの力学（1）

福島啓一

第1章 はじめに

§ 1 はじめに

簡単な丸木橋や掘立て小屋から進歩して巨大な寺院や記念碑、ピラミッド、オベリスクなどを作り始めたころから、人々は構造物を作るには相当の力学的な検討を行い、安全性を確かめてから仕事を始めるようになった¹⁾。その検討が力学的な計算か、模型による実験か、小さい構造物から少しづつ大きな構造物へと経験を積み重ねていった結果なのか、むかしのことは十分な資料が残っていないので詳しいことはわからないが、いまに残る巨大な遺跡をみれば、その技術が相当のものであったことがわかる。構造物の力学について、科学的、系統的に研究されるようになったのは16世紀ころからで、橋、寺院、船、機械などを作る部材に働く力や、それらが壊れる時の力について研究や実験が行われた。それらの学問は、材料力学、構造力学、弾性力学、弾塑性力学などとして体系づけられ、いまでも広く応用されている。

トンネルも重要な構造物であり、壊れては困ることはなんら橋や建物に劣るものではないので、力学的な研究が行われてきたが、一般の構造物用の力学とはいささか違った形、内容に進んでいった。また、力学の使われ方、信用のされかたという点でも大分格が違い、橋や建物、船や機械が99%計算に基づいて設計されるのに比べ、トンネル屋の世界ではまだKKD（経験、勘、度胸）が幅を効かせているのが正直なところの実状である。

その理由としては、次のようなことが挙げられよう；骨組み構造として解析できるトラスやラーメンなどと違い計算が桁違いに複雑で困難である。トンネルを作る第一の材料である地山の性質は、鉄や木、コンクリートに比べて複雑であり、また、ばらつきも大きい。トンネルの支保工や覆工に作用する荷重は直接試験して確かめる

ことがむずかしい地山の複雑な性質に左右される。また、学者にはわかりにくいトンネルの掘削工法や支保工の構造、剛性、地山との結合状態、設置時期などにも影響される。したがって、その実態を理論的にあきらかにすることは容易ではない。湿気の多い坑内での計測はなかなかむずかしく、誤差や計測不能も多い。地質や施工方法などの再現性も少ない（つまり、二度と同じ条件のところに会うことが珍しい）ので、十分に正確なデータも得にくい（例えば、一番動きが大きく、重要だと思われる掘削前から支保工を設置するまでの間の地山や支保工の計測はほとんど不可能である）。その結果の解釈や設計・施工の基準類の整備も遅れている（例えば、土木学会のトンネル標準示方書にもトンネル支保工に働く荷重の項は明確には述べられていない）。地質条件の変化の影響の方が大きいので、苦勞してむずかしい計算をしても誤差が大きく、あまり効果がない、などなどのトンネル力学にとって不利な条件があったからであろう。それに、地質さえよければあまり力学など考えなくても工事ができるので、力学計算への要求もあまりなかった。

近年、コンピュータを用いた数値計算法の発達、計測技術の向上にともなって、この方面でも多くの研究・計算などが行われているが、現象の複雑さと学問的手法の発達の間にはまだまだ越えがたい深い谷があるように思われる。特に理論的研究においては、金属材料、コンクリートなどを対象に発達してきた考え方（弾性、塑性、降伏条件、クリープなど）や諸手法（解析式、数値解）を多少修正、改良してもちいているが、地山とこれらの材料との相違はかなり大きく、いたずらに数学的に高級な手法を駆使しても必ずしも現象をよりよく解明できないのではないと思われる。

実験も一部では行われているが、重力の影響や、寸法効果の効くものなどもあり、実際との相似はなかなか得られない。

また、理論や実験に明るい人、複雑な計算を駆使して研究しようとする人々と、現実にトンネルを掘り、その

* 飛鳥建設(株)技術本部技術企画部担当部長

複雑な現象、挙動を毎日経験し、対策に日夜苦心している人たちがほとんど別人種になったしまっていて、お互いの間に技術的な相互交流が少なく、現場側としては大先生のご意見を拝聴するだけになっていると言うのもトンネル工学の発達をさまたげる一つの要因になっているようである。

しかしながら近年、トンネルの施工法として岩盤の力学的挙動に対応して地山自身に荷重を分担させ、支保工は地山を補強し、あるいはこの荷重の地山への転換を助けるのだとの考え方に基づいた工法——新オーストリアトンネル工法 (New Austrian Tunnelling Method, NATM) ——が普及し、それに伴い現場での計測も数多く行われるようになり、地山の挙動についてもある程度解明できるようになってきたし、理論的根拠もある程度は明らかにされてきた。

しかし、NATM の理論は巧妙にできているように見えるが、一皮めくるとまだあやふやであったり、矛盾するところが数多くあったりする。肝腎のところは文学的表現になっていて、力学的、数値的根拠に乏しく、批判的な立場の人からは独善的だ、宗教的な狂信だと攻撃されている。また、NATMに関する理論と在来工法で積み重ねられてきたトンネル力学の知見との間には同じ地山とトンネルに関する理論とは思えないほどの差があるが、これらが余りよく検討されないまま現場に持込まれて一部では混乱を生じている (せん断破壊説と Terzaghi の地山分類別の荷重計算を組み合わせるなどの間違いはさらに行われている)。

NATM は岩盤力学に基づいた工法だと言われるが、その力学があやふやであったり、肝腎の現場で実際に判断を下す人によく理解されていないあたりでは駄目である。

そこで、従来からのトンネル力学の研究を集めて整理し、多少の私見を加えて現実にトンネルで起こる多くの力学的現象をなるべく統一的に解釈できる理論に一步でも近づけるように、しかも力学的にはなるべく厳密で正確なものをと心掛けてまとめた。

ところで、トンネル力学は橋や建物の力学よりむずかしい、複雑だというのは、もともと計算などが嫌いでトンネル屋になったのに、とても、そんなむずかしい文章は読んでおれないよという声が聞こえてきそうであるが、そこは、ちょっと考えなおしていただきたい。トンネルは、他の構造物のようにあらかじめ高級な設計理論や複雑な計算式を駆使して作った設計図や製作指示書に従って丁寧に製作したり、組み立てたりすればよいものとは違い、現場で実際に施工に携わっている人が、掘削中に観察、計測されることをもとにして、力学的な判断

をして臨機に対応しなければならないものなのである。したがって、現場にいる人にぜひトンネル力学の基本をわかってもらいたいわけである。さらに、トンネル力学はまだまだ発展途上の学問なのであるが、さらに発展・進歩するためには、実験や計算手法の開発も必要であるが、それ以上に現場で起こる現象はどんなもので、それは現在の力学で考えられているものと同じなのか、違うのか、どう違うのかというデータがたくさんいる。しかも、そのデータなるものはトンネルが壊れそうになったとき、崩れたときのものが重要で、そのためには、そのとき現場に居合わせた人が力学的な現象をきちんと観察、計測してくれることが、また、それができる能力を持っていることがどうしても必要である。

と言うわけで、理論的に厳密ではあるが、極力わかりやすく説明することに努めたいと思う。

ただ、その説明が実験や数学的検討に基づいたものであることを知ってもらうためにも、それに能ある鷹は爪を隠すと言われるとおり、トンネル屋の中にも結構数学や力学に堪能な人も多いので、数式はなるべく細かくあげるようにした。理論的厳密とわかりやすさは時に矛盾するので、数学などが不得意な人は数式を飛ばして読んでも全体の意味はわかるようにしたつもりである。

第2章 従来のトンネル力学の考え方

第1節 概要

§2 トンネル力学の発展

一般の構造物をつくるための力学は弾性理論を基本に、そ性力学、材料強度学などを組み合わせて発展してきたが、トンネル力学においてはそれと違った見方から進んできた。もちろん弾性学を無視したわけではなく、トンネルだけが例外で一般の力学は通用しないということではない。学問としては、一般の力学と同じ土俵に立って研究を進めるべきであるが、トンネルはやっと生まれたばかりの力学で手に負えるほど簡単なものではなかった。

そこで、トンネル独特の理論や経験則が数多く生れてきた。これらは正統な力学 (弾性学、弾塑性学など) からみると邪道にもみえるが、実際の地山挙動の神髄を鋭く掴んだ、捨てがたい魅力が多く含まれているので、これを無視することはできない。

それに、一般の構造力学は荷重は規則などで決まっています、その荷重を受けたとき、構造物がどうひずんだり、変形したりするのか、構造物の各部分にどのような応力が発生し、それは、その部材の強度に対してどのくらい余裕があるのかを計算することが主な内容であるが、トンネルでは、どこまでが構造物で、どこからが荷重な

のか、それさえ定かでなく、まず荷重の大きさを決めることが最初の問題であった。

*ここで、構造物力学というあまり聞慣れない言葉をつかったが、構造物を作るときに必要な力学として、現在は材料力学、構造力学、弾性学、弾塑性力学、材料強度学などがあり、これらは互いに境界もはっきりしないので、将来構造物を設計するための力学として一本に統一すべきではないかという筆者の願いをこめたものである。

トンネルの力学と言われるものを一応分類してみると、次のようになる (すべて荷重を求めるための理論で、支保工や巻立ての強度を求める方は省略した)。

ゆるみ高さによる荷重——Kommerell, Protodyakonov

地山の釣合いによる荷重——Janssen, Terzaghi, Künzel の落とし戸の実験、

ゆるんだ地山と構造物の沈下量の差による荷重——

Marston, Spangler

側圧、底盤の持上がり——Terzaghi

切羽の安定——Terzaghi, 村山, Broms

せん断破壊説——Rabcewicz

地山分類による荷重の推定——Lauffer, Terzaghi,

Barton のQ値, Bieniawski のRMR, Deere の

RQD, Wickham のRSR, Pacher, Rabcewicz,

Golser の地山分類, 仲野の地山分類

弾性力学——Kirsch, 山口, Mindlin, FEM 計算

弾塑性力学に基づくもの——Fenner, Talobre

Kastner, 各種 FEM 計算

これらは必ずしもすっきりと区別できるものではなく、Terzaghi も弾塑性理論や地山分類による荷重の表を示しているし、Rabcewicz は弾塑性力学とも深くかかわっている。ここではトンネル力学の歴史を述べるのが目的ではないので、上記の大まかな分類に従い、まず従来の経験から生れたトンネル力学について説明し、NATM の基礎となっている力学についてやや詳しく紹介し、弾性学から伸びてきた正統力学になるべくこれらの経験力学を取り入れる方向で説明を進めていきたい。

群盲象を評すということわざは、全体が見えない馬鹿な人の譬えに用いられているようであるが、トンネルで起きる現象のように複雑なものごとを説明するためには、例えそれが尻尾や足のつまさきや、とにかくごく一部分しか掴んでいない知識や経験としても、なかなか得られない貴重な情報を含んでいると考えられるので、馬鹿にせず聞くことが大切である。ちゃんとしたトンネル力学ならそれらの尻尾や爪先についての情報とも矛盾せず、それらについてもきちんと説明できるはずである。理論や計算に合わない現象がでてきたときは、現象の方が悪いわけではなく、理論や計算にどこか間違いがあるので

ある。

第2節 NATM 以前の考え方

§3 ゆるみ高さの推定

トンネル支保工の設計は、支保工にかかる荷重を求めることと、支保工の支持力を求める二つの要素にわけて考えられる。しかし、支保工の支持力はそれほどむずかしい問題ではないので省略する。

トンネルは支保工なしでも自立する場合もあるので、トンネルの上の地山のうち、どれだけが荷重として支保工にかかるのを決めることが必要であった。地山はもともと自立するのであり、発破の振動、その他によってゆるめられた地山部分の重量を支えたとすれば、どこまでの地山がゆるむのかを推定することが大切であった。

次に代表的な理論をいくつか紹介してみよう。

Kommerell (1911)²⁾ は、トンネルを掘って地山が下から支えられなくなると地山がゆるむと考えた。したがっ

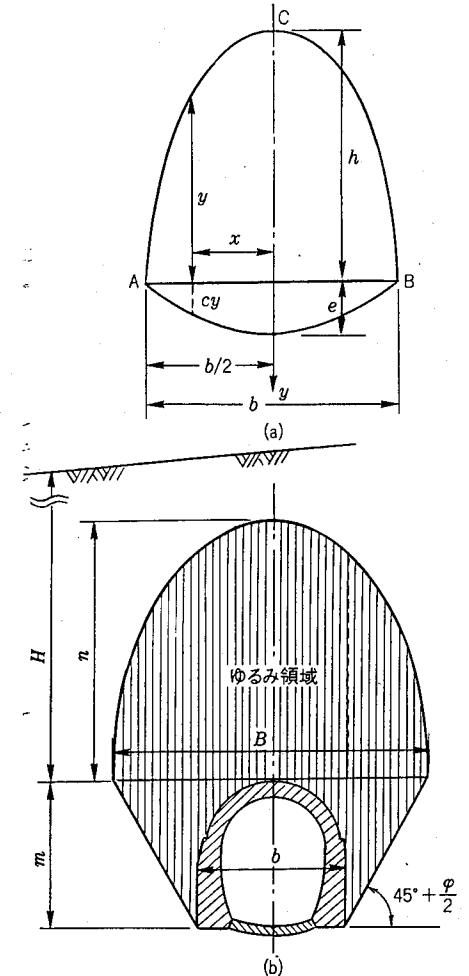


図-3・1 Kommerell の土圧論

て、地山の沈下量（支保工をする前の変形＋支保工のたわみ量）を e とすると、地山はこの沈下量 e を埋めるのに十分な土柱高さ h だけゆるむことになる。その結果生ずるひずみ率を δ （％）とすると次の式が成立つ。

$$e = h \times \frac{\delta}{100} \quad \therefore h = 100 \times \frac{e}{\delta} \quad (3.1)$$

ここに、 δ は％で表した地山のゆるみ係数（ゆるんだときどれだけ体積膨張するかを示す係数）で、いろいろな土や岩石に対して次のような値をとるとされている。

ゆるい粒状体の土（砂）	1～3％
中くらいの粘性土（乾いた粘土）	3～5％
粘性土（泥灰土、礫混じり粘土）	5～8％
軟岩（砂岩、石灰岩）	8～12％
硬岩	10～15％

支保工のたわみ曲線は放物線ないしだ円形で近似できるので、ゆるみ範囲ないし土圧分布はだ円形になると考える。

だ円の方程式は、

$$\frac{x^2}{(b/2)^2} + \frac{y^2}{h^2} = 1 \quad (3.2)$$

となり、だ円の半分の面積は $A = (1/2) \pi h \cdot b/2$ であるから（だ円は円を押し潰したものと考えられるので、円の面積 πr^2 の半分に縦横の比をかけて求められる）。全土圧は次のように求められる（図-3・1参照）

$$p = \frac{\pi}{2} \gamma \frac{b}{2} h = \frac{\pi}{2} \gamma \frac{b}{2} \cdot \frac{100e}{\delta} \quad (3.3)$$

ゆるい地山の場合は b として、トンネル幅でなく、下隅から $45^\circ + \phi/2$ で引いた線とトンネル天端の延長線との交点間をとる（図-3・1（b））。

Kommerellの理論によると、ゆるみ e が大きいほど土圧が大きくなる。ゆるんだ分の地山はぜんぜん自重を支える力もなく、その重さはすべて支保工にかかることになっている。

地山の変形や支保工のたわみは、トンネルが大きいほど大きくなるのが普通だから、トンネルが大きくなるほど土圧も大きくなると考えてよさそうである。支保工がなくてもよい地山のときは、全然ゆるまないのかとか、ゆるんだ地山は突然強度ゼロになってしまう自重は全部支保工にかかるのかとか、疑問もあるが、地山をゆるませてはいけないと言うトンネル施工の原則の一面をよく表している理論である。

ゆるみ係数が小さい地山では、支保工がわずかに沈下してもゆるみ範囲が急激に広がること、逆に硬い地山ではあまりゆるまないこともわかるが、実状もほぼそのとおりであろう。これは弾塑性理論で、相関流れ則を採用すると膨張角が $(1 + \sin \phi)/(1 - \sin \phi)$ となり、地山の

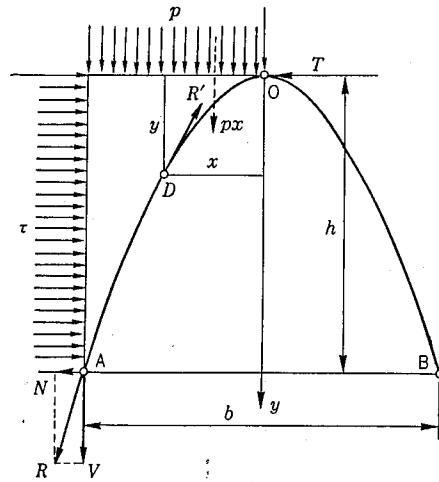


図-3・2 Protodyakonovの土圧論

強度が大きくなるほど、ゆるみによる膨張が激しいことと定性的には一致している。

Protodyakonovは、トンネルの上に放物線形のアーチができ、その上の地山は自分の強度で自立するが、このアーチより下のゆるんだ地山の重量は支保工で支持する必要があると考えた。ゆるみ高さ h は支保工の沈下量からでなく地山の強度指数 f と、トンネルの大きさ b から次のような計算で $h = b/f$ と求められるとしている。

地山の中に図-3・2のような放物線アーチができ、これが鉛直圧力 P を受けて自立しているとする（水平土圧は何故か考えていない）。アーチの天端には T なる推力が働いているとする（このアーチは地山そのものと考えられるが、厚さなどは具体的には示されていない）。この地山アーチより下の地山の重量は、すべて支保工の荷重となる。アーチは曲げモーメントは負担せず、圧縮軸力だけが働いていると考える。したがって、アーチの任意の点 D の曲げモーメントの釣合いを考えると次の式が成立つ。

$$M_D = -Ty + \frac{px^2}{2} = 0 \quad \text{ゆえに、} Ty = \frac{px^2}{2} \quad (3.4)$$

（これより $y = (p/2T)x^2$ となり、つまり、このアーチは放物線になる）。

アーチの脚部の点 A の反力を R 、その水平成分と鉛直成分を N 、 V とする。また、アーチ部材の脚部は鉛直力 V により $V \tan \phi$ のせん断抵抗力を持つとすると、鉛直力、水平力の釣合いから、

$$\bar{V} = p \cdot (b/2) \quad (3.5)$$

$$N = p \cdot (b/2) \tan \phi - \tau \cdot h = T \quad (3.6)$$

となるとしている（ここに、突如せん断力 τ が出てくるが、水平力 N の釣合いに関係するのなら受動土圧と考え

られるが、そうすると D 点の曲げモーメントの釣合いの式がおかしくなる。一応、このまま紹介する）。

ここに、 $f = \tan \phi$ ：内部摩擦係数

アーチの脚端 A 点での曲げモーメントの釣合いを考えると、次式が得られる。

$$p \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{4} = T \cdot h = \{p \cdot \frac{b}{2} \tan \phi - \tau \cdot h\} \cdot h \quad (3.7)$$

これから、

$$\tau = p \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{4h \tan \phi - b}{4h^2} \quad (3.8)$$

と τ が求められる（ τ とは何か、まだよく分からない）。アーチの高さ h は、せん断抵抗がもっとも大きくなる形という条件から求められるとしている（なぜだか、よくわからないが）。すなわち、上式を微分して、

$$\frac{d\tau}{dh} = p \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b/2 - h \cdot \tan \phi}{h^3} = 0 \quad (3.9)$$

これより、

$$h = b/2 \tan \phi = b/2f \quad (3.10)$$

ゆえに、この h の値を（3.8）式に代入すると、

$$\tau = (p/2) \cdot \tan^2 \phi \quad (3.11)$$

これを A 点の釣合式（3.7）に代入すると、

$$N = p \cdot \frac{b}{2} \cdot \tan \phi \cdot \frac{p}{2} \cdot \tan^2 \phi \cdot \frac{b}{2 \tan \phi} = p \cdot (b/4) \cdot \tan \phi = T \quad (3.12)$$

（ここで、突如 $N = T$ となり、（3.6）式の τ がどこかへ行ってしまった）

これを放物線の式に入れると、ゆるみ範囲は次式で求められ、それより外側の地山の重量はアーチ作用で地山そのもので支持されることになる。

$$\frac{px^2}{2} = T \cdot y = \frac{p \cdot b \cdot \tan \phi}{4} \cdot y \quad (3.13)$$

$$\text{ゆえに、} y = \frac{2x^2}{b \cdot \tan \phi} \quad (3.14)$$

この放物線で囲まれた面積は、 $S = \frac{2}{3} \cdot b \cdot h$ であるからゆるみ荷重は、

$$P = \gamma S = \gamma \frac{1}{3} \cdot \frac{b^2}{\tan \phi} \quad (3.15)$$

粘着力 c がある地山の場合には、または一軸圧縮強度がある地山の場合には $f = \tan \phi$ の代わりに $f = \tan \phi + c/\sigma_c$ 、または $f = \sigma_k/100$ 、ここに σ_c ：粘土の一軸圧縮強度、 σ_k ：岩の立方体強度、 ϕ ：内部摩擦角、 c ：粘着力を用いてもよいとしている。

彼はまた、地山分類と強度指数 f の表を示している。

ここに τ が鉛直圧力 p に比例するとしているので、アーチの形も、ゆるみ荷重もかぶりに関係ないと言う計算に

なっているが、これが地山の強度により決まる一定値で、鉛直圧 p には関係ないとすると結果はかなり変わる。

彼の理論に従えば、トンネルの天井を高さ h のアーチ状にすればゆるみ域はなくなり、土圧も働かず支保工なしでもトンネルは安定することになる。トンネルが崩壊しても地表まで地山が全部落ちてしまうことは滅多になく、だいたいある高さでとまるので、これは現実にあった理論とも考えられる。いまでも偏平な形のトンネルが嫌われる、ないし避けられるのはこの理論が多くの人に暗黙のうちに支持されているためであろう。極端な話、この計算から求められる h の高さにトンネルを設計すれば支保工は要らないことになる。Terzaghiも天井をアーチ状にすることの有利さを指摘している⁹⁾。

注：この部分は原文のロシア語が読めないの、チェッキー¹⁰⁾によって紹介しているが、良く意味がわからないところが多い。せん断力 τ の意味がまずわからない。これを受動土圧と考えると部分的には意味がわかる。地山の強度によって地盤反力係数が違ふと読み変えると多少わかる式となる。微分して τ の最大値を求めると言うのも意味がよくわからない。

それにしても、鉛直圧力 p 、水平受動土圧 τ が働いて曲げモーメントが働かないアーチの形はだ円〔高さ h /(半幅 $b/2$)=鉛直圧力 p /水平圧力 τ 〕のはずである。 $p = \tau$ （つまり、水平圧力も鉛直圧力も同じ）なら円になると曲げモーメントが働かないことはだれでもわかることである。これからだ円の場合を推定するのは、次のようにランキンの平行投影法¹¹⁾を使う。

「任意の作用線を通して作用する釣合った力系が、一組の線であらわされているとき、この線の任意の平行投影（一つの方向にある割合で引き伸ばした、あるいは押し縮めたもの）はやはり釣合った力系を示す」と言うもので、早い話が半径 r の円輪に四方から等しい圧力 p が働いているときは $T = pr$ の軸力が発生し、曲げモーメントはどこでもゼロであるが、これを横に $b/2:h$ に押し縮め、水平圧力 q は同じ割合で減らしたものは、同じく軸力は $T = pb/2 = qh$ で、曲げモーメントはどこでもゼロになるというわけである。だ円と放物線とはごく似ているので、面積 S は、 $2/3 \cdot bh$ のかわりに $\pi/4 \cdot bh$ とすればよい。アーチの脚部に水平力 N が働くときはだ円の一部を切出した形で考える必要があり放物線との差はごく少ない。

表-3・1 トンネルの支保工設計に用いる土荷重の高さ（坂本）⁹⁾

トンネル内空面の幅 (m)	土圧があると推定される場合 (m)	土圧が大きいと推定される場合 (m)
2	1.0	2.0
3	2.5	3.5
10	3.0	5.0

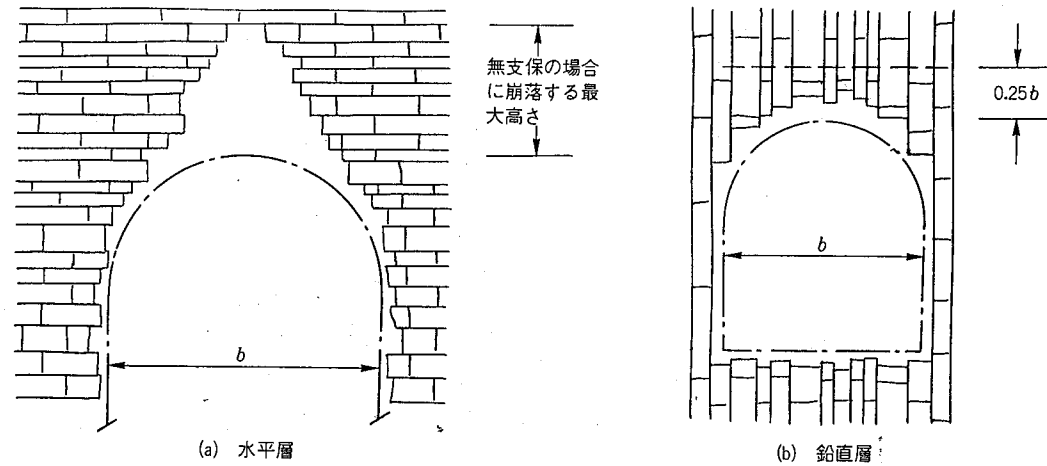


図-3-3 無支保の場合の崩落高さ (Terzaghi による)

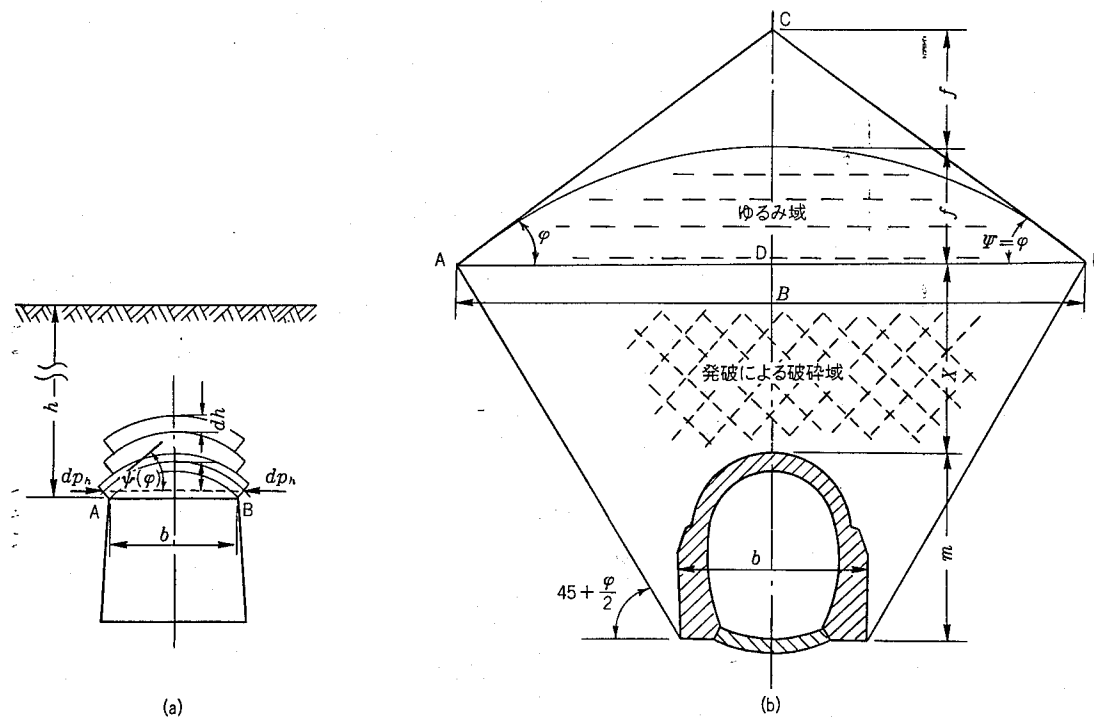


図-3-4 Engesser の土圧論

坂本³⁾は、東海道新幹線の工事でのトンネル崩壊例を調べ、土圧の実際の値の推定値としているが(表-3-1参照)、これも同じ考えの方向である。これは土木学会のトンネル標準示方書にも引用されていたので、よく知られていることである。しかし、支保工をちゃんとしてあれば、そこまでは抜けなかったと考えられるので、安全を見た推定値と考えてよいであろう。あるいはPacherの言うゆるませ過ぎた場合の最大荷重と考えてもよさそうである。

坂本の表によると荷重は必ずしもトンネルの幅Bに比例していないのが注目される。

トンネル外側の地山内にアーチができて圧力を支え、その内側には土かぶり圧力は働かないという考え方は、Trompeter (1889) も提案していて、この範囲を免圧圏または Trompeter zone と呼ぶこともある。

Terzaghi⁴⁾ もトンネルの崩落例を挙げて地圧の推定をしている(図-3-3)。

Engesser^{2),3)} は、地山アーチだけでは鉛直圧力の一部

分しか負担できないので、その残りアーチの下の部分の地山の自重が支保工の荷重になるとして次のような式を示している。式の誘導には一部よくわからないところがあるが、地山アーチを3ヒンジアーチになると仮定して計算している。また、次式でカッコ内の第二項がアーチの下部の自重分である。

$$p = 2b\gamma \left[\frac{\tan^2(45^\circ - \phi/2)}{2 \tan \phi + (b/h) \tan^2(45^\circ - \phi/2)} + \frac{\tan \phi}{6} \right] \quad (3.16)$$

かぶりが深く、また内部摩擦角 ϕ が著しく小さくはないときは、 $b \ll h$ だから(3.16)式は、

$$p = 2b\gamma \left[\tan^2(45^\circ - \phi/2) \cdot \frac{\cotan \phi + \tan \phi}{2} \right] \quad (3.17)$$

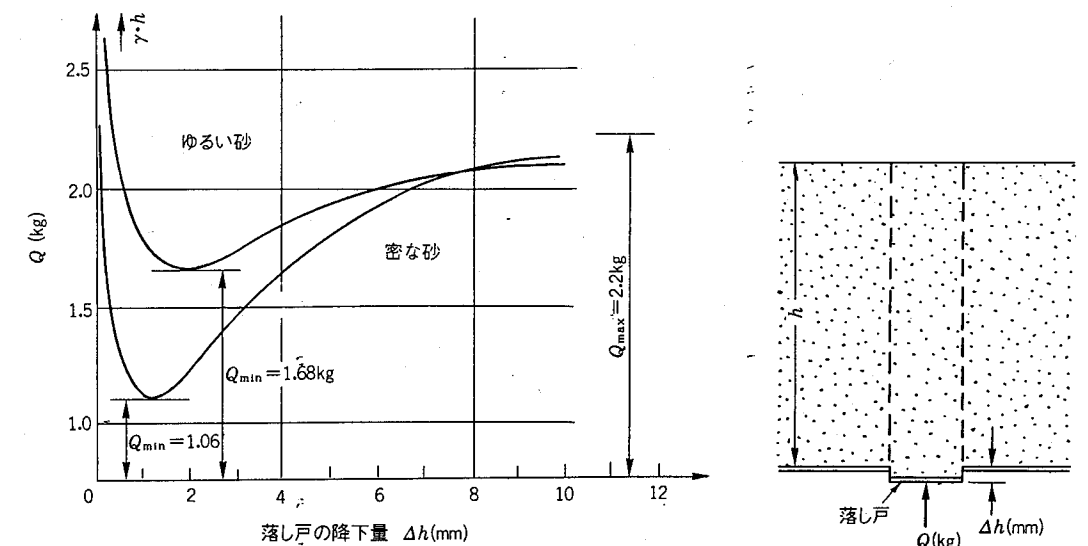
になっている。これも土圧はかぶり h に関係ないことになる。

彼はまた、爆破掘削をするときは、トンネルの直上の部分は発破でゆるむとして、ゆるみ範囲を次のようにして求めている。すなわち、発破でゆるんだ部分の上に底部の角が内部摩擦角 ϕ と同じの放物線のゆるみ層ができるとすると、次のような幾何学的な関係式ができる。

$$\overline{AD} = \frac{2f}{\tan \phi} = \frac{b}{2} + \frac{m+x}{\tan(45^\circ + \phi/2)} \quad (3.18)$$

これを解くと、

$$x = \left[\frac{2f}{\tan \phi} - \frac{b}{2} \right] \tan(45^\circ + \phi/2) - m \quad (3.19)$$



この図で、落とし戸の降下量が大きくなると、再び作用圧力が増える。このような実験結果もFenner-Pacher曲線の右上りの部分が生じるとする根拠になっているようである。

図-4-1 落とし戸の実験

§4 ゆるんだ地山の釣合い

穀物サイロは、上から小麦などの粒状のものを入れて貯蔵し、取り出すときは下から取り出す構造になっている。大きいものでは高さ30mくらいもあり、側壁やホッパに働く圧力が相当大きくなるので、この設計法が研究された。Jannsen (1895) は、ホッパにはかぶり高さの圧力 γH が全部働くのではなく、両側の小麦などのアーチ作用でかなりの部分を負担するので土かぶり圧 γH よりかなり小さい圧力しか働かないと考えた計算式を提案した（今日 Jannsen の式は余りにも小さな圧力を与えるので、サイロの崩壊事故がかなり起こるとして問題になっているが、これは主に動的な問題を考えていないからである）。

トンネルにも同じような考え方を応用できるとして、Kunczl は落とし戸の実験をして、戸を少し下げると圧力が小さくなること、下げ過ぎるとまた大きくなることを確かめた（図-4・1）。

トンネルを掘る場合、支保工を設置する前に地山はかなり変形するし、支保工の裏もすいていて、その後もかなり自由に変形できるので、落とし戸の実験は現実をよく再現していると考えられる。

Terzaghi も落とし戸の実験を再度行って、これを確かめ、また、計算式も発表した。この方が現在では有名になっているので、これを次に紹介しよう。

Terzaghi¹⁾ は、トンネルが掘削され、支保工が建て込まれた後にトンネルの上の地山が下方に動こうとして、そのため地山中には図-4・2に示すようなすべり面が生じる。このすべり面沿いに上向きの抵抗力が働き、それで支えきれない残りの重量がトンネルの支保工に支えられる、つまり、支保工に荷重として働くと考えた。実際は矩形の土塊が一体として動くのではなく、図-4・2cに示すような円輪の一部が一体で動くと考えられるが、計算の便利のため、簡単にできるため、以後は、これを矩形としている。

いまトンネル上に幅 B 、厚さ dz の土塊を考えると、この土塊に働く鉛直力の吊合いは Jannsen がサイロ内の圧力を求めるために導いた式と同じ考え方で次のように求められる。すなわち、

$$B\gamma dz = B(\sigma_v + d\sigma_v) - B\sigma_v + 2\tau dz \quad (4.1)$$

ここに、 γ ：地山の単位体積重量、他の記号は図を参照。側面での上向き摩擦力 τ は、クーロンの摩擦力の式により次のように計算される。

$$\tau = c + \sigma_h \tan \phi = c + K_h \sigma_v \tan \phi \quad (4.2)$$

ここに、 K_h ：側圧係数。また、土塊の幅 B はすべり線がトンネル側壁の下側から $45^\circ + \phi/2$ の角度ではじまり、トンネル天端より上では鉛直と仮定すると、

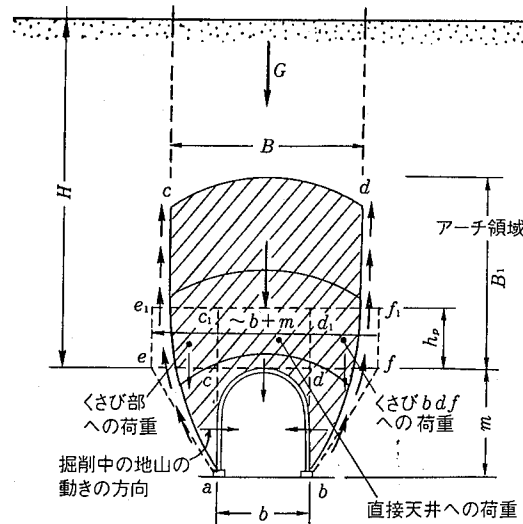


図-4・2 トンネル周辺の応力状態 (Terzaghi による)

$$B = 2[b/2 + h \tan(45^\circ - \phi/2)] \quad (4.3)$$

となる。硬岩のときは、トンネル幅 $=B$ としてよい。

いま、(4.1) 式に (4.2) 式を代入すると、

$$B\gamma dz = B(\sigma_v + d\sigma_v) - B\sigma_v + 2cdz + 2K_h \sigma_v \tan \phi dz \quad (4.4)$$

移項して整理すると、

$$Bd\sigma_v = (B\gamma - 2c - 2K_h \sigma_v \tan \phi) dz \quad (4.5)$$

ゆえに、

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_v}{dz} &= \gamma - \frac{2c}{B} - \frac{2K_h \sigma_v \tan \phi}{B} \\ &= -\frac{2K_h \tan \phi}{B} \left(\sigma_v + \frac{c}{K_h \tan \phi} - \frac{\gamma B}{2K_h \tan \phi} \right) \end{aligned} \quad (4.6)$$

ゆえに、

$$\frac{d\sigma_v}{\sigma_v + \frac{c}{K_h \tan \phi} - \frac{\gamma B}{2K_h \tan \phi}} = -\frac{2K_h \tan \phi}{B} dz \quad (4.7)$$

これを積分して、

$$\log \left[\sigma_v + \frac{2c - \gamma B}{2K_h \tan \phi} \right] = \frac{-2K_h \tan \phi}{B} \cdot z + A \quad (4.8)$$

ここに、 A ：積分常数、ゆえに、

$$\exp \left(\frac{-2K_h \tan \phi}{B} \cdot z + A \right) = \sigma_v + \frac{2c - \gamma B}{2K_h \tan \phi} \quad (4.9)$$

いま、深さ $z=0$ （地表）では $\sigma_v = q$ （地表面載荷重）なる境界条件を入ると、

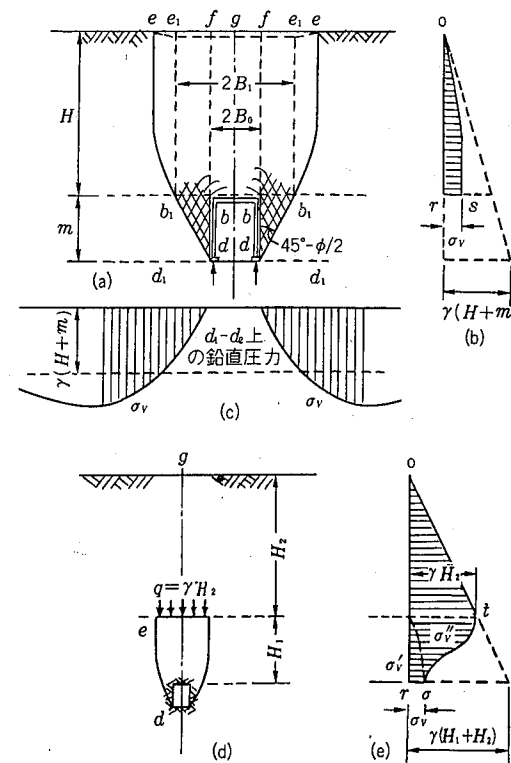


図-4・3 Terzaghi の土圧論
(a) 支保工が壊れたときのかぶりの浅いトンネルでの土砂の動き
(b) トンネル中心直上の鉛直土圧の深さ方向分布
(c) トンネル底面高さでの鉛直土圧の分布
※かぶりが深いときは、(a)、(b) のかわりに(d)、(e) になる

$$e^A = q + \frac{2c - \gamma B}{2K_h \tan \phi} \quad (4.10)$$

ゆえに、

$$\sigma_v = \frac{B(\gamma - 2c/B)}{2K_h \tan \phi} \cdot [1 - \exp(\frac{K_h \tan \phi \cdot 2Z}{B})] + q \cdot \exp(-K_h \tan \phi \cdot 2Z/B) \quad (4.11)$$

上式で計算すると鉛直土圧の分布は例えば図-4・2cのようになる。つまり、鉛直土圧はトンネル両側の地山は土かぶり圧 γH よりも大きくなり、その分トンネルの上では小さくなる。トンネル直上の土圧の変化を見ると、表面に近いところでは土かぶり圧 γH （点線で示す）にはほぼ等しいが、だんだん深くなると深さに関係なくほぼ一定の値になる。トンネルが十分深い地山中にあるときはアーチ作用は地表面までは影響しない。つまり、せん断力 τ はある高さより上では働いていないと考えられる。

Terzaghi は実験を行って、トンネルの幅 B に相当する高さにわたって側圧係数 K_h は1.0 から1.5 に次第に増加すること（アーチ作用のせいと考えられる）、 $2.5B$ 以上の高さでは下層の変位はもはや応力状態に影響しな

くなり、そこではアーチ形成も行われなくなることを見出した。したがって、地圧を求める式は二つの項からなると考えられる。すなわち、アーチ作用の及ぶ高さ、およびそこから地表までの高さをそれぞれ H_2 、 H_1 であらわすと後者に属する土塊の重量は図4-2bに示したように地表面に働く上載荷重 $q = \gamma H_1$ と同じ働きを考えるとよいことがわかる。したがって、 $q = \gamma H_1$ を(4.11) 式に代入して計算すると、トンネル支保工に働く圧力は次のようになる。ただし、Terzaghi は $c=0$ としてよい、と言っているので $c=0$ とした。

$$\begin{aligned} P_v &= \gamma B \frac{1 - \exp(-2H_2 K_h \tan \phi / B)}{2K_h \tan \phi} \\ &\quad + \gamma H_1 \exp(-\frac{2H_2 K_h \tan \phi}{B}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

高さ H_2 は、トンネル支保工が沈下したり、支保工と地山の間に隙間があったりするほど増える。 H_2 が全土かぶり H の少なくとも1/5まで大きくなると第2項は無視できるほどに小さくなり、第1項の分子は1に近づく。したがって、非常に深いところにあるトンネルに働く土圧は深さに関係なく

$$P_{max} = \frac{\gamma B}{2K_h \tan \phi} \quad (4.13)$$

としてよい (Terzaghi は支保工と地山の間に隙間があることを前提にしているの、たわみやすい支保工の考え方とあい通ずるところもある)。Terzaghi はまた、実験と経験に基づいて K_h （側圧係数）の値はだいたい1であるとした。以上の考えによると、トンネル支保工に働く土圧はトンネルの深さに関係なくトンネルの大きさ $B=b+h$ (b ：トンネルの幅、 h ：トンネルの高さ) に比例し、 $B/2K_h \tan \phi \approx B/\tan \phi$ (K_h ：側圧係数 ≈ 1.0 、 ϕ ：地山の内部摩擦角) の高さに相当する地山の重量を考えればよい（この高さをゆるみ高さと呼んでいる人もいるが、Terzaghi の式の誘導では地山全部がゆるんでいても、高さ分の荷重しか働かないと言っているだけである。ゆるみ高さと呼んでいる人は、Kommerel 1などの考えと混同しているであろう）。

彼は、この式を発展させ、経験を加えて岩質別のトンネル荷重の表-4・1を示している。これを次に示す。

◎この表は (4.13) 式と照合すると、岩盤②で $90 \sim 45^\circ$ 、③で $90 \sim 63^\circ$ 、④で $63 \sim 55^\circ$ 、⑤で $55 \sim 24^\circ$ 、⑥で 24° 、⑦で $24 \sim 13^\circ$ 、⑧で $13 \sim 6^\circ$ くらいの内部摩擦角 ϕ を考えていることになる。ただし、②、③は崩壊例から推定している（図-3・3参照）。

そうすると、硬岩では崩壊してしまった場合の最大高さ分を考え、破碎された地山などでは落とし戸の実験で言う最低値に近い土圧を取っているのでは地質により判

表-4・1 幅B、高さH₁で1.5(B+H₁)以上の深さにあるトンネルの支保工に働く岩荷重H_p

地質条件	岩荷重(m)	備 考
①堅硬で侵されていないもの	ゼロ	はだ落ちや山はねのある場合は軽易な支保工を要する
②堅硬で層状または片岩状**	0~0.5B	軽易な支保工を用いる(図38参照)*** 荷重は場所ごとに不規則に変化する
③大塊状で普通程度の節理	0~0.25B	
④普通程度に塊状で割目あり	0.25~0.35(B+H ₁)	側圧はない。図39参照***
⑤はなはだしく小塊で割目の多いもの	(0.35~1.10)(B+H ₁)	側圧は小さいか、またはなし。図40参照***
⑥完全に破碎されているが化学的には健全	1.10(B+H ₁)	相当の側圧。漏水によりトンネル下部が軟弱になる時は、支保工下部に通し土台を設けるか(図41)***、円形支保工(図42)***とする必要あり
⑦徐々に押出す。中程度のかぶり	(1.10~2.1)(B+H ₁)	大きな側圧、インバートストラットが必要。円形支保工が推奨される
⑧押出してくる。大きなかぶり	(2.10~4.50)(B+H ₁)	
⑨膨張性の岩	(B+H ₁)の値にかかわらず80m以上を用いる	円形支保工が必要。著しい場合は可縮支保工

注・トンネル天端は地下水位以下にあるものとした。永久的に地下水位以上にある場合は④~⑥の値は50%減じてよい。

注**普通の地層では頁岩を含んでいることが多い。頁岩は風化を受けていない場合は他の地層より悪いということはない。しかし、この頁岩はしばしばまだ岩になっていない堅く圧密された粘土に過ぎないことがある。そのような頁岩がトンネルにあると、押出し性、または膨張性岩として挙動する。

もし地層が砂岩、または石灰岩の水平層、または未固結の頁岩からなるときは、トンネルの掘削は通常両側からのだんだん

断基準が違ふようである。しかし、硬岩では予期しないときに崩壊が起こりやすく、安全率を大きくとる必要があるが、土砂、破碎された地山などのトンネルでは用心しているので、最低値でもよいと言うことであれば、なかなか現場の都合まで深く読込んだ味のある基準と言うことになる。実際はどちらか、そこまでの説明はない。

以上のTerzaghiの考え方はAnson Marston(1913)(§5参照)が地下埋設管に働く土圧を求める公式として提案したものと非常に類似している。トンネルの天端に隙間があるか、支保工が十分たわみやすいと考えてMarstonの式に入れると、Terzaghiの式になる。KunczlやTerzaghiの行った落とし戸の実験は上記の理論を裏づけている。(図-4・1)

Terzaghiの式の問題点は、1) 分配された荷重に側壁が耐えない場合を考えていない。2) 吹付けコンクリートを用いた支保工などでは天端に隙間がないので、これより大きな荷重が働くことがある。3) 堅い地山ではゆるんで落ちて来る分の荷重を考えているが、砂質土などではもとの地山が落ちてくる時の釣合いを考えている。しかし、破碎された岩や土砂なども、もとの地山内でのc、φでなく、ゆるんで落ちてこようとする地山部分のc、φで計算すべきではなからうか。そうすると、荷重がトンネルの寸法B、B+Hに単純に比例せず、施工法に関係して変わるはずである、などである。

増える圧力を伴い、後荷も働く。さらに、いわゆる頁岩の層境でのすべり抵抗が比較的小さいことから天井に橋渡ししている岩の耐荷能力が減るようである。したがって、そのような地層のところでは、岩圧は非常に割れ目が多いところと同じく強い。注***図はここでは省略したが、いろいろの鋼アーチ支保工を使ったトンネルの写真である。側壁に支柱を建てたり、凹みなどに支えを作ったりして、通し材をおき、その上に鋼アーチ支保工を建てている写真など日本では珍しいものである。

◎Terzaghiの論文、落とし戸の実験などは支保工の変形が大きくなるほど土圧は減るとなっている。一方、Kommerellはゆるみ圧は支保工の変形量に比例するとしている。どちらが本当なのか。まるきり反対の論拠が出てきたことになる。落とし戸の実験は戸を下げ過ぎると再び土圧が増えることを示している。そうすると、ここに説明した二つの議論は、この実験結果の半分づつを見ているのであろうか。

NATMで言うトンネルを變形させて荷重を減らすという考え方と、地山をゆるめるなど言うむかしからのトンネル屋の鉄則との矛盾は、学者、理論家の間にも同じようにある。さて、どちらが正しいのであろうか。

◎Terzaghiは、トンネルの地圧は鉛直方向から働くものと考えていたようで、Richart Jr.と共同で発表した弾性解析の論文⁹⁾でもしつこくトンネルの側壁の鉛直線上にある地山内のせん断力分布についてのかかなりむずかしい式を誘導している。そこが、Rabcewiczらから古いと言われる所以であろう。しかし、Terzaghiの意見をここに掲げた式や表から判断するのは危険である。彼は理論だけでなく、実験にも、実際の現場の指導、観察にも勝れた能力を持っていて、その考え方は、これらの式などに全部は盛り込めない複雑で内容豊かなものをもっている。ぜひ原論文も見てもらいたい。

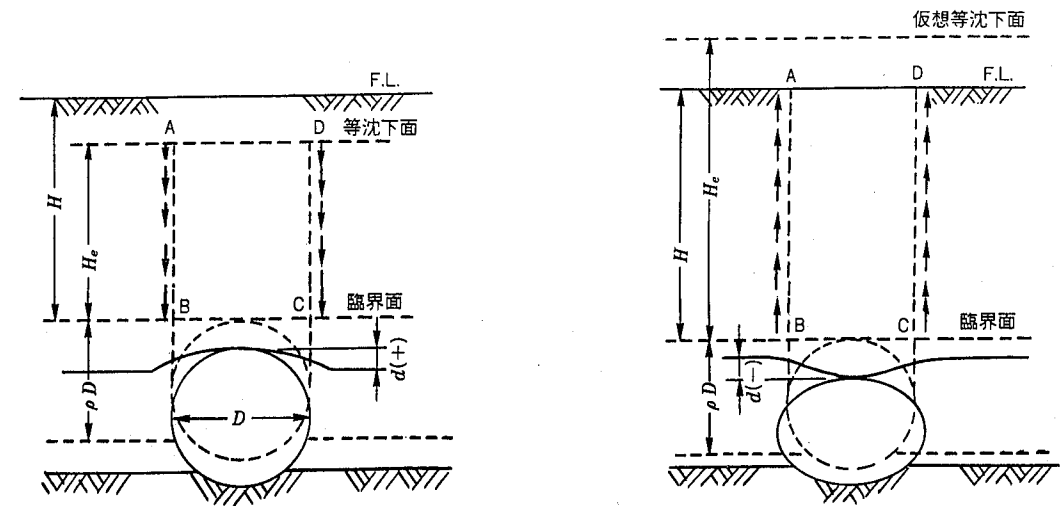


図-5・1 カルバートと盛土の沈下状態

§5 沈下量の差により変わる土圧

Terzaghiは、一方的にトンネルの上の地山だけが沈下する場合の釣合いを考えたが、外側の地山だって沈下しないわけではない。一般のトンネル掘削工法で掘るトンネルの場合は、そんなことは滅多にないと考えられるが、開削工法で作られるトンネルでは埋め戻した土が沈下するのはよく起こることである。

MarstonやSpangler^{9),10)}は、道路の下などに埋設したヒューム管やコルゲート管に働く土圧について考察し、Janssenの式から出発して、Terzaghiと似たような考え方の公式を導いた。ただ、Terzaghiはトンネルの支保工の方が地山よりもより大きく沈下することを暗黙のうちに前提しているが、Marstonらは、盛土の中に設置した埋設管も考えるので、管のほうがたわまず、盛土が沈下する場合(突出状態)から、地山中に掘り込んだ溝の中に埋設したコルゲート管(溝状態)のように、地山はもう沈下せず、管の方はたわみやすい場合まで取扱えるようにした。

基本的な考え方はTerzaghiと同じで、まず図-4・2に示すような幅B、高さdzの土塊に働く鉛直力の釣合いを考えると、式(4.4)と同じような式が導かれる。

$$B\gamma dz = B(\sigma_v + d\sigma_v) - B\sigma_v \pm 2cdz \pm 2k_h \sigma_v \tan \phi dz \quad (5.1)$$

ここで、(4.4)式と違って、±の記号が現れたのは、まわりの土と管との沈下量の差(突出状態、溝状態)で、必ずしもトンネルの方がより大きく沈下すると限らぬためである。以後、前節と同じ計算をすると、(4.11)式の代わりに次のような式が得られる。

$$\sigma_v = \frac{B(\gamma \pm 2c/B)}{2k_h \tan \phi} [1 - \exp(\pm k_h \tan \phi \cdot 2z/B)]$$

$$+ q \cdot \exp(\pm k_h \tan \phi \cdot 2z/B) \quad (5.2)$$

この式を実際に適用するにあたり、管と地山の沈下量が等しくなる面(等沈下面)があり、その面より上の土圧を地表面の載荷重と同じに考えてqとしている(等沈下面は、Terzaghiの式でのトンネル天端よりH₁上の面と同じ)。場合により、計算上の等沈下面が実際の地表面よりも高いところになることもある(仮想等沈下面、図-5・1参照)。等沈下面の高さzは、次のように考えた。管の直上の土柱は両側の土柱(隣接土柱)より伝わってくるせん断力による分と、等沈下面の上の載荷重qおよび、等沈下面より下の土の重さ分の荷重を受ける。一方、隣接土柱は載荷重および、その下の土の重さ分の荷重を受けるとして、等沈下面で両方の沈下量が等しいとすると次式が成立つ。

$$(q/E) \cdot Z + y_m + y_g = \int (q/E) \exp(\mp 2k_h \tan \phi z/B) dz + y_l + y_g \quad (5.3)$$

ここに、E: 地山の弾性率、y_m: カルバートに近接した裏込め土のカルバートの高さh内にある部分の変形量、y_g: カルバートに近接する部分の盛土路盤の沈下量、y_l: カルバート底部の地盤の沈下量、y_e: カルバートの変形量、すなわち鉛直寸法の縮小量。

いま、管とまわりの地山の沈下比δを、

$$\delta = \frac{(y_m + y_g) - (y_l + y_e)}{y_m} \quad (5.4)$$

とすると、(5.3)式は次のようになる。

$$\exp(\mp 2k_h \tan \phi \cdot Z/B) \mp 2k_h \tan \phi \cdot Z/B = \pm 2k_h \tan \phi \delta D/B + 1 \quad (5.5)$$

これを解くと、等沈下面の高さzが求められる。

この等沈下面の高さzを(5.2)式に代入すると管渠に

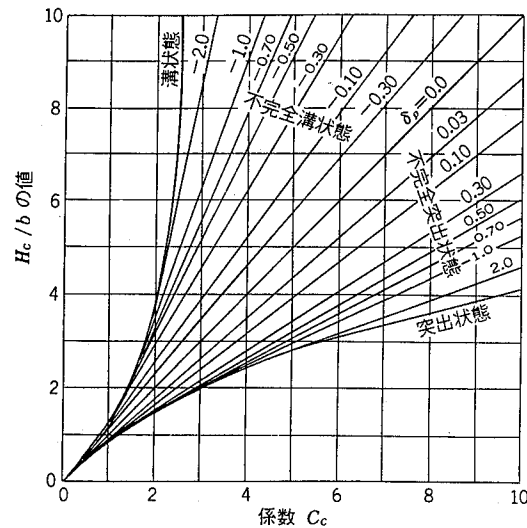
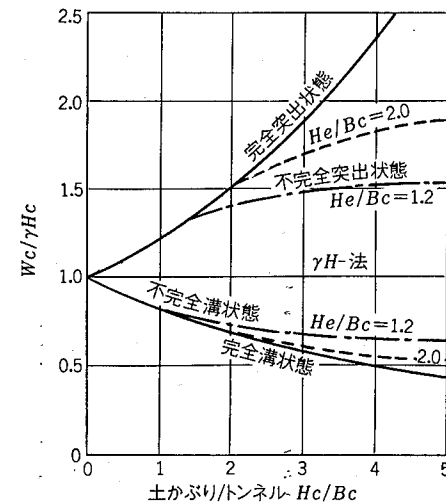
図-5-2 管渠に働く荷重の計算結果 ($K\mu=0.1924$)

図-5-3 管上土圧と土かぶり高さの関係 ($K\mu=0.192$ の場合) 働く荷重 p_v が求められるが、その値は土かぶり分 γH よりも大きくなることも小さくなることもある。Span-gler⁹⁾ は、沈下比 δ を変えた場合の土かぶり圧と荷重との関係を図5-2のように与えている。これを土かぶり圧との比で示すと図-5-3¹⁰⁾ ようになる。これらよりわかることは、土かぶり圧より大きな荷重が働くことがあることである。

Marston は埋設管について、これらの式を導いたのであるが、トンネルの場合にもこのような考え方が適用できると考えられる。詳細は後の章にゆずるが、下半の掘削の時などに側壁部の裏側、隣接土柱の部分をゆるめ、後でその部分が沈下するなどがあえる。ここでは、この式の問題点を指摘しておく。

1) 土の粘着力 $c=0$ として解いている。2) 管の天端

の沈下の差だけを考えているが、管の高さ分における変形量の差により、側壁部分に強いせん断力が働くこともあるのを考えていない。3) 両側土柱はせん断力により荷重が減る、または増えるので、そのため沈下量にも差がでるはずであるが無視している。4) すべり面は鉛直でなく、曲線になるとの実験結果や計算法もその後発表されている。

◎この式が山岳トンネル屋さんから無視されているのは多少理解できるが、開削トンネルの場合にはほとんど考慮が払われていないのはどういうわけであろうか。地下鉄や下水道の開削トンネルが土かぶり圧だけで設計されているのは少し問題であるが、NATM の変形を許して地圧を低減させるという考え方を先取りしているのが同式であり、それを応用したたわみやすい管——コルゲートパイプ——だと考えられるので、もっとトンネル屋に真剣に考えてもらってよいと思う。

§6 切羽の安定

山岳トンネルの論文ではあまり切羽の安定を論じたものはない。しかし、トンネル工事の実務者は切羽の安定について非常に気を使っている。これは、トンネル工事では、切羽を大きくして大型の削岩機やずり出しの機械を使うほど能率がよいが、そのためには、次の発破まで切羽が安定していることが必要だからである。また、切羽の安定が非常に悪いときは、単に一回に掘るトンネルの断面積を小さくするだけでなく、鏡止めをして(切羽面を支保工で押え)掘削作業を行うほんの少しの面だけを露出させながら工事をする必要があり、能率が大幅に落ちる。Lauffer や Bieniawski の岩盤分類は切羽の大きさと切羽の放置時間との関係を経験的に示したものであり、実務家の考え方をよく示している。

シールド工法を用いるような地山では切羽の安定が第一の問題であり、研究も行われている。その中から Broms の研究と Terzaghi-村山の説を紹介する。

Broms¹¹⁾ は、1964年ストックホルム近郊の粘性土層中に設けた立坑で起きた崩壊事故から、土留め壁の開口部に働く土圧について次のような事実を報告し、また、それを実験により確かめた。すなわち、垂直な壁にあげた開口部に作用する土圧は、土質が比較的軟弱な粘性土の場合には、開口部の土かぶりを h 、その地山の非排水せん断強さを c_u とすると、

$$\delta_a = \gamma h - (6 \sim 8)c_u \quad (6.1)$$

の程度となり、もし地山の流動に抵抗して、逆に開口部を押込むときには、

$$\delta_p = \gamma h + (6 \sim 8)c_u \quad (6.2)$$

程度の圧力を作用せねばならない。ここで、6～8の係数は土質に関係せず、むしろ開口部の形や山留め条件な

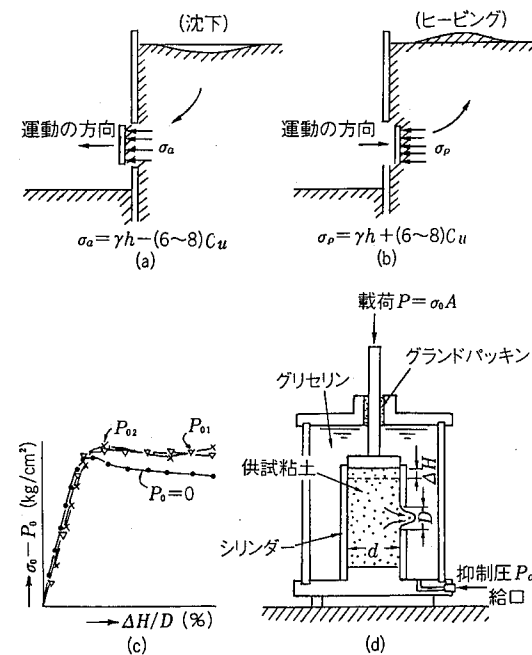


図-6-1 ブロムスの実験

どに関係する。 $\delta_a \geq 0$ となる開口部や切羽は安定を保つことができない。これは次のような実験でも確認された(図-6-1参照)。圧密実験と同じようなシリンダーで側壁に穴のあいているものの中に資料の粘土を入れ、上から載荷する。外側の空間はグリセリンを満たして加圧してある。粘土が開口部から流出をはじめる前後の σ_0 , p_0 , ΔH を求めたが、 $\sigma_0 - p_0$ と c_u の比はほぼ6であった。また、粘性土の中で作業が行われている15のトンネル工事の実績から、 $\gamma h - p_0 \leq 6c_u$ が切羽の安定の基本的な条件であったと報告している。

Terzaghi-Peck-村山の説

土留め擁壁に働く土圧は、ランキンの土圧論でもクーロンの土圧論でも、直線のすべり面を考えている。Terzaghi と Peck¹²⁾ は切り梁をしなげ掘削をするときに山留め壁に働く土圧は、切り梁によって土の動きが制限され“すべりを生じる土のくさびの上の部分が広がるのを防ぐために、土は図-6-2に示したようにしか破壊しない”。“図-6-2のすべりを生じる土のくさびの上の部分は側方には動くことができないので、すべり面は地表面と直角に交わる。実際のすべり面は、次式で表される対数らせん曲線で非常によく近似させることができる。

$$r = r_0 \cdot \exp(\theta \tan \phi) \quad (6.3)$$

このらせんの中心は i 点を通り、水平と角 ϕ をなす直線上にある。”とした。村山¹³⁾ は、シールドの切羽の状態もこれと同じと考え、ただ、地表面にあたる前に前節で説明した Terzaghi のトンネル支保に働く土圧が

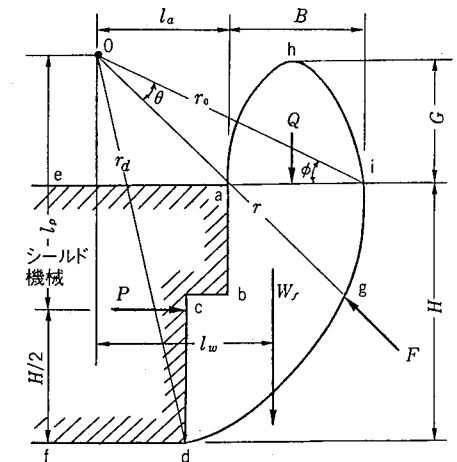


図-6-2 切羽の安定(村山)

働いているとした。実際に計算するときは、すべり面のはじまりの点 i を何点か仮定して、切羽前面と対数らせんで囲まれた土を安定させるために必要な切羽の土留めの圧力を計算し、最大値をもって、必要な土留め圧力とする。計算は2次元で、つまりシールド機械の幅は相当大きいと仮定して行うので安全側の答がえられる。

[計算法] まず、トンネル天端の前方にすべり面の始点 i を仮定する。 i より、水平に対し土の内部摩擦角 ϕ で斜線 $(i, 0)$ を引く。つぎに

$$r_0 = D / [\cos(\phi - \delta) \exp\{(\pi/2 - \delta) \tan \phi\} - \sin \phi] \quad (6.4)$$

より r_0 を求める。

ここに、 δ : すべり面の下端と水平線のなす角、 δ の求め方は明示していないが、土留めの下端ではランキン土圧と同じと考え、 $\delta = \pi/4 + \phi/2$ になる。

すべり面に囲まれた土塊 $abcdgi$ が安定するためには、その土塊に作用する力が互いに釣り合うことが必要である。この土塊に作用する力は土塊の重量 W 、土塊の上面に作用する鉛直土圧 Q 、シールド前面よりの反力 P 、すべり面に作用する内部摩擦力による抵抗力 F およびすべり面にそう粘着力による抵抗力 C の5力である。これらの力のうち、内部摩擦による力 F は常に動径の方向と一致するから対数らせんの中心 O を通る。ゆえに、これらの力の点 O のまわりのモーメントをとれば、つり合いの関係は次式となる。

$$Pl_p = Wl_w + Q(l_a + B/2) - \int_{r_0}^{r_a} rc \cdot \cos \phi \cdot ds \quad (6.5)$$

ここに、 l_p , l_w , l_a はそれぞれ点 O から P , W , および点 a までの鉛直、または水平距離、 ds はすべり面の微小長さで、 $ds = \sqrt{1 + r^2(d\phi/dr)^2} \cdot dr$ である。

この式を解けば、

$$P = \frac{1}{l_p} \{ W_f l_w + Q(l_w + \frac{B}{2}) - \frac{c}{2 \tan \phi} (r_d^2 - r_o^2) \} \quad (6.5)$$

P の作用方向および作用点の位置 l_p は、実際は実験的に決める必要があるが、一般にはシールド機を中心に水平方向に作用するとしている。こうして、仮定した i 点に対して、必要な切羽押えの力 P が求まる。 i 点を変えて P を求め、最大値をもって答とする。

◎この二つの理論をみると、Broms はかぶり深さに関係ありとしているが、村山は土かぶりに関係なしとしている。また、Broms はトンネルの径、大きさに関係ない式を導いているが、村山の理論はトンネルの大きさ、特に高さを重要な要素としている。Lauffer, Bieniawski (後で紹介する) は、地質、トンネルの大きさの他に時間の要素を大きく取り入れているが、Broms はこれを無視している。村山は、“土の強度要素のうち、粘着力(上式では c の値)には時間依存性がみられるが、一方、内部摩擦角 ϕ は載荷時間による変動は無視しても差しつかえないほど小さい。ゆえに、式(6.5)を適用する際、 c の値は切羽が無支持で放置される時間 t_f によってかえて用いることとなり、 c としては、

$$t_f = c - d \cdot \tau_f \quad (c, d: \text{定数})$$

を用いことができる、したがって、無支持時間 t_f が長いほど c が小さくなるから、土圧力 P は大きくなる”としている。

これらは特定の工法や、限定された地質条件の下での議論を一般化した結論へと導いたために生じた混乱であり、実際には、すべての場合に、ここにあげたすべての要因が大なり小なり関係しているものと考えられる。

§7 地山分類による支保の設計

何人かの研究者により、地山分類とそれによる支保の概略設計、推奨設計が発表されている。これが正しいならトンネル支保の設計計算などする必要はなくなるかもしれない。しかし、これもまだ完全なものではない。ここでは分類法の優劣を論じるつもりはないので、どんな要因で分類しているのかを調べ、それらの要因が力学的にどのような意味があるのか後で検討して見ようと思う。主要因としては、

- ・岩石の本来の強度
- ・岩石の種類(火成岩、堆積岩、変成岩など)
- ・割れ目、不連続面の数、または間隔、RQD など
- ・割れ目、不連続面の平滑さ、凸凹の具合
- ・割れ目、不連続面とトンネル軸とのなす角度(差し目、流れ目、水平層、鉛直層)
- ・割れ目の開き(密着から数 cm の開きまで)

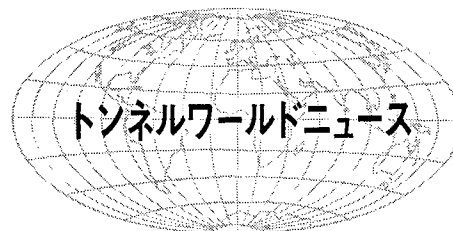
- ・割れ目に粘土などが詰まっているかどうか
- ・湧水があるかどうか(水量、水圧)
- ・弾性波速度
- ・弾性波速度の風化による新鮮岩に比べての低下度
- ・地山の比強度(地山の強度/土かぶり圧)
- ・掘削工法(爆破工法か、TBM などの機械掘削か)
- ・支保工を設置するまでの放置時間
- ・トンネルの大きさ、切羽の大きさ
- ・風化の程度
- ・地山の自立時間
- ・ハンマーで叩いたときの反応(高い澄んだ音、にぶい音、ハンマーが喰込む)

粒度分布、均等係数、バインダー含有率(土砂の場合)多くの地山分類法は、これらの要素の中のいくつかを取り上げ、それらの評点をつけ、それを組み合わせて総合点をつけ、地山を5階級くらいの等級に分けている。はたして地山を一直線上に並ぶように分類してよいのかどうか、基本的な点にも問題があり、簡単に優劣を決めることもできない。しかし、これらの要素が何らかの地山の性質をあらわしていることは確かであり、参考にしておく意味はあると考えられる。

一方、弾性計算、弾塑性計算では地山の強度(c , ϕ)と弾性係数(E , ν)、それにトンネルの寸法、かぶり深さくらいしか考えないが、これも少し単純化しすぎているようである。

参考文献

- 1) ティモシェンコ：材料力学史、1953(川口昌宏訳、鹿島出版会、1974)。
- 2) K.チェッキー：トンネル工学、1969(島田隆夫訳、鹿島出版会、1971)。
- 3) K.Szechy：The art of tunnelling, Akademiai Kiado, Budapest, 1973。
- 4) K.Terzaghi：Rock tunneling with steel support の序文。Terzaghi, K.; Procter, White; Rock Tunneling with Steel Support の第1章(1946)として書かれた論文 Rock defects and loads on tunnel supports (1946) The Commercial Shearing and Stamping Co。
- 5) 坂本貞夫：トンネル鋼アーチ支保工、山海堂、1971。
- 6) 小島康司：地下空洞の安定性の評価に関する考察、資源・素材学会誌、1989、12。
- 7) Terzaghi, K.: Theoretical Soil Mechanics (1948)
- 8) K. Terzaghi & F.E. Richart, Jr.: Stresses in rock about cavities, Geotechnique, vol. 3, 1952. John Wiley and Sons.
- 9) Spangler, M.G.; Underground conduits—An appraisal of modern research, Transactions of ASCE, Paper No. 2337, vol. 113, 1948, pp 316-374。
- 10) 土質工学会：コルゲートメタルカルバートマニュアル
- 11) 松尾稔・堀内孝英：Marston-Spangler 理論の設計への適用に関する研究、土質工学会論文報告集、Vol. 15, No. 2, 1975, 6。
- 12) B.B.Broms H.Benneemark: Stability of clay at vertical openings, ASCE Soil & Found. Div. Jan. 1967。
- 13) テルツァギ・ベック：土質力学 丸善
- 14) 村山朗郎：トンネル土圧、1966、土木学会、第3回トンネル工学シンポジウム。



(社)日本トンネル技術協会
国際委員会国内広報ワーキング

ノルウェーの水力発電所建設で TBM 掘進記録を更新

北部ノルウェーの Svartisen 水力発電事業が現在、Statkraft, State Power Boardにより建設されている。

5 台のロビンスTBMが稼働し、うち3台が新しい高推力タイプとなっており、ノルウェーの掘進記録を更新している。

1990年11月、径4.3mのカッターヘッドをもつロビンスTBM (1410-252) が日進90.2m、週進360.5m、月進1,143mを達成、週あたりの労働時間(4人編成)は102.5 hrであり、うち掘進時間が50%を占める。また、他の径3.5mのTBMは、一方あたり55.5mを達成した。

新型TBMは32t推力カッターと、最新の483mmディスクカッターを装備しており、Svartisenにおいて硬い雲母片岩、石英斑岩、花崗岩を掘進するために取り入れられた。

径3.5mのTBMは、ロビンスに Merkraft・NCC-JV(AE, HE, AS) から発注されている。483mmディスクカッターを装備したTBMは、将来、中央ノルウェーの Meraker 水力発電事業に使われる予定であり、Palaa, Torsbjörka間の10kmを掘進する。この事業は、Nord-Trondelag Electristets-verk によるものである。

このTBMは、1930~1974年にノルウェーにおいて、ロビンスTBMにより施工された全工事量に相当する175 kmを1991年の Svartisen 事業完成により掘進することになる(WN, 91-4)。

ハワイでトンネル工事が始まる

アメリカのフロンティア・ケンパー建設(Frontier-Kemper Constructors)をスポンサーとし、同社がマネージングする国際的な建設業者6社で構成されるJVは、ハワイ諸島・オアフ島で延長1マイルのトンネル2本の掘進を島の西側から開始した。

ハイク・トンネル(Haiku Tunnel) およびその取り付け道路工事はホノルルとカネオヘ間をハイウェイで

結ぶクーラウ山系(Koolau Range)横断プロジェクトの一環をなすもので、請負金額はUS\$ 108,500,000である。工事は主としてUS連邦ハイウェイ管理局(US Federal Highway Administration)の出資で実施されるものである。ハワイ州運輸局では工事を2工区に分割したが、その設計および工事監理は両方ともパーソンズ・プリンカー・ホッフ・ヒロタ・ホノルル社(Per-sonns Brinkerhoff Hirota Associates of Honolulu)が担当している。

ハイク・トンネルは、そのうちの一つの工区で、下り(ホノルルから)トンネルは延長3,332フィート、上りトンネルは3,242フィートである。トンネル断面は幅約45フィートの変形馬蹄形で、トンネル掘進は発破工法で行われる。

第2の工区、すなわち、ハルワ・トンネルおよび取り付け道路区は現在、島の東、ホノルル側から掘進されている。この工区は本年の初めにJV、“H-3 トンネラーズ”に発注された。このJVはデイルング・ハム社のハワイ浚渫部門(Hawaiian Dredge Division of Dillingham Corporation)と日本の大林組で構成される。

フロンティア・ケンパー社をスポンサーとするJV、すなわち、トレイラー・ボロス社(Traylor Bros), ウェイス・フレイターグ社(Wayss & Freytag), ベトン・モネルバウ社(Beton und Monierbau), ホノルルのEE・ブラック社(EE Black)などで構成されるJVは、ハイク側の坑門を約70%完成し、下りトンネルの560フィート、上りトンネルの340フィートをアトラス・コブコ製のジャンボを使用して掘進した。

玄武岩質溶岩とクリンカー層を掘進するこのトンネルはL=14ftのスウェレックス・ロックボルトと吹付けで1次支保され、吹付け表面にシートを張り付けて、厚さ14inの現場打ちコンクリートで2次覆工される(T&T, 91-3)。

高速道路 A20 のフォークストン・ トンネル工事が始まる

イギリスの高速道路A20のフォークストン〜コートウッド間の工事が開始された。当工事は、1990年末にバルフォア・ベティ・シビル・エンジニアリング社(Balfour Beatty Civil Engineering)が英運輸省から請負金額£ 27,300,000. で受注したものである。

工事は6kmの2車線の道路トンネルを2本併設するもので、NATMで施工される。トンネルの南側坑口はTMLの開削トンネルとホーリイウエルで近接する。

モット・マクドナルド(Mott Macdonald)社が当工事のコンサルタント・エンジニアで、1993年春に完成

土木情報 No. 219

今月の主な入札結果
(7月11日～8月10日)

事業主体	工事名	請負会社	請負額 単 位 百万円
北海道開発局	229号神恵内村大天狗T	三井・協成・藤信JV	1,824
"	新礼文華T	飛島・北興・清水JV	185.2
関東地方建設局	川崎国道一羽田第1Tその2の5	大林・清水JV	2,008.5
"	" 其の1の5	大成・飛島JV	2,945.8
"	江戸川一国道6号推進管	大成建設	772.5
近畿地方建設局	神戸弁天共同溝	大成建設	1,670
中国地方建設局	番町共同溝(3工区)	清水建設	515
"	相生第2T(その2)	東亜建設工業	525.3
鉄公・関東	東葉・海神T(夏見)	大成・東亜JV	2,839
"	リニア山梨実験線・笹子T(東)	前田・鴻池・不動・アイサワJV	3,203.3
"	" 初狩T	奥村・勝村・東鉄JV	973.35
"	東葉・飯山満T	間・古久根JV	847.69
農用地公団・沖縄	砂川地下ダム止水壁(その1)	大林・間・大米JV	1,174.2
東京都・建設局	神田川・環状7号線地下調節池その3	清水・西松・フジタ・大日本・日産・三幸JV	5,945
都・水道局	南浄水所～小金井市貫井北町送水管その2	大豊建設	975
都・下水道局	中野幹線その4	戸田・五洋JV	1,408
"	大田区仲六郷3・4丁目付近枝線	佐田建設	660
"	竹芝幹線その1	清水・西松・熊谷特JV	2,070
"	霊岸島幹線その3-2	前田建設工業	841.8
"	文京区弥生1丁目、千駄木1丁目付近枝線	佐藤工業	740.5
"	呑川幹線その46	飛島建設	1,290
"	目黒川幹線雨水吐その4	若築建設	470
"	第2多摩川幹線その6	西松・竹中・小田急特JV	2,415
和歌山県	戸津井漁港関連道路(仮称)衣奈T	大豊・初島JV	885
"	田能浦漁港関連道路(仮称)田野浦T	森本組	535
奈良県	天理連絡送水管第2工区	奥村・佐藤JV	1,972
"	" 第7工区	フジタ・森JV	1,230
川崎市	六ヶ村堀1号雨水管線(その1)	熊谷・神奈川セミシールドJV	761.68
横浜市	西部処理区下和泉幹線(その2)	熊谷・イワキJV	719.97
藤沢市	国補第1工区弥勒寺雨水1号幹線(その2)	鹿島建設	873
名古屋市	東山雨水調整池	大成・五洋・浅沼・太平JV	1,277.2
豊中市	3年度中央幹線景観水路(1工区)	フジタ	815
神戸市	垂水処理場排水管	前田建設工業	503
西宮市	公共下水道(大社1号幹線)	鴻池組	695
"	" (大社4号幹線)	日本国土開発	830
下関市	安岡綾羅木汚水幹線第2工区	フジタ・東洋・関門港JV	1,398.74
"	長府汚水幹線第4工区	清水・大本・下関JV	934.21
"	" 第5工区	鹿島・アイサワ・日東JV	1,045.45
大阪府・阪南町	黒田尾崎雨水幹線	西松・日宝JV	1,080
帝都高速度交通営団	7号線後楽工区	大成・竹中JV	7,879.5
"	" 本郷工区	西松・三井JV	7,488.1
神奈川県広域水企	内径1,500mm送水管(田浦・武間)(その1)	前田・三菱・勝村・芦沢JV	2,360.76
"	" (その3)	フジタ・加藤組JV	1,109.31
関西高速鉄道	片福連絡線・桜橋シールド	熊谷・清水・大豊JV	7,200
北海道電力	奥沙流発電所第1工区(ダム、導水路)	鹿島・飛島・荒井JV	
"	" 第2工区(導水路)	大成・西松・伊藤・鉄建JV	
"	" 第3工区(発電所、放水路)	佐藤・地崎・大林・戸田JV	



わかりやすいトンネルの力学(2)

福島 啓一

第3節 NATMの考え方

§8 はじめに

NATMはその発展の過程でL.von Rabcewiczの考え方を中心に、F.Pacher, L.Müller, K.Sattler, J.Golser, その他の多くの人の協力により理論と実際の施工要領とがつくり上げられてきた。しかし、当事者たちには理論よりも計測と経験による実証を積み重ねながらこの工法を改良して行くと言う傾向が強く、必ずしも明確でわかりやすい理論の筋が通っているわけではない。むしろ、一部には宗教的とも見られるほどの所説もあって、反NATM論者から攻撃されることも多かった。また、現在でも改善され進歩しつつある工法なので多くの論文をつなぎ合わせて見ると、お互いに矛盾しているところや筆者によって意見が違っているところもある。

そもそもNATMは理論だけから生れた工法ではなく、より以上に実証的な経験に基づいている工法なのである。ただ、経験を解釈するにあたって、岩盤力学的考察を交えて行ったというに過ぎない。

そこで、この工法の創始者L.v.RabcewiczがF.Pacherと共同で書いた晩年の論文“Die Elemente des Nöt und ihre geschichtliche Entwicklung (新オーストリア工法の基本と、その歴史的発展1975)¹⁵⁾”を骨子とし、他の論文で補いながら筆者なりに整理してNATMの原理をまとめて見ると次のようになる。

同論文でNötの基本としてあげているのは、

- ①せん断破壊説
- ②変形による圧力の低減—二重シェル構造
- ③吹付けコンクリート
- ④アンカーボルトの打設と地山支持リング
- ⑤計測
- ⑥支持リングの閉合の時間効果
- ⑦経験的寸法の決定法

であり、別項目として

* 飛島建設(株)技術本部技術企画部担当部長

⑧地山分類法

を説明している。しかし、これはいささか次元の異なるものを同列に列挙した感じがしないでもなく、科学的トンネル掘削工法の創始者が書いたものとしては余り筋がよく通っていないので、筆者なりに整理して見ると次のようになる。

(1) 岩盤力学的な基本事項

- ①せん断破壊説
- ②変形による圧力の低減—二重シェル構造と地山応答曲線(Fenner-Pacher曲線)
- ③地山のゆるみ防止—主に吹付けコンクリートの作用
- ④地山の補強—主にアンカーボルトの作用
- ⑤地山挙動の時間依存性—支持リング閉合時間の効果

(2) 支保工の設計法

- ⑥せん断説による支保工の寸法決定
- ⑦経験的寸法決定
- ⑧計測による修正
- ⑨地山分類法—地山区分別の標準設計

従来、日本では数学的な取り扱いができる②と⑥の項目が大きく紹介されて、他は付け足し程度に見ている人が多いようであるが、その他の項目も数式などができていないからと言って決して無視してはならない項目である。そして、一方ではMüller¹⁶⁾のNATMの22の原理などの余りにも文学的、哲学的な表現がもてはやされたりする。工学に余りにも文学的な表現を持ち込むと迷信に近くなるし、数学一辺倒では数式、数値で表現しきれない複雑さ、今後の研究、発展の種になる未知の分野を切り捨ててしまうことになる。

この論文はRabcewiczの晩年のものであり、多少系統立てて説明しようと試みているが、それが新鮮さを

15) L. v. Rabcewicz, F. Pacher : Die Elemente der Neuen Österreichischen Tunnelbauweise und ihre Ogeschichtliche Entwicklung, sterreische Ingenieur Zeitung, 18. Jg./Heft 9, 1975

16) L. Müller, u. F. Pache : NATMに関する基本的な考え方と原理(桑原弥介訳), 土木施工, 1979, 6

失わせている傾向がある。余り整理しすぎて新鮮さをさらに失わせないように用心しながら次にこの順に従って説明する。

§9 セン断破壊説

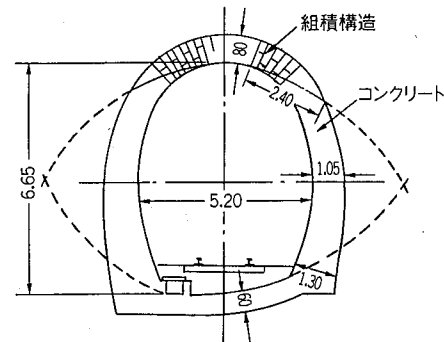
万有引力が地球上のすべての重量ある物に働き、地球上のすべての物は上から下へ落ちようとする。地下に空洞を掘削したとき、空洞の上の地山もやはり下に落ちようとし、これを防いでいる支保工や巻立てコンクリートに圧力を働かせていると考えるのはきわめて自然なことである。このように荷重は上から下向きに働くと考えられたので、むかしのトンネル巻立ての設計はアーチ式石橋と同じような考えで設計された。しばしば天端は薄くアーチ台のところは厚い巻立てが採用されていた。側圧のことはあまり考えていない、せいぜい鉛直圧力に側圧係数 $k=0.2\sim0.5$ くらいをかけたものが水平方向の圧力と考えられていた。岩質がよければ側圧はゼロと考えられていた。したがって、インバートアーチは一般に設計されなかった。

1932年から1940年まで、L. v. Rabcewiczはイラン横断鉄道の北線建設工事に主任技術者として参加していたが¹⁷⁾、そのうちの36号トンネル（ループトンネル、単線）では、とくに激しい土圧に悩まされた。工事は底設導坑先進のベルギー式工法（逆巻工法）で行われたが、施工中にも押木が座屈し、上半のずりを底設導坑に落とすジョーゴ孔の坑木が座屈し、スプリング高さに1.5m間隔に設けた80×40cmの鉄筋コンクリート切梁も破壊された。この強大な土圧はすべて側圧であり、側壁下端は最大70mmも押し出され、インバートコンクリートを打設してやっと安定させることができた。

しかも、巻立てが完了し、鉄道が開通してからも圧力は増大したようで、1年半後に図-9・1に示すようなせん断ひびわれが発見された。このひびわれは、コンクリートやコンクリートブロックの中を貫通してやや曲がって走り、縁はナイフの刃のように鋭く尖っていることがボーリングによって確認された。

そのほか、Rabcewiczは、Mohrの実験、PacterとWhiteの本¹⁸⁾に紹介されている例、爆撃による衝撃で壊れたWienの防空ごうの例、アメリカ工兵隊の実験の例（図-9・2）、フランス電力のイゼール谷のトンネルの例などをあげ、トンネルの土圧で真に恐るべきは鉛直方向の土圧ではなく水平方向の側圧であること（真の圧力 echten Gebirgsdruck）、そのとき、地山は側壁部がくさび型にせん断されて押し出されてくること、その場合、

17) L. v. Rabcewicz : Aus der Praxis des Tunnelbaues... Einige Erfahrungen über echten Gebirgsdruck ... Geologie und Bauwesen, 27, H. 3-4, 1962



ひび割れ沿いのボーリングの結果、丸型は図示のようにせん断されていた。わずかに曲がったひび割れ面はナイフのように鋭い縁があり、一部はB225に相当するコンクリートの中を貫通し、その他のところではコンクリート製のレンガによる高強度の組積構造のアーチを通っているが、いささかもその方向は変わっていない。

図-9・1 イラン横断鉄道No. 36 Kehrトンネルにおける典型的なせん断破壊

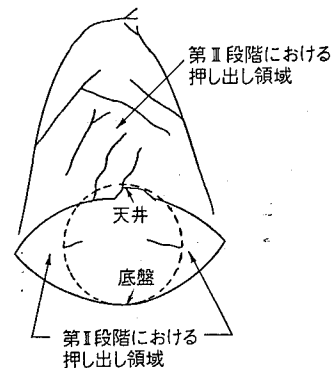


図-9・2 動的荷重（爆発）による変形（アメリカ工兵隊の実験によるトンネルの破壊状況）

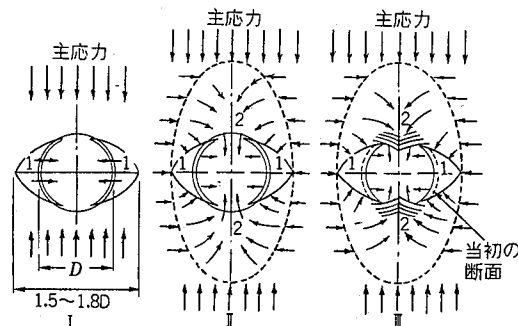


図-9・3 応力再配列による空洞部のまわりの破壊の機構的進行過程やその状況の概念図

インバートコンクリートを施工するのがもっとも有効な対策であるが、さらに強大な圧力が働いた場合にはインバートのついた十分な支持力のある巻立てコンクリート

はせん断で破壊されるが、このような破壊は非常にゆっくりと起こるのであまり危険ではないことを提唱した（もち論、鉛直方向に働くゆるみ土圧を知らなかったわけではないが、それは主に下手な施工に基づくもので防止できると考えていた）。これを実証するために1966年、Grazの工科大学で実験を行い、薄い巻立ては曲げモーメントによってではなく、せん断力によって破壊することを実証した¹⁹⁾。また、いくつかの実験のトンネルのせん断破壊例から逆算して土圧の大きさを推定している¹⁸⁾。

多くのトンネルの破壊例からみて、せん断破壊は図-9・3のように3つの段階をへて起こるとしている¹⁷⁾¹⁸⁾¹⁹⁾。まず、トンネル両側のクサビ型の部分がモール面（等角直線「そう」線、または対数螺旋とも呼ばれる）に沿ってせん断されてトンネル内に押し出されるが、押し出される方向は主応力の方向（つまり鉛直方向）と直角（水平方向）になる（I）。そのため、スパンが大きくなり、天井や底盤を中心方向に押し出すように動き始めさせる（II）。ついで、この動きはますます強くなり、岩石は持続する横応力により座屈し、トンネル内空へ押し出してくる（III）。

せん断破壊について重要なことは、厚い巻立てのときに生じる曲げ破壊よりも、薄い、たわみやすい巻立てで生じるせん断破壊の方が耐荷力が大きいこと、せん断破壊は一般にゆっくりと起こり、しかも、ある程度破壊が進むと自己安定するので、もしトンネルが破壊されても、中で働いている人にはなんらの危険も及ぼさないことであるとしている。イラン鉄道はせん断破壊が始まってから数か月間もそのまま運転していた¹⁷⁾。

（前期Grazの工科大学で行った実験の際は、せん断破壊は急激に起こり、爆発に似た音を伴ったという。鉄筋コンクリートの梁の設計ではせん断破壊は急激に起こり、非常に危険であるとして、梁は必ず曲げ引張りで破壊するように設計する。現場と実験とは違うが、現場でも急激にせん断破壊が生じる可能性は、Rabcewiczは述べていないが、残っている）。

◎土圧は鉛直に働くのがなんら疑う余地のない真理とされてきたし、Terzaghiも鉛直圧力に側圧係数（0.2～0.5くらい）をかけたくらいの水平圧力しか考えなかった。Richartと共同で書いた論文²⁰⁾では、円形や楕円形の空洞の側壁を通る鉛直線沿いのせん断力を一所懸命に計算しているほどであり、もっぱら心配していたのは地山が真上から落ちてくることだけであった。これから考えると、水平方向から押してくるなど、これはRabcewiczの大発見である。この考え方の転換がどのくらい革命的かはNATMが広く普及した現在でも、まだよく

理解されていないようである。

◎Rabcewiczも鉛直方向からゆるみ土圧が働くことを知らなかったわけでも、無視したわけでもない。ゆるみ土圧はそれほど大きくもなく、また、ゆるみを減らすと減るので大問題ではないとして、真の土圧の方を強調しているのである。しかし、皮肉なことにNATMが実用化され大トンネルに応用されると、天端からせん断される例が数多く見られるようになった（例えば、Tarbella²⁰⁾²¹⁾、Tauern²²⁾²³⁾、Arlbergなど）。これは支保工や施工順序との関係もある現象のようである。

◎プレートテクトニクスや大陸移動説から初期地圧（トンネルを掘るなどの工事をする前の地圧）は水平圧力が卓越しているという意見や、実測値も見掛けるが、Rabcewiczの説はあくまで初期地圧は鉛直方向から働いているときに、トンネルは水平方向から押し出されるというのである。この説によれば、鉛直圧が卓越しているところのボーリング孔でも水平から押し出される。現在、初期地圧を求める方法としては、普通はボーリング孔の中にひずみゲージを埋め込み、さらに大きな径で、その外側をボーリングして、そのときの計測値を弾性解析して初期地圧を逆に求めているので、上記のような場合は水平地圧が卓越していると言う答えになる。しかしながら、水平地圧が卓越しているという実測値も本当に信用してよいかどうかちょっと考え直す必要がありそうである。

鋼支保工にひずみゲージを張って計測し、地圧を逆解析で求める方法がかなり行われたが、その結果は、水平圧力が卓越しているという結果がかなり多く出されている（新清水トンネルなど）。支保工の変状例でも横から押された例が多い。

これも、初期地圧そのものが水平圧力が大きいとは断定できない。

- 18) L. v. Rabcewicz : Stability of tunnels under rock load, Water Power, 1969, June/July/August, 1969.
- 19) L. v. Rabcewicz : The New Austrian Tunnelling Method, Water Power, Nov./Dec, 1964 & Jan, 1965.
- 20) L. v. Rabcewicz, J. Golser : Application of the New Austrian Tunnelling Method to the underground works at Tarbella, Water Power, Sep/Oct, 1974.
- 21) L. v. Rabcewicz, J. Golser u. E. Hackl : Die Bedeutung der messung im Hohlraumbau. Teil II, Der Bauingenieur, 47, Heft 8, August, 1972.
- 22) L. v. Rabcewicz, J. Golser u. E. Hackl : Die Bedeutung der messung im Hohlraumbau, Teil I, Der Bauingenieur, 47, Heft 7, Juli, 1972.
- 23) L. v. Rabcewicz, J. Golser u. E. Hackl : Die Bedeutung der messung im Hohlraumbau, Teil III, Der Bauingenieur, 50, Heft 10, 1975.

§ 10 変形による圧力の低減—二重シェル構造

トンネルに働く荷重は地山の性質により一律に決まるものではなく、施工の上手、下手により変わる。

とくに支保工が多少変形することにより、低減できることは、かなりむかしから経験的に知られていたようである。この原理を積極的に利用したものに可縮支保工があるが、これは1950年代末から用いられていた。その他にも可縮性コンクリートブロックライニングを用いた例などもある。

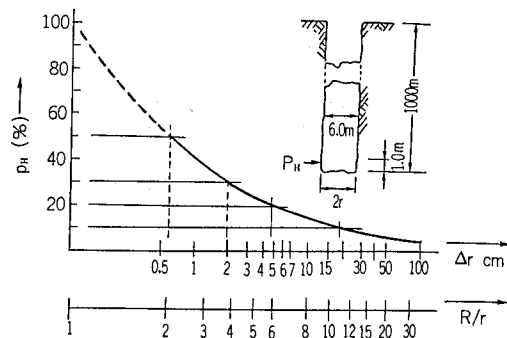
R. Fennerは、 $\phi 6.0\text{m}$ の深さ1,000mの立坑の掘削において変形の許容とそ性領域の生成によって必要な支保工反力が減少することを報告している(1938)²⁴⁾(図-10-1)。そして、そ性領域の半径 R と支保工反力 p_i との間には次式のような関係があるとした。

$$p_i = c \cot \phi + [c \cot \phi + p_0(1 - \sin \phi)](a/R)^{2 \sin \phi / (1 - \sin \phi)} \quad (10.1)$$

ここに、 p_i : 必要な支保工反力、 c : 地山の粘着力、 ϕ : 地山の内部摩擦角、 p_0 : 地山の初期地圧、 a : トンネルの半径。

これは、図-10-2のようなそ性領域ができることにより、切線方向の応力 σ_t の最大値がトンネル壁面より奥の方で生じるために、そ性領域の幅 R が大きくなると、トンネル壁面では切線方向の応力 σ_t が小さくなり、つまり半径方向の応力 σ_r 、つまり支保工に働く荷重 p_i が減るためである。

上記の式は、Talobre²⁴⁾やKastner²⁵⁾も著書の中で紹介しているが、Rabcewicz²⁶⁾はFenner-Talobreの式、またはFenner-Talobre-Kastnerの式として引用している。この式を粘着力 $c=0$ として、支保工に働く荷重と地山の初期荷重の比 p_i/p_0 を内部摩擦角とそ性領域の関数として求めると図-10-3のようになる($c \neq 0$ だと p_0 の値ごとに図をつくる必要があるが、このように簡略化したものであり、傾向は同じである)。これより、そ性領域を広げて行くと(R を大きくすると)支保工で負担しなければならぬ荷重の割合は急速に減って行くことがわかる。これは、見方を変えれば、このそ性領域で荷重を負担している、またはトンネルが壊れるのを防いでいるとも考えられるので、Rabcewiczは、そ性領域のことを保護領域と呼んで、この保護領域を上手につくることが新工法の要点とした。NATMは地山自身



(Fennerによる) 記号、立坑 $2r = \phi 6.0\text{m}$ 、 $H = 1,000\text{m}$ 、 $\lambda = P_H/P_0 = 0.354$ 、 $P_0 = rH = 2,400\text{t/m}^2$ 、 R = 保護領域の半径、 Δr = 内空押し出し量

図-10-1 ゆるみ変形の関数としての半径方向応力の減少

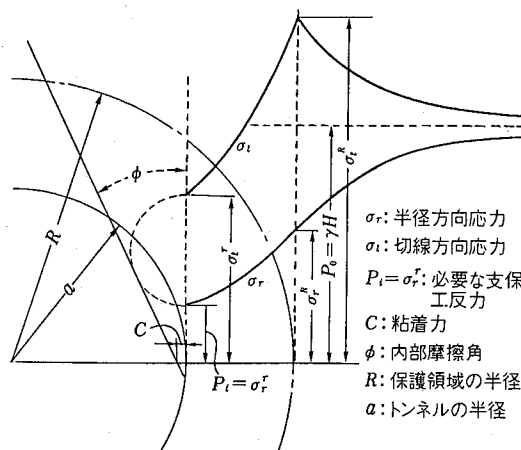


図-10-2 トンネル周辺の地山内応力の分布

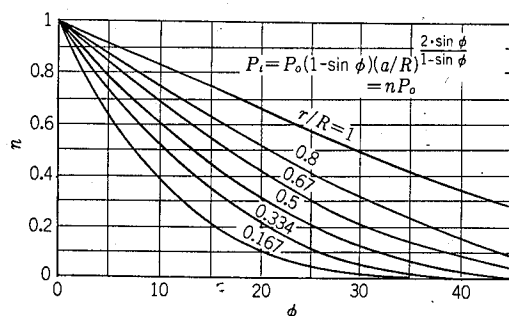


図-10-3 ゆるみ域の拡大に伴う圧力の低下を求めるグラフでトンネルに働く荷重を支持する工法だと言われることもあるが、それも、この保護領域のことを指しているのである。

そ性領域 R を大きくして行くと、トンネルの内空変位 Δa も大きくなるので(FennerもRabcewiczもその計算式を示していないが)、 c 、 ϕ 、 p_0 を一定にし、縦軸

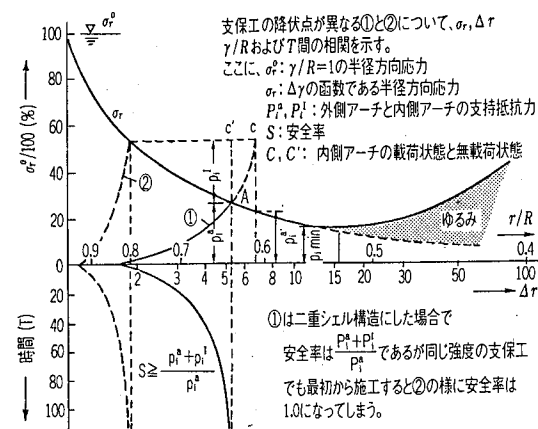


図-10-4 $\sigma_r - \Delta r$ 曲線の模式的表示

に荷重 p_i を、横軸にそ性領域の幅 R 、または内空変位 Δa をとると、図-10-4のような右下がりの曲線が得られる。これより、内空変位を許してやれば、支保工に働く荷重はだんだん減り、ついにはほとんどゼロになってしまうことがわかる。

ただし、上記の計算は軸対称の(静水圧状態の)荷重を考えており、地山の自重による影響を無視している。また、地山の強度係数 c 、 ϕ は降伏後も変わらないとしている。F. Pacherはトンネル内空近くでは変形の進行に伴いトンネル内空面近くから地山はゆるみ、 c 、 ϕ は減少してゆく。このゆるんだ地山は自分の自重を地山のアーチ作用だけでは支えられなくなるため、この曲線は最後まで右下がりになるのではなく、途中から再び上昇を始めると考えた。つまり、ゆるんだ部分の重量は荷重になると考えた(図-10-4で影をつけた部分)。そうした必要な支保工耐力 p_i が最小になるところより少し左側をねらって施工するのが安全であり、もっとも経済的であるので、この新工法(NATM)の要点であるとした。

これより c 、 ϕ をなるべく低下させないこと(地山をゆるませないこと)と、計測管理をしながら施工して $p_{i \min}$ の近くになるようにすることが大切なことが導かれる。このように、単に計算式を導くのではなく、その計算式を現地に生かしたことにNATMの偉大さ、斬新さ、革命性があったのである。

右上がりになる曲線の計算法をRabcewiczは発表していないが、P. Egger²⁶⁾、Hoek & Brown²⁷⁾はそ性域の地山の自重全部をFennerの式に上乘せする式を示している。Talobre²⁴⁾はCaquotとKeriselの解を紹介しているが、これはゆるんだ地山のアーチ作用も考慮しており、より正確な式である。また、Rabcewicz²⁶⁾はチューリッヒ工科大学と協力して有限要素法を使ってこの曲線を求めようとしたが、右上がりの部分は得られなかった

と報告している。

保護領域ができ、その内側の地山重量がトンネルの支保に荷重として働くという考え方はTrompeterやProtdyakonovの考え方に似ている。ただ、Trompeter zoneの外側で全土圧を受けてしまうわけではなく、真の土圧がその内側まで働いてくるとしたところに彼の一大進歩があったのである。

以上は静力学的な説明であるが、現実はまだ少し複雑である。つまり、時間という計算に入っていない要素が働いてくる。“保護領域の形成は掘削後かなりゆっくりと時間をかけて起こるが、 c 、 ϕ の低下は掘削とほとんど同時に、または短い時間内に起こる。”したがって、ただ単に変形を許すだけでは恐ろしいゆるみを生じさせ、旧工法となら変わらなくなってしまう。“この複雑な状況に対してもっとも有利な支保工”としてRabcewiczが考えた要件は、“①まず第1に、新たに露出した岩をできるだけ早く覆ってやることであり、②第2に、恐ろしいゆるみに抵抗する十分な表面抵抗力を持つことである。③第3には、そのうえ十分な保護領域をつくれるようにたわみやすいことである²⁸⁾”。

このような要求を満足するものとしてRabcewiczが考えたのは、まず“補助アーチ”と呼ぶ、安全率は1.0ぎりぎり(つまり、必要最小限の厚さしかなく)、十分にたわみやすい薄肉のコンクリート巻立てを掘削後、ただちに施工し、計測を行って応力の再配分が行われ、保護領域が十分に形成されたのを確認した後に、つまり、地山の動きが落ちつき、収斂して、十分安定した後に2次巻立て(支持アーチ)を施工し、安全率を所定の値まで高める方法である²⁹⁾。

第2次大戦中、RabcewiczはLoiblトンネルの試験工区で、この工法を試みた³⁰⁾(まだ、吹付けコンクリートは実用化されていなかったため、掘削後なるべく早く型枠を組んで梁部と、その間の地山との間に隙間をあけてある薄い巻立てを施工した。もち論、インバートをつくってリングを閉合した)。この経験をもとに、さらに考察を進めて、1948年にRabcewiczは一つの新しいトンネル施工法として特許申請をした。この申請書はNÖT(またはNATM)と命名される14年も前のものであるが、NATMの特色をほとんど備えていると考えられるので、要点を次に引用する(文献²⁸⁾より)。

『トンネル掘削の進行に伴って比較的弱いコンクリー

26) P. Egger: Einfluss des Post-Failure-verhaltens von Fels auf den Tunnelausbau unter besonderer Berücksichtigung des Ankerbaus, 1973

27) E. Hoek & E. T. Brown: 岩盤地下空洞の設計と施工, 1980 (小野寺透, 吉中龍之進, 齊藤正忠, 北川隆 訳, 1985, 土木工学社)

24) J. Talobre: La Mécanique des Roches, Dunod, Paris, 1957 (進藤一夫訳, 森北出版, 1966)

25) H. Kastner: Statik des Tunnel-und Stollenbau, Berlin-Göttingen, Springer-Verlag, 1962 (金原弘訳, 森北出版, 1974, ただし, 1970改訂版の訳)

トの補助アーチを施工する。トンネルのインバートはすみやかに、最終的に必要な強度のものを施工する。いくらかの時間が経過した後に補助アーチの変形を測定して、地山圧力が減少したか、または平衡状態に達したことを確認したならば、支持アーチを施工する。補助アーチの変形を測定することにより、支持アーチに必要な補強鉄筋量を定めることができる。

条件がよいとか、地山がよいとかで、補助アーチの変形が測定できないほどであれば鉄筋は用いないとか、あるいは支持アーチそのものをまったく作らないこともできる。補助アーチと支持アーチの間には絶縁層を施工する。場合によっては、コンクリート製の支持アーチのかわりに、別の材料のアーチ構造を採用することもできる。

ただし、この当時用いた「補助アーチ」と「支持アーチ」と言う呼び方は、後で「外側アーチ」と「内側アーチ」という呼び方に改められた²⁸⁾。これは、表面処理をした(ロックボルトと薄いコンクリートで補強をした)地山リングという合成構造は単なる補助構造などではなく、もっとも重要な支持要素であるという認識が生れてきたからである(1965年のDie neue österreichische Tunnelbauweise以降)。ただし、この変形を許す考え方は具体的な数字が示されておらず、かなり小さな変形量や短いリング閉合時間を主張するL. Müller³⁰⁾³¹⁾と、かぶりが大きいときは相当量の変形を許し、インバート閉合も必ずしも早くしない方法を主張するL. v. RabcewiczやJ. Golser³²⁾との間に激しい論争が行われたこともある。

たわみやすい支保工には、もうひとつ曲げモーメントを小さくするという効果もある。K. Sattler²⁹⁾は、地山に密着した薄いコンクリートには、例え集中荷重が働いたとしてもわずかな曲げモーメントしか発生しないことを計算で示した。コルゲートパイプなどのたわみやすいパイプカルバートの設計では、土圧は曲率半径に反比例すると仮定し、壁体には圧縮力のみが働くとして設計することがあるが(Whiteの圧縮リング法)¹⁰⁾、薄い吹付けコンクリートでもほぼ同じように考えてよい。Rabcewicz¹⁸⁾は当時、Graz市の下水道で用いられていた厚い剛性の高いコンクリート管と、薄いコンクリート管とを土の中に埋めて圧縮試験を行い、後者の方が強度が大きいこと、前者は曲げモーメントで壊れるが、後者はせん断で壊れることを確かめている。

◎この節での考え方の問題点は、Fenner-Pacher曲線(地山応答曲線)の計算法、とくに必要最少支保工反力 p_i とそのときの変位 Δa の求め方が示されていないことにある。値が具体的にわからなければ、支保工の反力

p_i が最小になるところより少し左側を狙うなどといっても実行のしようがないし、計測で最小値のところがなかったときには、そこを通り過ぎてしまっていることはもちろんで、下手をすると、事故が起きてからわかるということにもなりかねない。

NATMの神髄であるはずの適切な量の変形を許すことが、この基準なくしてはできない。精神はわかっているが、具体的に信号や標識がなくは迷子になる。Rabcewicz自身も、この欠点はよく知っていたであろうが、当時では、どうしようもなく、そこに経験的設計法を導入せざるを得なかったであろう。しかし、やみくもに経験だけで判断するのと、現象の基本にこのような原理があることを踏まえて経験や計測の結果を判断するのでは天地ほど違う結果が生ずる。多少、式がおかしいとか、安全率が1ギリギリではおかしいという議論は枝葉末節である。

しかし、NATMについての論争があるのは、この値が不明確であり、お互いに水掛け論をやっているからであろう。

今後はなるべく計算などに基づいて $p_{i, min}$ の点を求めるように努力すべきであろう。

◎土圧が働いて壊れそうになっているトンネル、あるいは壊れたトンネルの復旧にあたって、支保工をさらに強力なものにすべきか、あるいは強度は同じくらいでよいから、さらにたわみやすいものにすべきかは、実際問題として議論の別れるところである。例えば、日本では鋼管の中にスパイラル鉄筋を入れ、モルタルを注入した強力な支保工が開発されている。これに対して、たわみやすい支保工を提案したところに、トンネルを地山全体から把えた素晴らしい発想があり、世界的な新工法の開発に繋がったのであろう。

Fennerの式そのものには少し間違いもあるし(後で詳しく説明する)、 c 、 ϕ の低下や自重の計算が入っていないことは物足りない面もあるが、この式は地山の本質のもっとも大切なところを把えている。

これにより、膨張性地山などと呼ばれ、恐れられていたところに数々のトンネルがこの新工法で掘られ、素晴

28) L. v. Rabcewicz, & K. Sattler: Die neue Österreichische Tunnelbauweise, Bauingenieur, Jg. 1965, H. 8

29) J. Golser: The history of NATM, ACI Shotcrete in underground structure (St. Anton) 1979

30) L. Müller: The reason for unsuccessful applications of the New Austrian Tunneling Method, Int. Tunnel Symp. Tokyo, 1978

31) L. Müller: Removing misconceptions on the New Austrian Tunneling Method, Tunnel and Tunneling, Oct. 1978

32) J. Golser: Another view of the NATM, Tunnel and Tunneling, March, 1979

らしい成功を収め世界中に普及するものとなったのである。

◎FEM計算で $p_{i, min}$ が求められなかったのは、FEM計算の中に c 、 ϕ の低下、時間の影響などの項が入っていないのであるから当然のことである。この事情は、いまほとんど変わっていないのに、なおFEMがよく用いられているのはなぜだろうか。

§11 地山のゆるみ防止一主に吹付けコンクリート

地山をゆるませてはいけないというのはトンネル屋の鉄則である。多少とも地質の悪いところでトンネルを掘ったことのある人で、これを身にしみていない人はあるまい。したがって、地山と支保工の間に隙間ができることを何とか避けたいという願いは多くの人が持っていたはずである。したがって、モルタル吹付け—ガナイト—をトンネルの支保工に使った例は、この工法が開発されてまもないくらい古くからあったようである。Rabcewiczもイラン横断鉄道の工事のとき(1934年ころ)ガナイトを吹付けて、早期に地山のゆるみを防ごうと考えたが、高価であり、取り止めたと言う¹⁹⁾。第2次大戦後、コンクリートも吹付けできるようになり、スイスのMaggia発電所の水路トンネルなどで大成功を収めた(1951~55年ころ)のに刺激され、Rabcewiczは補助アーチの施工にこの方法を採用した。

トンネルの荷重として多くの人がゆるみ荷重に眼を奪われているときに、Rabcewiczが横から押し出してくる真の土圧に着目できたのは、ゆるみ荷重は防止できると見通しがあったからであり、その具体的な手段が吹付けコンクリートであったのである。すなわち、彼は木製支柱式支保工、いわゆるオーストリア工法、アメリカ式鋼アーチ工法、ロックボルト工法でのゆるみ高さの比較をして、一般の地質ではほぼ B 、 $B/2 \sim t$ 、 $t/2$ になるとしている³⁰⁾。ここに、 B :トンネル幅、 t :1発破掘進長、ロックボルト工法よりさらにゆるみが少ない工法として吹付けコンクリートは位置づけられているのである。

L. Müllerは、吹付けコンクリートの岩盤力学的効果はトンネル掘削後、ただちに割れ目を封印してゆるみを避けることにありと指摘したという。また、地山と表面改良材との間に結合作用が働き、これによって、周辺地山も一緒に荷重を負担するようになることも述べた¹⁹⁾。地山そのものを支保工とする哲学から当然生じてくることである。

Rabcewiczは、吹付けコンクリートに過大な期待をすることは避けるべきであり、大断面のトンネル、地質的にむずかしいトンネルで、吹付けコンクリートの厚さ

33) L. v. Rabcewicz: Effect of modern constructional methods on tunnel design, Water Power, Dec. 1955, Jan. 1956

を厚くして、これに対抗しようとすることは経済的でないのみならず、失敗をする。このような場合は、計画的に打設したアンカーを併用する必要があると述べている。彼があくまで強く主張していることは、この高価な材料の使用目的(Methodnen den Oberflächensicherung, 表面安定化)を正しく知って使うことが大切で、いたずらに厚い吹付けコンクリートを使うことは工費の無駄使いであるばかりでなく、かえって効果のないこともあるということである。ゆるみが始まる前に施工することや、必要なたわみやすさを持つことが重要であるとしている¹⁹⁾(後で計算式の説明をするのでわかると思うが、計算上は吹付けコンクリートの支持力はかなり大きい。しかし、あくまで適当な量だけ地山を変形させて、作用地圧を減らし、吹付けコンクリートはゆるみ防止を主目的にすべきだというのが彼の考え方の方である)。

非常に地質が悪く、土かぶりも深い場合には薄い吹付けコンクリートであっても十分に保護領域をつくらせるだけの変形ができない。Fennerの式で計算して見るとわかる必要変形量にならない。Rabcewiczは、Tauernトンネルの施工にあたって吹付けコンクリートに、たて方向の隙間を設けることによって、この問題を解決した²⁹⁾³⁰⁾。つまり、ゆるみを防ぎながら見掛けの弾性率を小さくすることができた。

吹付けコンクリートのゆるみ防止効果については、Rabcewiczも、その他の人も、実験も行わず計算式も提案していない。しかし、Rabcewiczは、論文の各所で「絶対に地山をゆるませないように施工することが大切である」「NATMでは在来工法に比べて大幅にゆるみが少ない」「許容されないゆるみを防止することは“新オーストリア工法”の重要な要件である」²⁸⁾などと説明しており、数値的には表わしていないが、吹付けコンクリートのゆるみ防止の効果を重視している。しかし、これは当時の技術水準では数字で表すことができなかっただけで、言葉のうえでは矛盾する変形を許すことと、ゆるみを防ぐことのきちんとした技術的な説明ができないことにRabcewiczが自分でもいらだちながら説明を進めているようである(ゆるみ防止の程度によって、Fenner-Pacher曲線が変る。図-11・1参照)。

ゆるみ防止でもう一つ大切な要素は、掘削後なるべく早く吹付けコンクリートを施工することである。そのため、断面の分割法や掘削に要する時間なども細かく検討している。NATMの初期のころのMassenbergトンネル(図-11・2)では、上半、下半とも、吹付けコンクリートを施工するのにぎりぎりの、ごく狭い部分を掘削したら、ただちに吹付けコンクリート支保を施工している¹⁹⁾¹⁹⁾。しかし、これは余りにも能率が悪いので、後

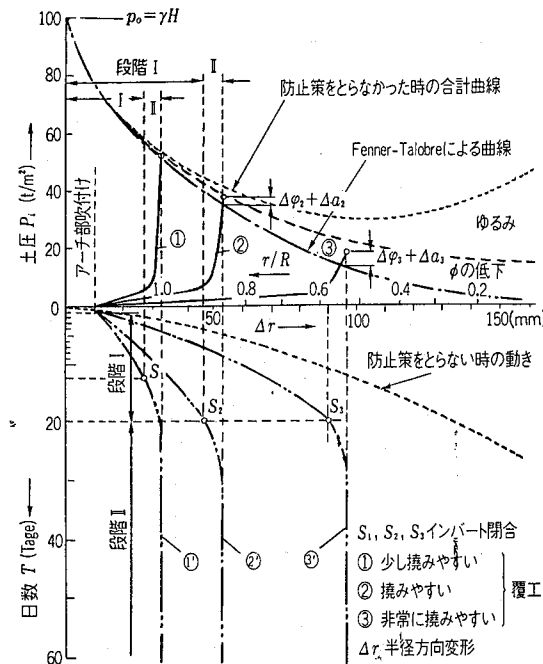


図-11-1 種々のたわみ性支保工に対する P , ϕ , R , Δr および T の関係の概念図

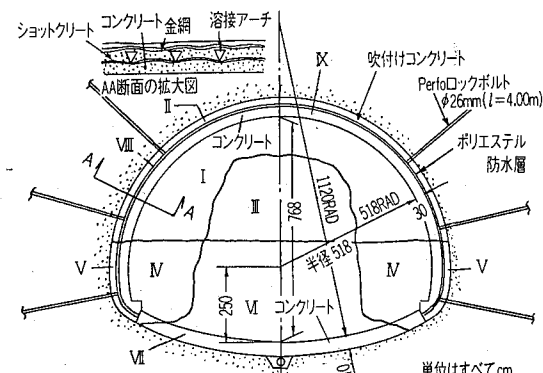


図-11-2 南オーストラリアの道路トンネルの施工順序

で施工順序が相当変わってきているが、どのくらいのゆるみなら実用上差支えないかが実績によりわかってきたためと思われる。筆者の経験では、第一平石トンネルの施工計画でJ. Golserと打合わせをしたとき、最初に感じたのは文献にはなかなか表しにくいゆるみ防止を実際の施工現場のなかにどう組込んで行くかという問題が大事だということであった。

§ 12 アンカーボルトによる地山の補強—地山支持リング

もともとアンカーボルト（または、ロックボルト）は主に発破、その他でゆるんだトンネル周辺の岩石を、地山深部のゆるんでいない健全な岩盤に結びつけ、吊り下

げる作用をするもの——つまり、無支保工では不安もあるが、支柱式やアーチ式の支保工を用いたのでは、もったいないほどの比較的よい地質のところに用いる経済的な支保工と考えられ、アメリカ、スウェーデンなどの鉱山関係を中心に広く用いられてきた。また、広い梁間では、ほぼ水平な天井を持つ鉱山では、水平な地層を相互に結び付ける梁形成効果を期待して使われていた。

Rabcewiczは、これらの考え方に反対し³⁴⁾、切羽のすぐ近くでアンカーボルトを規則的に打設し、金網、または吹付けコンクリートでボルト間のゆるみを防げば、ボルトで補強された地山が一種の地山アーチをつくり、荷重を支持することを提唱した。これを地山支持リング Gebirgstragringと呼んだ。

1952年ころ、RabcewiczはブラジルのForcacava発電所（後にニロ・ペカンハ発電所と改名）で、この考えを実施し大成功を収めた³⁵⁾。すなわち、ひどく破碎された地山中に掘った圧力トンネル（ $l=420\text{m}$, $A=44\text{m}^2$, 42° 斜坑）や地下発電機室（24m幅）をボルトと金網で支保して掘削した。この場合、ボルトは切羽のすぐ近くで地山のゆるみがまだあまり進まないうちに打設することが大切であるとしている。

しかし、このころの計算式はまだゆるんだ部分をつり下げることで行っている³⁶⁾（図-12-1）。

さらに進んで、Rabcewiczは粘着力のほとんどない砂質土も、アンカーボルトにプレストレスを入れれば支保できるのではないかと考え、実験を行って（1955年頃）、その効果を確認した³⁶⁾。規則正しい間隔で放射状に打設されプレストレスを与えられた（または、地山の応力再配列によって引張り応力が働くようになった）アンカーによって地山中に一つのアーチができる。金網、または吹付けコンクリートで表面を防護されたアーチ—地山支持リング—は、ボルトによる拘束力によって力を高められているほかに、空洞が壊れようとするときに生じる斜めのせん断面の発生をボルトが防ぐ効果もある。岩塊相互のかみあい外れるのをふせぎ、つまり地山がゆるむのを防ぐ効果も大きい。

アンカーで補強された地山支持リングは、曲げ変形に対する抵抗剛性が小さいので、たわみやすい支保工として理想的であり、また、変形に伴って部分的に耐力が低下することがほとんどないので、強大な偏土圧などを受けてもトンネルの形状は保ったまま、内側に押し出され

34) L. v. Rabcewicz : Bolted support for tunnels, Water Power, Apr. May, 1954

35) L. v. Rabcewicz : The Forcacava Hydro-Electric Scheme, Water Power, Sept. Oct. Nov. 1953

36) L. v. Rabcewicz : Modellversuche mit Ankerung im Kohesionlosen Material, Die Baumtechnik, Jg. 1957, H. 5

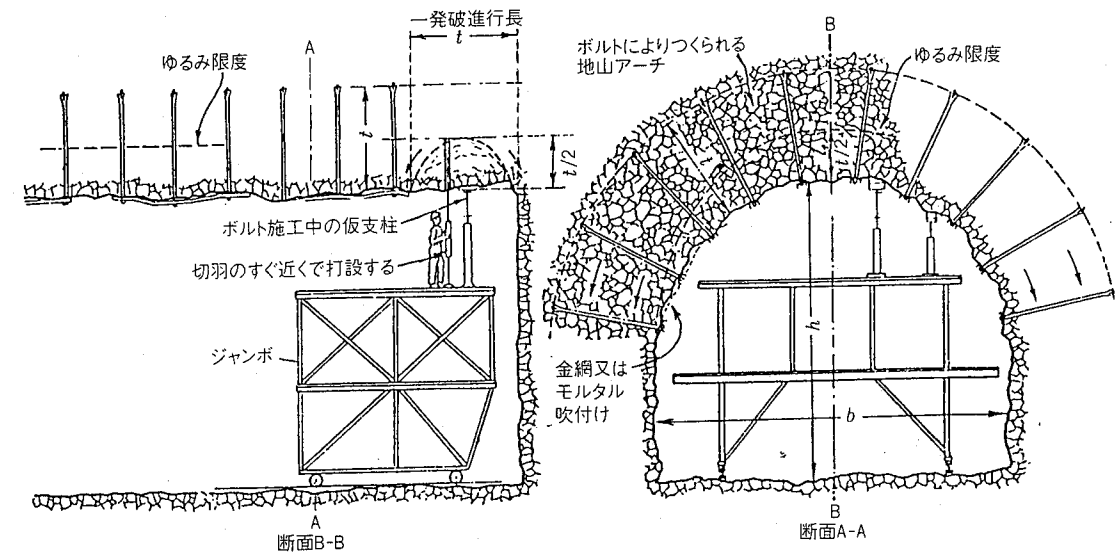


図-12-1 ボルト支保 $l/2$ の部分がゆるむとして、その重量をつり下げられるボルトを設計している。この図でもう一つ注目すべき点は、ジャンボの上から仮支柱を立て、ゆるみ防止を行っていることである。

てくるという特色がある。鋼材、木材、またはコンクリート巻立てで支保したトンネルは支保工部材の弱点部で破壊または降伏し、その時点で支持力は半減するし、一般に大きな変形（形状の変化）を生じる。これに比べ、アンカー支保工は最初は吹付けコンクリート支保などに比べて変形を抑える能力は小さいが、変形がかなり大きくなっても剛性があまり低下せず、また、全体が同じ形を保ったまま変形するのが特色である（その分、変形量を抑える能力は小さいので、吹付けコンクリートなどうまく組み合わせる必要がある）。

アンカーを打設した支持リングの抵抗力について最初に正当な評価を行い、計算式も示したのはTalobre³⁷⁾である。次に、これを紹介しよう。

“ロックボルトによる山留め支保工が、普通の支保工と異なっているのは、それがアンカーの作用によって地山の中に追加の応力を生じさせている点だけであり、この追加応力が人工的に圧力帯を構成するものである。ロックボルトは、ボルトの長さと同じくらいの厚さの岩層を切線方向にも半径方向にも締め付ける作用をする。半径方向圧縮力が増大すれば、ロックボルトで締め付けられた領域の力が釣り合うことは容易に理解することができる。また、ゆるんだ岩の特性曲線からロックボルトによって得られる改良の程度を予想することも可能である。しかし、ロックボルトを効果的に使用するにはいくつかの注意を払う必要がある。

1) 用いるアンカーの寸法と長さは、岩盤の性質に適した種類のものでなければならない。一般に堅固でない岩盤に施工するロックボルトは、より小さな間隔で配置

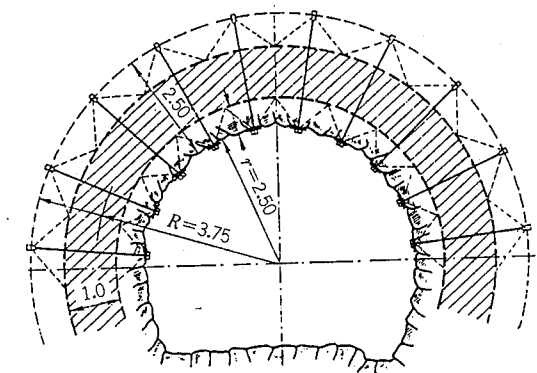


図-12-2 ボルトで補強された地山アーチ（Talobre³⁷⁾による）されねばならず、また、その長さも長くなければならない。塑性のある地山にはロックボルトは不適當である。

2) ロックボルトで作られた荷重を支える岩盤アーチの厚さは、予想される荷重を支えるのに十分なものでなければならない。

3) ロックボルトの長さは、少なくともロックボルトの平均間隔と岩盤アーチの厚さの和以上でなければならない。

4) ボルトは、できるだけ規則的に配置しなければならない。周壁の外表面の状態を見てボルトの配置を決めるのは誤りである。

ロックボルトの計算は、岩盤アーチの計算と同じようにして行う。まず、岩盤アーチが受ける応力の値を計算する。次に、その応力状態によって岩盤アーチが破壊するかどうかを特性曲線によって検討する。

【計算例】 3t/m^2 の大きさの力が支保工にかかる場合を考え、これをロックボルトで支えることにする。トンネルの内径は、アーチ部分で2.50mとする。2.50mの長さのボルトによって、厚さ1.0m、外径3.75mの岩盤アーチができる。このアーチには、 $T=Pr=3 \times 3.75=11.25\text{t}$ の軸力が働く。岩の特性曲線 (σ_1 と σ_3 の関係) から、少なくとも 2t/m^2 の半径方向応力が必要になる。これより、1本あたり4.5tでプレストレスしたボルトを1.5m間隔で打設すればよい。安全率を2とすれば、9.0tの力でプレストレスすればよいであろう。”

NATMでは、そ性のある地山にロックボルトを用いて大きな効果をあげたが、そこまで予見はできなかったようである。しかし、それ以外の指摘はいまはほぼ正しい。

Rabcewicz³⁷⁾はまた、層状の岩盤にロックボルトを使った場合の計算式を次のように示している(図-12・3参照)。

45°に傾斜した地層にロックボルトを用いるとする。図のように記号を定めると層境で滑ろうとする力と、そこに働く摩擦力が等しいと置けるので、次式が成り立つ。

$$(\text{作用力}) = \frac{H}{\cos \phi} \cdot \sin(\alpha + \phi) \cdot \cot(\alpha + \phi) - P \sin 45^\circ$$

$$= (\text{抵抗力}) = \frac{H}{\cos \phi} \cdot \sin(\alpha + \phi) \cdot \tan \phi + P \sin 45^\circ$$

これを解くと、ロックボルトに作用する力は次のように求められる。

$$P = H \cdot \frac{\sin 45^\circ}{\cos \phi (1 + \tan \phi)} \cdot [\cos(\alpha + \phi) - \sin(\alpha + \phi) \cdot \tan \phi]$$

37) L. v. Rabcewicz : Die Ankerung im Tunnelbau ersetzt bisher gebräuchliche Tunnelbaumethoden, Berg-und Huttenmännische Monatshefte, 1961, 5-6

38) G. Feder : Zur Wirkungsweise der Systemankerung von Hohlraumvauten in isotropen festem Gebirge, Berg-und Huttenmännische Monatshefte, 1976/4

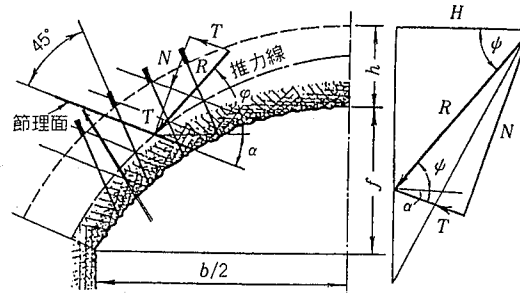


図-12・3

ここに、 H は地山アーチ天端に働く水平力で次式により求められる。

$$H = \frac{\gamma \cdot h \cdot b^2}{8f}$$

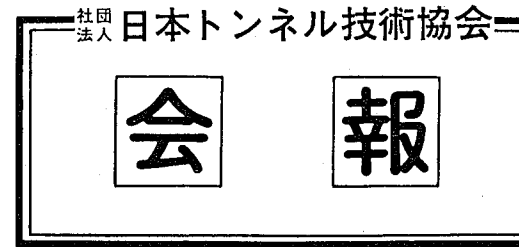
ここに、 γ : 地山の密度、 ϕ : 地山の内部摩擦角、 α , h , b , f は図参照。

Feder³⁸⁾は、せん断すべり面と交わっているボルトがすべりに抵抗すると考えた計算法を提案している。

Sattler, Rabcewicz と Golser の唱えた計算法については、§14で詳しく紹介する。

以上は土かぶりの深いところのトンネルの場合であるが、地下鉄などのかぶりの浅いトンネルではボルトなしで設計される例が多い。荷重が小さく、地表面の沈下を厳しく制限されるような場合は吹付けコンクリートを主にした支保工を用いるべきである。

ボルトの使用限界としてTalobreはそ性地山を除外しているが、Rabcewicz³⁹⁾は“その地山に削孔ができ、また、その部分の地山が発破をかけた後数時間はそのまま、または削岩ジャンボの上につけた支柱で一時的に支保をただけで自立するならばほとんどのすべての地質のところでロックボルトは使える”としている。



1. 会員の現状

	6月25日現在	7月25日現在
正 会 員	2,040名	2,040名
団体会員	282名	282名
個人会員	1,758名	1,758名
名 誉 会 員	1名	1名
計	2,041名	2,041名

2. 委員会の開催状況(7月1日~31日)

①調査研究関係委員会

◎契約積算委員会

ITA契約リスク分科会：7/25(上野幹事長ほか6名)作業部会報告および課題を検討

◎施工技術委員会

防水シート分科会：7/26(立石俊一主査ほか13名)報告書(案)を検討

吹付け幹事会調査分科会：7/16(寺本勝三主査ほか4名)アンケート調査分析方針を検討

同 材料分科会：7/16(田沢雄二郎主査ほか4名)作業方針を検討

都市トンネル小委員会：7/24(小山隆紹委員長ほか22名)テキスト原稿およびプログラム案を検討

同 幹事会：7/24(上野仁幹事長ほか6名)テキスト原稿を検討

ロックボルト特別小委員会打合せ：7/23(上野正高主査ほか15名)「評価」取りまとめ方針を検討

全断面掘削特別小委員会幹事会：7/23(上野正高幹事長ほか20名)作業方針を検討

超大断面道路トンネル特別小委員会：7/26(今田徹委員長ほか44名)作業内容を検討

同 作業部会：7/2(石村利明幹事ほか19名)作業方針を検討

3. 国際会議の開催予定

会 議 名	開 催 日	場 所	主 催・共催者
第7回岩盤力学における国際コンgres	91.9.16~20	アーヘン(ドイツ)	ISRM
第18回ITA総会および国際コンgres(トンネル建設における新世界に向けて)	92.5.16~20	アカプルコ(メキシコ)	国際トンネル協会 メキシコトンネル協会
第2回国際コンファレンス(Hydropower '91)	92.6.16~18	リルハマー(ノルウェー)	ノルウェー技術士協会
第19回ITA総会および国際コンgres(岩石および土砂トンネル工事)	93.4.18~22	アムステルダム(オランダ)	国際トンネル協会 オランダトンネル協会

◎研究開発委員会：7/10(西松裕一委員長ほか17名)国内、海外文献速報を検討

◎保守管理委員会

老朽化対策特別小委員会打合せ7/16(白井慶治幹事ほか2名)「健全度判定」原稿作成方針を検討

同 作業部会：7/23(三浦正彦主査ほか9名)報告書一次原稿を検討

◎ECL設計特別委員会作業部会：7/3(榎本文勇幹事ほか16名)指針案原稿を検討

計14回開催 211名出席

②運営広報関係委員会

◎国際委員会

国内広報ワーキング：7/23(宮崎修輔幹事長ほか7名)ワールドニュースを検討

対外広報ワーキング：7/9(宮崎修輔幹事長ほか10名)「トンネル工事の現況」90年版テーマを検討

◎会誌委員会：7/11(橋本定雄委員長ほか11名)8月号の会誌と3か月計画を検討

◎事業委員会：7/18(福岡祥光委員長ほか18名)催物計画の準備経過報告

計4回開催 50名出席
合計18回開催 261名出席

4. 平成3年度催物事業案内

催 物 名	開催月日	人数	備 考
(見学会)			
欧州技術調査	91.4/6~19	40	終了済
香港・台湾現場研修会	91.7/20~27	18	終了済
第2布引、舞子トンネル現場研修会	91.8/1, 2	40	終了済
加久藤トンネル現場研修会	91.9/5, 6	40	締め切り
国分川水路トンネル現場研修会	91.9/11	40	締め切り
札幌地区現場研修会	91.9/19, 20	40	地下鉄、北海道開発局
神奈川地区現場研修会(発表会)	91.11/ 22	40	締め切り
第28回(山岳)施工体験発表会	91.12/5	200	案内中
第29回(都市)施工体験発表会(講習会)	91.12/6	200	案内中
泥水・土圧シールドの掘進管理手法(講演会)	92.1/23	200	
吹付けコンクリートに関するフォーラム(映画会)	91.5/20, 23	345	終了済
札幌地区特別講演と映画の会	92.2/28	300	

＜好評発売中＞

わかりやすいシールド技術入門 佐々木道雄著

A5判 178ページ 定価2,678円(本体2,600円)

シールドの施工技術については、推進技術だけでなく、最近では礫処理や急曲線の施工技術から地中接合や切掛け技術まで非常に多彩である。これらの施工法や施工技術は日進月歩の勢いで研究、開発され、さらに発展が続けられている。本書では、これらの施工技術のうち、基本的な事項について、できるだけわかりやすいように心掛けて記述している。

申込先=土木工学社 〒162 東京都新宿区岩戸町16番地 メイジャー神楽坂 電話 03-3267-2888(代)

表として小野紘一氏が数名ののど自慢?を従えて登場し、「赤とんぼ」を合唱。これにあきたらず、ポルトガル代表に歌を強要した。女性地質工学者をはじめ、恥じらいながらも情緒豊かに披露されたのはさすがであった。これもポルトワインの効果か?……

短時間のうちにもいろいろな出来事があったが、開放的に親しみやすい人間性に加え、昔日の面影、近代的な顔、郊外のさわやかなリゾートの寛ぎと3拍子揃った素晴らしい国、ポルトガルであった。最後に、小森団長より感謝を込めた挨拶があり、次の目的地フランクフルトへと旅立った(酒井邦登)。

8. おわりに

出発前から予想されていたことではあったが、やはり今回の旅はハードスケジュールであった。しかし、逆に充実した旅であった証左であるということもできよう。

出発は上野の夜桜見物の人出が賑わいだしたところであり、季節のずれでヨーロッパ大陸ではいまだに冬と覚悟しての参加であったが、南仏では空と海が碧く、パリではマロニエの並木が芽吹きだしていた。しかし、ロンドンではやはりロンドンらしく肌寒い日々が続く、遠路持参

したコートがようやく役に立ち、エリをたてながらクラシックスタイルそのままの黒塗りのタクシーに乗り込み、夜路ホテルをめざすこともあった。

多くの温かい人々に出会えた旅でもあった。美しく有能な女性技術者の活躍もしかとこの目で確かめることができた。言葉の障害も、意欲と情熱で乗り越えることができることも学んだ。

帰国後しばらくして、英仏海峡トンネル本坑貫通のニュースに触れた。とたんに目の前にサンガットの工事基地の情景が思い起こされ、フェリーで渡った海峡の潮風がよみがえった。

多くの美しい風景に出会えた旅でもあった。岩山の頂から見下ろした碧い海に囲まれたモナコの町並み、工事現場にたどりつくまでに巡ったフランスの農村風景、風の吹きすさむ中、しっかりと咲いていたロカ岬の草花などがいまでも目に浮かぶ。

もち論、トンネル技術に関する見聞、情報も団員一人ひとりがどっさりを持ち帰ったことはいうまでもない。

最後に、関係各位のご支援、ご協力に対し厚くお礼申し上げます(鶴巻栄光)。

E. フック・E. T. ブラウン共著

Underground Excavations in Rock

岩盤地下空洞の設計と施工

理学博士小野寺透・工学博士吉中龍之進・斉藤正忠・北川隆 共訳

B5判・442頁・上製本 定価10,094円(税込み)(¥360円)

本書は、地下空洞の設計と施工に係わる豊富な実務経験に裏打ちされている著者らがきわめて多くの現場を例題として取りあげて、多数のデータを縦横に駆使して説明している。また、基礎と原理はできるだけ詳しく、やや難解な問題は図表を用いて簡潔に説明する工夫が随所にみられ、トンネル技術者が身につけ、あるいは理解しておくべき基本事項を平易に、かつ体系的にまとめた入門書である。

<主要目次>

第1章 計画時に考慮すべき事項 第2章 岩盤分類 第3章 地質資料収集 第4章 地質資料の図式表示 第5章 地下空洞周辺の応力 第6章 岩石および岩盤の強度 第7章 地下空洞の破壊機構 第8章 地下空洞の支保の設計 第9章 ロックボルト、ショットクリートと金網 第10章 地下掘削における発破 第11章 計測 付録1 大規模地下空洞に関する文献目録 付録2 等測図法のための図表 付録3 単一空洞周辺の応力分布図 付録4 2次元境界要素応力解析 付録5 材料定数の決定法 付録6 地下におけるくさび解析 付録7 単位換算表

株式会社 土木工学社

〒162 東京都新宿区岩戸町16 メイジャー神楽坂
電話 (03) 3267-2888 (代) 振替東京 1-190072



連載講座

わかりやすいトンネルの力学(3)

福島啓一

§13 地山挙動の時間依存—リング閉合時間の重要性

一般に、力学は静力学と動力学に分けられるが、動力学は慣性力を伴った現象、天体の運動、振動などを扱い、トンネルや橋、建物など一般の構造物を扱う静力学では時間の影響は無視するのが慣例である。

しかし、現実のトンネルを考えると、時間の影響を無視できないことは少しでも工事を経験した人ならすぐに分かることである。

Terzaghi⁹⁾も時間を伴う現象に強い興味を持ち、現象を報告して、その重要性を説いている。しかし、それに対処する施工法を考えたり、岩盤分類の荷重表にこれを入れるところまではいかなかった。

この点を Rabcewicz はとくに重視し、支保を設置する時間と場所について細かい議論を展開している(ロックボルトの項参照)。その他、インバートを閉合する時間の大事なことを説いている。

掘削と時間についての考えるべき項目は、

- ① 掘削から支保工設置までの時間
- ② 導坑掘削から巻立て完了(インバート閉合)までの時間
- ③ 巻立て後の地山内の応力再配分と土圧の増加

このうち、第1項はロックボルトの項で扱っているもので、ここでは主にインバート閉合までの時間について述べる。

従来のトンネル力学では、荷重は上から下へ鉛直方向に働いてくると考えられていたので——そのうえ、施工上の都合もあって——インバートアーチの施工はトンネル工事の最後に行われるのが常であったし、道路や鉄道用のトンネルでは永久にインバートアーチはつくられないトンネルも多かった。もちろん、特別な場合として側圧が強く働くトンネルも知られていて、そのときは、インバート部に切梁を入れながら施工したり、盤ぶくれの起きるようなトンネルではむかしでもアーチや側壁コンクリートの施工後、なるべく早く、切羽の作業を中止し

※飛鳥建設機技術本部技術企画部担当部長

てもインバートアーチの施工を行っていた。

Rabcewicz はもち論、側圧を主要な圧力と考えたからインバートアーチを重視したし、戦前(1942年ごろ)の Loibl トンネル試験工事でも、1948年の特許申請書でもインバートアーチを入れるのを原則とした。1960年ごろ施工した Massenberg トンネルでは、トンネルの変形はインバートアーチを施工してリング閉合すると急速に収束に向かうことを計測によって確認し、早くインバート閉合することの効果が大いこと証明¹⁰⁾とした(図-13・1参照)。

(側圧が働くとき、アーチの剛性は、インバートを閉じることにより急に増えるので地山の動きが止まる。図-11・1の支保工の特性曲線がインバート閉合後、急に立ち上がるのは、これを表している)。

Massenberg トンネルや Schwaikheim トンネル(1964年ごろ施工)では、切羽からリング閉合まで、時間にして3~4週間以内で仕事が進められた。L. Muller は、この閉合時間を短くすることを強調し¹⁰⁾、初めて NATM を都市の地下鉄工事に応用したフランクフルト・アム・マインの地下鉄工事(1969~1971年)においては、単線並列のφ6.65mの円形トンネルで、この時間を9hrまで短くした。こうしてシールド工法よりもさらに地表地下の少ない地下鉄工事を実施することができた。

ミュンヘンの地下鉄工事(複線工事)においては、側壁導坑を先進させることによって、実質的にはリング閉合時間がほとんどゼロの施工法を採用し、さらに沈下量を少なくすることができた。

しかし、このようにリング閉合の時間を短くすることは、地山の応力解放を妨げ、荷重の大部分を支保工に負担することになるので、かぶりが深いトンネルでは必ずしも勧められない。Rabcewicz は、Tauern トンネルの工事で吹付けコンクリートに縦方向の隙間を設けて、ゆるみを防ぎながら地山の応力解放は許すというむずかしい要求を満足させている。つまり、制御された応力の解放を行わせ、Fenner-Pacher 曲線の支保工荷重 p_i

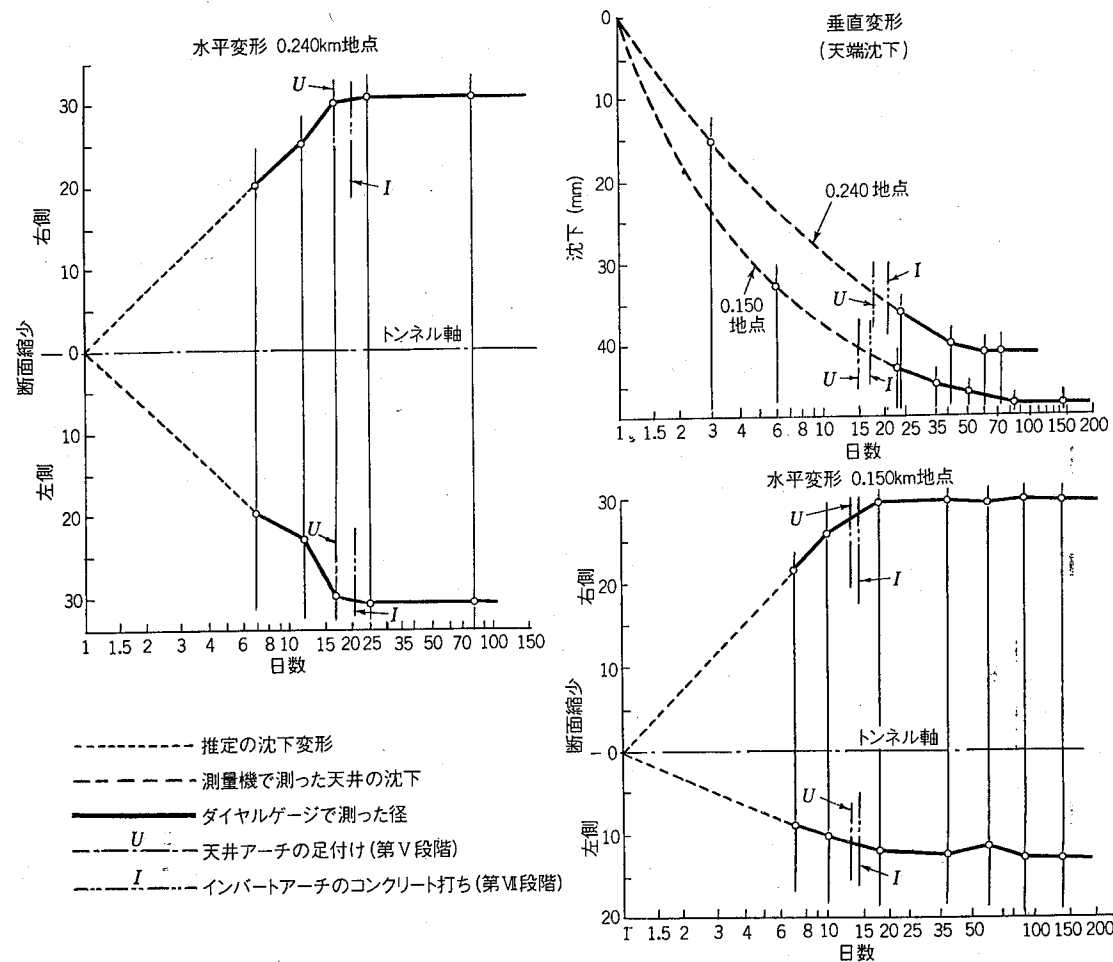


図-13-1 補助アーチの時間による水平および垂直変形の曲線

最少点の近くでトンネルの平衡がなり立つように試みている(計算で、 $p_{i, \min}$ の点が求められないのに、どうしてその点をねらった施工管理ができるのか、理詰めで考えようとする人にはなかなか納得できないようであるが)。

この議論は、L. Muller^{30,31)} はかなり異論があるようで、変形量は小さいほどよいともとれる議論を展開し、J. Golser³²⁾、その他はこれに反論している。

地山挙動の時間依存については、内空変位量の時間的変化が地山応答曲線(図-10-4のFenner-Pacher曲線)の下半分を示されているが、あまり詳しい説明は与えられていない。

また、地山のゆるみとの関連もあるはずだが、これもあまり詳しい説明はされていない。

§14 セン断破壊説

Rabcewiczはトンネルの破壊例、実験結果、その他を基にしてセン断破壊の理論を導いたが、数学的取扱についてはK. Sattler, F. Pacher, J. Golserなども

協力している。しだいに発展、改善されてきており、一つの論文でわかりやすく説明したものがないので、以下に、各論文^{18),20),39)}を組合わせて、また、多少補足して、まとめてみた。

(1) この設計法は、次のような仮定からなり立っている。

1) トンネルは、水平方向からの押し出しによってセン断破壊される。セン断面は、主応力の方向に対してモールの包絡線から求められるセン断面角 $\alpha = 45^\circ - \phi/2$ の方向に走っている。したがって、軸対称応力状態を仮定すれば、セン断線は等角屈(そう)線(対数螺旋と呼ぶこともある)になる。これは、常に円の切線に対して $\alpha = 45^\circ - \phi/2$ の方向に走る螺旋である。

2) 軸対称応力状態で諸計算を行っている。トンネルは円形で、全円周にわたって同じ支保工を行っており、支保工反力は等分布圧力として考えている。地圧は鉛直方向土圧も水平土圧も等しい。つまり、岩石の自重は考えず、上下、左右から同一の(軸対称の)外圧が働く地山

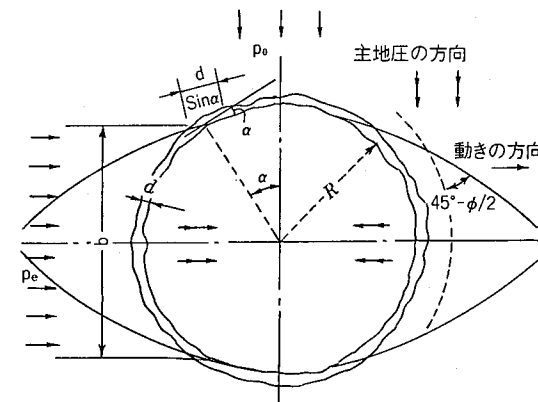


図-14-1 セン断破壊の仮説(RabcewiczとSattlerによる)

中に掘られたトンネルを想定している。そのため、主応力は切線方向および半径方向になる。

3) 外圧 p_0 は γH (地山密度 $\times$ かぶり深さ) $+ p_i$ (造山運動などによる残留応力)とし、実際に支保すべき荷重 p_i はトンネル内空を適度に変形させることにより、外圧 p_0 より減らすことができるとしている。 p_i は初期^{17),20)}にはFenner-Talobreの式(10.1)により、後には^{20),21)}FEMで計算しようとしている。また、トンネルの破壊例や計測結果からも推定しているようであるが、詳細は発表されていない。“科学的、経験的な設計法”という言葉で説明されている。

Fennerの式は、外圧 p_0 から地山自身の支持力を差引いてトンネル内空面の圧力を計算する式であり、地山そのものの支持力を計算して、これと比較しても意味がないように思われる。まして、吹付けコンクリートの裏面で測った圧力計での計測結果と比較しても無意味である。Fennerの式を用いるのであれば、 $p_R = \frac{p_0 - 2\sigma_{cd}}{m+1}$ を採った方がよい(この式については、弾塑性計算のところで説明する)。

4) 変形に伴ない地山の強度 c 、 ϕ の低下が生ずるため、変形量がある限度を越すと荷重は再び増え始め、 c 、 ϕ の低下した地山部分の自重が荷重として加わるとしているが、計算式などは発表されていない。Egger²⁰⁾、Hoek & Brown²⁷⁾はそ性域の自重分を加えている。

5) 支保工の耐力は、地山アーチ分、吹付けコンクリート分、ロックボルト分、鋼アーチ支保工分や金網分を別々に求めて加え合せている。

6) 地山の支持アーチは、ロックボルトで補強された厚さ分だけが有効としている。これは、それ以外の岩盤の負担分は外圧 $p_0 = \gamma H \pm p_i$ から作用荷重 p_i を計算する

39) L. v. Rabcewicz J. Golser: Principles of dimensioning the supporting system for the New Austrian Tunnelling Method. Water Power, May 1973.

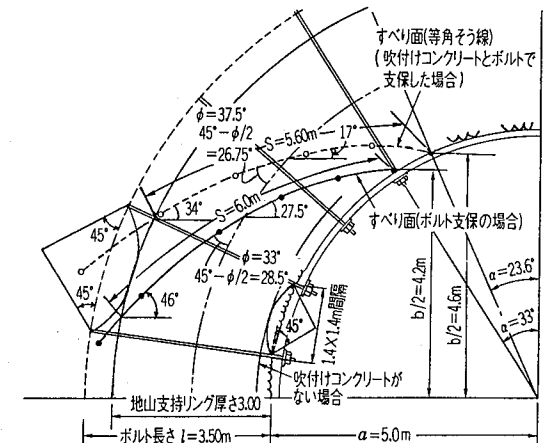


図-14-2 セン断抵抗力の計算例

とき、すでに考慮しているためか、天然のままの岩盤はばらつきが多く、信頼性に乏しいことを考慮したもの、と思われる。しかし、図にはボルトの長さよりもはるかに遠くまでそ性化している例なども示されているので、この点はよくわからない。

7) ボルトは吹付けコンクリート側は全長が有効、先端側は図-14-2に示した作図法により求めた分だけが有効としている。吹付けコンクリートがないときは、内空側も同じ作図法により有効長を求める(図-12-2参照)。

8) 内空変位量の計算式も発表されていないので、地山応答曲線、いわゆるFenner-Pacher曲線は計算できない。Rabcewiczの論文²⁰⁾に計算結果は示されているので、研究はされていたようである。P. Eggerの論文、その他で計算式を示したものはある。

(2) 支保工の抵抗力の計算

計算式には、1969年にRabcewiczが発表したもの³⁰⁾と、1973年にRabcewicz, Golserの連名で発表されたもの³⁹⁾とがあるが、後者にも問題があるので、ここでは両者とも紹介する。

1) 図-14-2に示すように、鉛直線より地山のセン断角 $\alpha = 45^\circ - \phi/2$ の位置からセン断線(等角屈線)が始まるとしている。なぜならば、これより角度の小さいところでは地山、または吹付けコンクリートによる抵抗力が急激に大きくなるし、これより角度が大きいくところでは、セン断されて押し出されてくる地山部分が小さくなり、荷重 $p_i \times b/2$ が小さくなる。つまり、この点をもっとも危険であるとしている(以下に、添字はA: アンカーボルト, s: 吹付けコンクリート, st: 鋼材をあらわす)。

吹付けコンクリートの負担する水平圧力を p_{is} とすると、

$$p_{is} \times b/2 = (\text{吹付けコンクリートのセン断断面積}) \times (\text{コンクリートのセン断強度})$$

$$P_{ia} \cdot (b/2) = (d/\sin \alpha) \cdot \tau_c \quad (14.1)$$

$$\therefore p_{ia} = 2 \cdot d \cdot \tau_c / (b \cdot \sin \alpha) \quad (14.2)$$

ここに、 τ_c ；吹付けコンクリートのせん断強度、圧縮強度の1/5、 α ；コンクリートのせん断角度、Sattlerとの共同実験より次のように求めている。 $\alpha \leq 23.6^\circ \sin 23.6^\circ = 0.41$

ゆえに、 $d/\sin \alpha = 2.5d$ としている。

吹付けコンクリートの曲げ強度でなく、せん断強度を考えたところがNATMのみである。

2) 鋼支保工および金網分

鋼支保工および金網による抵抗力 p_{ia} もほぼ同じようにして求められるが、これらの鋼材はコンクリートが破壊されるところまでしか有効でないとしてせん断強度を $15\tau_c$ に抑えている (15は、コンクリートと鋼材のヤング率の比)。したがって、

$$p_{ia} = 2F_{ia} \cdot 15\tau_c / (b \cdot \sin \alpha) \quad (14.3)$$

ここに、 p_{ia} ；鋼材による抵抗力、 F_{ia} ；トンネル延長1mあたりの鋼材の断面積、 $15\tau_c$ ；鋼材の許容せん断力、 α ；せん断角 (コンクリートと同じにとる)。

Rabcewicz は、このように鋼材の強度を小さくとしているが、実測結果から見ると、コンクリートの硬化前の荷重を鋼材に負担するので、鋼材の負担率がヤング率の比より大きくなっている。したがって、ここは鋼材の強度一杯にとってもよさそうである。

3) アンカーボルト分 p_{ia}

アンカーボルトは、水平方向の分力のみが有効であるとして、次のように求めている。ボルトの断面積を f_{ia} 、強度を σ_{pi} 、水平面に対する角度を β 、打設間隔を $e \cdot t$ とすると、ボルトの有効断面積は $f_{ia} \cdot \cos \beta / (e \cdot t)$ である。水平力の吊り合いより、

$$p_{ia} \cdot (b/2) = \sigma_{pi} \cdot f_{ia} \cdot a \cdot \cos \beta / (e \cdot t) \quad (14.4)$$

$$\therefore p_{ia} = 2 \cdot \sigma_{pi} \cdot f_{ia} \cdot a \cdot \cos \beta / (e \cdot t \cdot b) \quad (14.5)$$

ここに、 β は図解法により求めるが、ボルトと水平線のなす角度。ただし、改訂前の式では単純に、

$$p_{ia} = f_{ia} \cdot \sigma_{pi} / (e \cdot t) \quad (14.6)$$

としていたので、改訂により $(2 \cdot a \cdot \cos \beta / b)$ 倍した、つまり、約2割ほど耐力を小さく算定するようにしたことになる。しかし、ボルトと水平線のなす角度分、1本あたりの耐力は減っても、単位面積あたりのボルト本数が増えるので、差引き同じになるはずだから、この改訂は無意味である。というより、むしろ改悪である。

4) 岩盤支持アーチの分担する抵抗力 p_{ia}

岩盤支持アーチ内のせん断すべり面が水平となす平均角度を ϕ 、すべり面の長さを S とする。また、岩盤支持アーチ内に働いているせん断面沿いのせん断応力の平均値を τ_R 、せん断面と鉛直方向の応力の平均値を σ_R

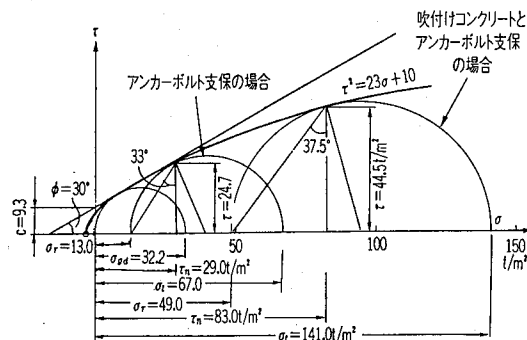


図-14.3 モールの降状基準

とすると、水平方向の力の吊り合いは、

$$(b/2) \cdot p_{ia} = S \cdot \tau_R \cdot \cos \phi - S \cdot \tau_{aR} \cdot \sin \phi \quad (14.7)$$

$$\text{ゆえに、} p_{ia} = 2 \cdot S \cdot \tau_R \cdot \cos \phi / b - 2 \cdot S \cdot \tau_{aR} \cdot \sin \phi / b \quad (14.8)$$

ただし、この式は改訂されたもので、古い式は右辺の第2項がない。また、 ϕ は平均角でなく、すべり線の終点側の水平となす角 ϕ' を測り、その半分を平均角 ϕ としている。また、 W ；そ性域の幅、 α ；すべり線と円となす角度

ゆえに、 $W/\sin \alpha = s$

$$\therefore p_{ia} = 2 \cdot \tau \cdot W \cdot \cos(\phi'/2) / (b \cdot \sin \alpha) \quad (14.9)$$

ここに、 p_{ia} ；岩盤支持アーチの支持力。

τ_R ； τ_{aR} は、トンネル内空での支保工反力 σ_3 を次のように求め、その値をモールの包絡線の σ_3 のところに書き込み、図-14.3のようにして求める。内空での支保工反力は、基本的には先に求めた吹付けコンクリート、鋼材、アンカーボルトの反力の合計と同じであるが、ボルトのみは放射方向の力を考えるので、全部有効として、

$$p_{ia}' = f_{ia} \cdot \sigma_{pi} / (e \cdot t) \quad (14.10)$$

で求めている。したがって

$$\sigma_3 = p_{ia} + p_{ia}' + p_{ia}'' \quad (14.11)$$

◎すべり線の平均角度として、外側の角度の半分をとるのか、中央の角度をとるのか、いろいろ悩んだ結果が、この改訂式のみで、これは、 c 、 ϕ 一定として積分して解けば割と簡単である (後で詳細に述べる)。彼らは、あまり数学が得意でなかったのか、 c 、 ϕ は一定でないことを重視したかどうかであるが、著者の推定では両方のようなのである。Golser との個人的な会話からの推測では、この改訂は失敗だったと反省しているようである。

日本でも、この計算式の改訂を試みた例があるが、50歩100歩の感をまねがれない。

◎多少計算式の誘導が違うことよりも重要なことは、この式が初めて具体的に地山の支持力を計算しようとした

ことである。計算式が多少違ってれば計測などで補い、後で修正すればよいことである。

(計算例 I) (文献18) に補足説明をつけ加えた)

半径 $a=5.0\text{m}$ の円形トンネルが $\phi=30^\circ$ 、 $c=9.3\text{t/m}^2$ 、 σ_{ad} (一軸圧縮強度) $=32.2\text{t/m}^2$ の地山中に掘られている。 $l=3.5\text{m}$ 、 $f_{ia}=5.3\text{cm}^2$ ($\phi 26\text{mm}$)、 $\sigma_{pi}=5\text{t/cm}^2$ のアンカーボルトを心心間隔 $e \cdot t=1.4\text{m} \cdot 1.4\text{m}$ に打設して支保したものとす。支保の抵抗力はいくらか?

〔答〕 図-14.2よりボルトの有効長さは3mとなり、厚さ3mの支持リングができることになる。ボルトにより与えられる内圧は、

$$\sigma_3 = p_{ia}' = 5.3 \cdot 5 / (1.4 \cdot 1.4) = 13\text{t/m}^2 \text{ となる。}$$

地山岩盤のモールの包絡線は図-14.3のようであるとすると、 $\sigma_r=13\text{t/m}^2$ に対しては、図より $\alpha=33^\circ$ 、 $\sigma_c=67\text{t/m}^2$ 、 $\tau=24.7\text{t/m}^2$ 、 $\tau_a=29.0\text{t/m}^2$ と求められる。鉛直軸より $\alpha=33^\circ$ のところから等角屈線を描くと図-14.2の実線のようになり、これより $S=6.0\text{m}$ (せん断面の長さ)、 $b/2=4.20\text{m}$ (せん断されて押し出されてくるくさび型部分の高さ)、 $\phi=27^\circ$ (せん断面が水平となす平均角度) と求められる。

ゆえに、

$$p_{ia} = 6.0 \cdot 24.7 \cdot \cos 27^\circ / 4.20 - 6.0 \cdot 29.0 \cdot \sin 27^\circ / 4.20 = 31.44 - 18.81 = 12.63\text{t/m}^2$$

$$\therefore p_{ia} = 0 + 13 + 0 + 12.63 = 25.63\text{t/m}^2$$

以上は、新公式による計算であるが、旧公式によるとすべり線の平均角度を $\phi'/2=23^\circ$ とするので、

$$p_{ia} = \tau \cdot W \cdot \cos(\phi'/2) / (R \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha) = 24.7 \cdot 3.0 \cdot \cos 23^\circ / (5.0 \cdot \cos 33^\circ \cdot \sin 33^\circ) = 30.0\text{t/m}^2$$

$$\therefore p_{ia} = 0 + 13 + 0 + 30.0 = 43.0\text{t/m}^2$$

となり、相当大きな値となる。

◎この改訂式の欠点はボルトを長くしていくと、つまり地山支持リングを厚くしていくと ϕ が大きくなり、 $\sin \phi$ も大きくなるので、支持力が減るという答が出ることである。これはせん断面に直角な力の水平分力を荷重と重複して考えたことが、間違いであるためと思われる。かえって、改訂前の式が正しかったといえそうである。

(計算例 II) ボルトの他に厚さ10cm、強度 $\sigma=300\text{kg/cm}^2$ 、せん断強度 $\tau=0.2\sigma=60\text{kg/cm}^2=600\text{t/m}^2$ の吹付けコンクリートで巻立てされていたならば、抵抗力は?

$$p_{ia} = d \cdot \tau_c / (b/2 \cdot \sin \alpha) = 0.1 \cdot 600 / (4.60 \cdot \sin 23.6^\circ) = 36\text{t/m}^2$$

したがって、

$$\sigma_3 = \Sigma p_i = p_{ia} + p_{ia}' = 13 + 36 = 49\text{t/m}^2$$

モールの包絡線に書き入れると、

$$\sigma_c = 141\text{t/m}^2, \alpha = 37.5^\circ, \tau = 44.5\text{t}$$

になる。これより地山支持リングの耐荷力は次のように計算できる。

(旧公式では)

$$p_{ia} = \tau \cdot W \cdot \cos(\phi/2) / (R \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha) = 53.0\text{t/m}^2 = 44.5 \cdot 3.0 \cdot \cos(34^\circ/2) / (5.0 \cdot \cos 37.5^\circ \cdot \sin 37.5^\circ) = 53.0\text{t/m}^2$$

ただし、吹付けコンクリートがあるときは、上記の $\alpha=37.5^\circ$ からではなく、吹付けコンクリートのせん断角 $23^\circ 06'$ から等角屈線が始まることになっていることに注意されたい。

改訂された式を用いると、図-14.2、3より $S=5.6\text{m}$

$$\phi=17^\circ, \tau_a=44.5\text{t/m}^2 \text{ となるので、}$$

ゆえに、

$$p_{ia} = S \cdot \tau_R \cdot \cos \phi / (b/2) - S \cdot \tau_{aR} \cdot \sin \phi / (b/2) = 5.6 \cdot 44.5 \cdot \cos 17^\circ / 4.60 - 5.60 \cdot 83 \cdot \sin 17^\circ / 4.60 = 53.23 - 28.47 = 24.76\text{t/m}^2$$

$$\therefore p_{ia} = 13.0 + 36.0 + 0 + 24.76 = 73.76\text{t/m}^2 \text{ (改訂式)}$$

$$\text{または、} p_{ia} = 13.0 + 36.0 + 0 + 53.0 = 102.00\text{t/m}^2 \text{ (旧公式)}$$

やはり新公式の方が30%近く小さい支持力を与える。

これが理論的に考えて改訂されたのか、実際に過大な支持力を与えるので、このように改訂したのか不明である。

Rabcewicz のせん断抵抗による支保工設計計算式は、そのほかにいろいろ問題点がある。ここでは、すでに指摘されている問題も含めてまとめて示す。ただし、数々の欠点にもかかわらず、地山の支持力を計算に寄せようとした試みの斬新さと、この計算法で相当数のトンネルが掘られたと言う実績は高く評価すべきであろう。

① 設計法としては一貫していない。荷重の考え方、許容変形量と、このせん断力の計算式との間には何の関連もつけられていない。一貫した設計法とするためには安全率の取り方、その他まで含めて一式揃える必要があるが、それらについて何の言及もない。

② 荷重の計算式は示されておらず、計測値などを参考にして決めたようであるが、計測値は吹付けコンクリートの背面で測るのに、荷重はそ性域の外で考えるので矛盾がある。また、Fenner-Talobre の式を参考しているが、むしろ弾性境界での応力 σ_R (後述) を用いるべきであろう。

③ 計算式は軸対称荷重の働く円型トンネルで考えているが、線対称 (側圧係数 k_a が1.0でないとき) では少し差が出る。(1.2~1.5倍くらいの荷重になるはずである)。

④ この式の一番の特徴は、地山支持リングの支持力を考えたことであるが、この式には、最初1969年に Rabcewicz が発表したものと、1973年に Rabcewicz と

Golser の連名で発表された改訂式とがある。最初の式は等角屈線沿いのせん断抵抗力の水平分力のみを考えているが、改訂式では、このほかに等角屈線に垂直に働く法線力の水平分力を差引く項を加えている。ただし、この法線力の水平分力は荷重として与えられたものを二重に計上していることになり、この改訂はむしろ改悪ではないかと考えられる。そのため、ボルトの長さがトンネル半径の6割程度を越えると、かえって支持力が減るというおかしな結果が出てきている。

軸対象の弾塑性問題として解いた答では、地山支持リングの支持力は厚さに関係するだけでなく、 $p_0 + c \cot \phi$ (一般に $p_0 \gg c \cot \phi$ なので、トンネル掘削前に地山に働いていた荷重 p_0) に比例することになっているが、この式ではそれが入っていない。

⑤ 安全率の考え方が明確でない。約1.0にしているが、説得力がない。

⑥ アンカーボルトの長さ分だけの厚さの地山支持リングを考えているのは一応は正しいと思われるが、詳しい説明はない。吹付けコンクリートだけのときに、なぜ地山支持リングの耐力を期待してはいけないのか、説得力がない。地山支持力を期待するためには、ロックボルトの最小限の必要量があると考えられるが、なんら説明もない。

⑦ 各支保工の耐力を加えているが、多少おのおの役割が違うので、単に足算にするのはおかしくないか。それぞれの特徴を考えて、役割を与えるべきではないか。一つの部材が破壊して将棋倒し的に全体の破壊になることはないのか？

⑧ 地山支持リングの拘束力 σ_s は、支保工の抵抗力を単純に足算したものに等しくならぬと考えられる。支保工設置後に地山内の応力再配分による変形が起ころはじめて拘束力 σ_s が発生するので、一般には σ_s は同式の計算値よりも常に小さいはずである。ただし、 σ_s は地山奥に入るほど大きくなるので、もう少し大きくとってよい要素もある。

⑨ トンネルの大きさによる差は、 c 、 ϕ の値に影響するとしているが、具体的には何も説明されていない。次のような補足説明²⁹⁾をしているが、科学的説明とはいえない。

『1) 岩質およびトンネルのかぶりが高じ場合には、岩塊の寸法と掘削面積との相関によって地山の流動性が決まる。

2) 小断面トンネル (10~16m²) で岩塊の寸法が数 dm³= の場合、 $d=3\text{cm}=0.017 \times R$ の単なる吹付けコンクリートで、普通はトンネルは安定する。

3) 他方、400~600m² の地下発電所の場合には、

同じ寸法の岩塊 (数 dm³) からなる岩盤は粘着力のない地盤のように挙動して、 $0.017R=19\sim 24\text{cm}$ の単なる吹付けコンクリート巻立てではまったく役に立たない。このような場合には、岩盤は規則的にアンカーすることが絶対に必要である。』

⑩ 円形トンネル以外の場合や、側圧係数が1.0でない場合についての修正方法が示されていない。

⑪ 施工の影響が入っていない。ロックボルトにプレストレスを入れるのか不明。Tarbela では PS を入れている。

日本では、Rabcewicz の論文を直接読まず、間接的な紹介論文によっている例が多いが、これらの紹介文は、かなり簡略化してあったり、原文に見られる割切りの悪い、含みの多い文章を機械的に割切ってしまう。

また、改訂式だけを紹介しているので、できれば原文について読まれることを勧めたい。

その後、Tarbela ダムの転流トンネルの掘削にあたって、Rabcewicz と Golser はチューリッヒ工科大学と協同して、初めて有限要素法による計算を行った。その後は多くの人、多くのトンネルで数多くの計算が行われている。しかし、これらの計算には「時間の要素を取り入れられないこと、掘削後、ただちに支保工を入れると仮定しているために、力は実際より大きく、変形は実際より小さく計算される」³⁰⁾ 欠点がある。そのため、高級な計算手法を使うにしても、実際の経験に合うように、例えば、弾性係数の値を修正して入力するなどの手加減が必要である。

もう一つ、トンネルの大きさの影響も計算に十分取り入れられていない。Rabcewicz³⁰⁾ は、「岩質およびトンネルのかぶり深さが同じ場合には、岩塊の寸法と掘削面積との相関によって地山の流動性 mobility of the material が決まる」と言っているが、流動性とは何か、強度なのか、はっきりしないし、説得力に欠ける。Hoek, Brown³¹⁾ も似たような見解を示しているが、いまひとつ説得力に欠ける。

§ 14 経験的設計法

トンネル工学は従来から経験工学であったが、NATMもまた、その例にもれるものではない。ただ、困難に直面したとき、経験を分析するにあたって多少の岩盤力学的な考察を行ったところ、この工法の小さな第1歩が踏み出されたのである。巻立てが壊れたとき、多くのトンネル屋が、そして専門外の人、巻立てが弱すぎるので、もっと強くすれば、——巻立て厚さを厚くしたり、強度の高いコンクリートや大型の鋼材を使ったりすればよいと考えた。しかし、Rabcewicz は逆にもっと薄い、たわみやすい巻立てを考えた。これは、経験的にたわみ

やすい支保工がかえって丈夫なことが知られていたし、Fenner の計算式によっても、実際に何種類の支保工を試み、計測を行っても裏づけされた。

この場合は、計算と実際と同じ答を与えたわけであるが、一般に岩盤の複雑さに計算方法や試験方法が追付いていない (例えば、完全弾塑性や等方、等質などの仮定、時間やゆるみの影響を無視、経験でしかわからないその他の事項の無視)。計算だけに頼らず、実際のトンネル内での岩盤の挙動をよく観察し、これから結論を引出す、つまり、経験的設計法が重要であると強調している。

事柄の性質上、必ずしも理論的にまとまったものではなく、いわゆる施工上のコツ know-how に近いもので論文などにも何ら詳しい説明はなされていない。しかし、いくつかのトンネルで J. Golser と一緒に仕事をした筆者の経験から言っても、これは相当大事な要素である。その多くは、実地に一緒に仕事をしながら指導を受けるなり、自ら体得するなりする以外に習得する方法はないが、段々には、理論的に筋道を立て解明して行くべきものと思われる。

Rabcewicz は、経験や洞察からトンネル周辺の地山はこのように動くので、これに対処すべきであるというイメージを頭の中でどんどん膨らませ、精密化させ、発展させていったようである。しかし、その内容は当時の弾性力学、弾塑性力学、とくに彼自身の数学的能力とは必ずしも一致せず、発表しようとするばかり文学的、哲学的、独断的な前後矛盾する言葉となってしまう、数式でも考えの極一部しか表されず、まして、世に広く理解されるものでもない。前項までに説明したことは、その中では多少でも理論的にまとまったところであるが、その他のどうしようもない、いらだちのようなものが経験的設計法という言葉の中に込められている。

ただ、経験的設計法だけが1人歩きしているのではなく、力学的、数学的に取り扱いができるようになった部分と、まだ、そのような取り扱いができず、経験や勘、こつ、know-how に属する部分とがあり、両者が相まって力学ができあがっていることが大切なのである。

もう一つ誤解してはいけないのは、数学的能力が足りないから経験に頼るのではなく、理論がどんなに進歩してもいくらかの理論化しきれない部分は常に残るということである。理論がさらに進んで、全部理論的にわかったような気分は一時的になったとしても、世界はさらに複雑であり、未知の世界がなくなることではない。

それに、論文に書けるのは物理的にも体力的にも知識のうちのほんの一部でしかない。頭は動いているから、書くくらいなら実行したいのである。

◎NATMは、トンネルの中で考えられた力学である。火薬のにおいや削岩機の騒音が論文の中から漂ってくる。これが最大の特徴であろう。

◎経験+理論が大切で、一方だけでは迷信になる。

§ 16 計測による修正

Rabcewicz は、NATM の開発の最初のころから計測を非常に重視していた。戦前の Loibl トンネルの工事において、すでに補助巻立ての変形を計測し、地山が平衡に達したことを確認してから2次覆工を施工することを基本としている。

岩盤の時間依存による挙動は計算にはほとんど乗らず、計測によってのみ確認できる。リング閉合の効果も計測によって知ることができる。また、工事途中において選定した支保工が空洞を安定化させるのに十分か？——不十分なのか、過大なのかを知り、より安全で、しかも経済的な支保工を選定するには計測がもっとも大切であるとしている (経験だけでなく、計測や理論計算が大切ということで計算法をいろいろ開発したのと同様に、計測についても機器の開発などを並行して進めている)。

ただし、計測結果から機械的に対策を判断できるほどには、計測技術も岩盤力学も、両方ともまだ発達していない。計測値は、例えば、病人の体温や脈搏数を計るようなもので、判断の手掛かりの一つになるにすぎない。これをどう判断するかと言うことになると、現地の諸条件や、施工法も複雑に関係するし、力学的に解釈のつく場合もあれば、まったく見当もつかないときもある。技術も学問もいまだ進歩中なのである。

日本へNATMが導入された初期には、計測の予算をとることがなかなか大変であった。計測値から対策へのフローシートを要求された。そんなものは、この工法の開発者である Rabcewicz でさえいまだに発表していないのに、生兵法のわれわれにできるわけがないと断ったのであるが、計測さえすれば何でもわかるかのごとく信じている人、要求する人はいまでもかなりいる。現状の計測は、病人の体温と脈搏を計る程度のものであり、トンネルで事故を起こさないための対策の第一歩ではあるが、それ以上のものではない。これで何でもわかるわけでも、危険予知がすべてできるものでもない。

§ 17 地山分類と地山等級に対応した支保工の標準設計
実際のトンネル工事を効率よく行うためには、発注者、施工業者、コンサルタントの間に工事費支払いについての合意の得られた規則が必要になる。トンネルの工事費は地山条件によって大幅に変わるので、トンネルの通過する地山の等級わけと、それに対応した支保工や断面分割、1発破長の標準や、計測などにより標準以外と認められたときの判断基準や、支払い金額の決定法などを定

表-2 Rabcewicz-Pacherによる地山の挙動に関連づけた地山分類

地山分類	性質	挙動	地下水の影響	掘削全断面	全断面	上半と下半	分割掘削 I~IV	分割掘削 Vaに同じ ただし、状況に応じて標準図を修正	V	
									a 強い押し出し	b 流動性
I	安定した、時間が経ってから少し崩れる地山	大きな塊状、ひび割れあり、ひび割れは中ぐらひにひび割れている。	地山の軸圧縮強度 σ_{ax} が切線方向応力 σ_t よりそれぞれ永久的な平衡がえられる。局部的な支保工 (図参照)	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	非常に強く揉まれて、ミロナイト化、粉末、または角礫状に破碎、強度増加していない、わずかに粘着力のあるゆるんだ岩。	流動性の、凝集力のない、ゆるんだ地山
II	時間が経ってから激しく崩れてくる地山	層理や割れ目によって著しく分離分割されている。ときには、そのあいだに粘土が詰まったり、スレート状の中間層をはさんだりする。	地山の軸圧縮強度 σ_{ax} が切線方向応力 σ_t よりそれぞれ永久的な平衡がえられる。局部的な支保工 (図参照)	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	非常に強く動かされて分離、褶曲している、じょう乱帯が粘り気のあるゆるんだ地山を安定化させている。	流動性の、凝集力のない、ゆるんだ地山
III	破碎された、ないし著しく破碎された地山	いろいろな方向の層理や割れ目によって著しく分離分割されている。破碎帯、または粘土が割れ目につままっている。	周辺の地山強度の限界を越えた応力、支保工およびインバーの閉じた、ないし閉じた地山支持リングの建設が必要	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	切線方向の応力が地山強度を越えている、それ自身が自発的に挙動する地山が空洞に向かって押してくる。	流動性の、凝集力のない、ゆるんだ地山
IV	押し出し性地山	非常に強く動かされて分離、褶曲している、じょう乱帯が粘り気のあるゆるんだ地山を安定化させている。	切線方向の応力が地山強度を越えている、それ自身が自発的に挙動する地山が空洞に向かって押してくる。	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	切線方向の応力が地山強度を越えている、それ自身が自発的に挙動する地山が空洞に向かって押してくる。	流動性の、凝集力のない、ゆるんだ地山
V	強い押し出し	非常に強く動かされて分離、褶曲している、じょう乱帯が粘り気のあるゆるんだ地山を安定化させている。	切線方向の応力が地山強度を越えている、それ自身が自発的に挙動する地山が空洞に向かって押してくる。	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	掘削全断面	切線方向の応力が地山強度を越えている、それ自身が自発的に挙動する地山が空洞に向かって押してくる。	流動性の、凝集力のない、ゆるんだ地山

める必要がある。

ここで注意すべきことは、地山分類は地山の固結度、強度、割れ目の状態のみで決まるのではなく、これらに、湧水、施工技术などを総合した地山強度とトンネル周辺上に働く切線方向の応力の比およびトンネルの大きさで決まると考えられていることである。

1974年に、Pacher, Rabcewiczの地山分類として発表されているものを表-2に示す。

地山分類が、このように6段階の一直線上に並んだもので十分かどうかはかなり疑問もあるが、日本国内のものもふくめて現在行われているのはほぼ似たようなものである。今後、もっと研究されるべき問題であろう。

他の分類法に比べ、地山強度と切線方向に生ずる応力との比を考慮している点が違っている。日本では、仲野の地山強度比 σ_{ax}/σ_t が知られているが、おなじ考え方でほぼ同時期の発表であり、それぞれ別に発見されたものである。

§18 NATM力学についての問題点その他

NATMは、その名が示すようにオーストリアのトンネル技術者が開発したものである。実質的に、その中心となったのはL. v. Rabcewiczであり、彼の創意、考案がその原動力であるが、経験、計測、計算、実験、実施工などの分野で多くの技術者が参加しており、そのため内容が豊富になり、進歩・普及も早まった。しかし、一方では理論的な筋道がはっきりせず、個人的な意見の相違も数多く生じるようになった。経験を重視することは正しいが、多少計算が軽視され、そのため技術の内容を分析、解析し、理論と経験の両輪が相まって、より一層発展するという歩みが遅れたときが見られる。Rabcewiczの天才によってのみ生まれ得た面が多いが、多くの意見の相違もある。今後の一層の発展のためには直感やヒラメキだけに頼ることなく、できるかぎり、その根拠を明らかにして正否を判定する必要があると考えられる。未解決の問題点、この後の章で解決しようとする主な事項、問題点、疑問点は次のようである。ただし、このすべてに解答ができないかもしれない。

◎NATMについての、またはいままでに説明したトンネル力学についての理論的問題点、疑問点を列挙し、それになるべく答えられるように、次章以下の説明を進めていきたい。

1) Fenner-Pacher 曲線の最少荷重の点は本当にある

40) F. pacher, L. v. Rabcewicz J. Golser: Zum derzeitigen Stand der Gebirgsklassifizierung im Stollen und Tunnelbau, Heft 18 der Schriftenreihe Strassen forschung heraus gegeben vom Bundesministerium fur Bauten und Technik, Wien, 1974.

41) 仲野良紀: 膨張性地山の実体, トンネルと地下, 1975, 10.

のか? 変形量はどのくらいがよいのか? 許容変形量はいくらか? それは計算で求められるのか?

2) リング閉合は早いほどよいのか? ベンチ長さは短いほどよいのか? 時間的な問題は計算に取り入れられないとの説もあるが、どうか? 変形を許すためにはリング閉合は早すぎない方がよいときもある。

3) 計測で何が分かるのか? 計測結果をどのように判断するのか? 計測しながら掘削すれば本当に安全か? 現在行われている計測だけで十分か? 現在行われている計測だけでは予知できない危険もあるのではないのか? 地質、土かぶり、トンネルの大きさ、施工法により、有効な計測と、余り役に立たない計測とがあるのではないのか?

4) トンネルは本当に側壁が押し出してきて壊れるのか? 上から押してきて天井が落ちてくることの方がむしろ多いようだが? どちらの力が強いかは施工法にもよるのではなか?

横から押してくるのであれば、縦長のトンネルはむしろかしいが、上から押してくるのであれば、扁平なトンネルの方がはるかにむずかしそうである。

5) 支保工はできるだけたわみやすいものにし、安全率は1.0よりわずかに大きくすることをすすめているが、一般の構造物の設計方針とは違うが、これでよいのか? やはり安全率は2~3くらいに取るべきではないのか? たわみやすさはどのくらいがよいのか? かぶりは浅いときのほうが危ないのか、浅ければ安心か?

6) 従来のTerzaghiの説などでは、荷重はトンネルの大きさに比例し、土かぶりには関係ないとしている。Fennerの式では、逆に、トンネルの大きさには関係なく、土かぶりにほぼ比例するようになっている。Lauffer, Bieniawskiの地山分類などでは、トンネルの大きさと地山の自立時間が関係するとしている。どちらが正しいのか? どれも関係するのでは? それでなければ、どんな大きなトンネルでも掘れることになるが、本当に大丈夫か?

トンネル工事は、大きいトンネルほどむずかしいと考えられているが、どのくらいの大きさのトンネルまで掘れるのだろうか? かぶりは何mまで掘れるのだろうか?

7) Rabcewicz-Golserの計算式では、地山、ロックボルト、吹付けコンクリート、鋼アーチ支保工などの各々の耐力を足算しているが、本当に足算でよいのか? 地山の特性に合った支保工だけが有効ではないのか?

アンカーボルトの効果は計算上ではわずかだが、実際には、適切に用いたボルトの効果は計算以上のものがあるようである。これを正しく計算に取り入れられないか?

小トンネルと大トンネルではボルトの効果に差がある

としているが、計算式には表されていない。

8) 計測の結果、増しボルトや増し吹付けコンクリートをするのと、最初、多めの支保工を設計しておき、計測の結果をみて減らして行くのと、どちらが有効か？

9) 地山をゆるませないことが大事だといわれるが、具体的にどういうことか？ 支保工の変形が大きすぎるとゆるみが大きくなる。小さすぎると地山の応力再配列がうまく行われぬ。と言うが、同じ量の変形でも時期、その他により良い変形と悪い変形があって一概に数値の大きさだけで決めつけられないのではないか。

ゆるみの影響はどのように計算に取り入れるのか？ 計測によってゆるみの程度がわかるのか？ どうすれば、ゆるみを防ぐことができるのか？ ミニパイプルーフやさね残しの効果は？

側壁導坑、ベンチ掘削、左右に分割しての掘削はゆるみ防止にどのくらい効果があるのだろうか？ 仮インバートは役にたつのか？

上半先進、側壁導坑先進などの断面分割法の各々の特徴、利点、欠点は？

10) 地山は爆破の振動でゆるむのだろうか？ トンネルの掘削そのものでゆるむのだろうか？ トンネル掘削機(TBM, ロードヘッダー)の効果は、爆破振動がないことなのか、内空面の凹凸がないことなのか？ スムースプラスチングの効果はどのくらいあるのだろうか？

11) 2次覆工の役割はなにか？ 2次覆工をすれば安全率は増えるのか？ NATMの精神から言えば、2次覆工は要らないのではないか？

12) 2次覆工のひび割れの原因は何か？ NATM特有のものか？ コンクリートの性質によるものか？

13) アンカーボルトのプレストレスは有効か？ 長いボルトを数少なく打設するのと、短いボルトを数多く打設するのではどちらがより有効か？ 一番効果が上がるボルトの長さは何mなのか？

14) 計測の結果、応力の働いていない支保工は省いてよいのか？ 圧縮力が働いているボルトは無効なのか？ 応力が働いていなくても安全上必要な支保工もあるのではないか？

15) NATMの基本は、適度の変形、地山応力の解放を許すことにあると言われているが、支保工の設置時期を遅らせて、応力の解放をさせてもよいのか？ それでは地山をゆるませてしまうのではないか？

16) 時間の効果は計算できないと言われているが、そうか？ 定性的には切羽の大きさと放置時間、1間の長さと支保工設置までの時間が重要なことがわかっているが？

17) 内空面に丸みをつけて、応力集中を避けることは有効なのか、とくにインバートを丸くすることは相当の掘

削数量の増加になるが、それだけ役に立つのか。

18) ほとんどの計算は——理論計算も、FEM 計算も、弾塑性を前提にしているが、地山は弾塑性とはとても考えられない、それでも、これらの計算は役に立つのか？

また、地山を連続体として計算しているが、特定のすべり面ですべる場合も多いようである。クーロン、ランキンやテルツァーギなどのすべり面を考えた解の方が実状に近いのではないか。

19) 水の影響は？

20) 地山の分類、判定は、 c 、 ϕ 、 E 、 ν だけでなく、じん性、強度のばらつき度、時間の係数、水の影響、ヤング率と変形率の関係、割れ目の大きさ、方向、性質、降伏した後での強度低下の様子、その他もっと多くの要素を考えるべきではないか。

21) 曲げ破壊は急激に起こるが、NATMで施工した場合のせん断破壊はゆっくりと起こり(時には数か月もかかる)、作業員に危険でないと言われているが、必ずしもそのように安心できないようであるが？ 事故例も報告されている。

22) 部分安全率と全体安全率の関係はどうか、ボルトが切れたが地山は安定している例、支保工が曲がっても崩れないトンネルもあるが？

23) トンネルの大きさの影響は？

24) Fenner-Pacher 曲線で計算してみると、無支保で済む区間がほとんどになるが本当にそうか

25) 施工が上手とか下手とか言われるが、トンネル力学的にはどのような意味なのか？ どのような施工でゆるみが増えるのか、荷重が増えるのか、断面分割法、時間、パッキンの締め方、ダイナマイトのかけ方、支保工脚部の沈下はどう影響するのか、

意見の相違のもっとも甚だしいのは、変形量についてである。トンネル周辺の地山の動きをわずかに許せば、支保工に働く荷重を大幅に減らせることはFenner-Talobreの式でも説明はつくし、計測結果も、この考えを裏づけているが、一方では、いったん地山をゆるませてしまうと、手に負えないくらい大変なことになるとの考え方も、また、これを裏づけるような数多くの経験もある。

F. Pacher は、Fenner の式に、経験的、理論的にはあまりはつきりしないゆるみ荷重という考え方を導入し、荷重がもっとも小さくなる最適変形量があるはずとした。この関係をわかりやすくグラフに表し、最適変形量よりもわずかに小さい変形量になるように、地山の動きを管理するのがNATMの原則とした。P. Egger²⁰⁾、Hoek Brown²¹⁾ はゆるみ域の地山の自重全部をゆるみ荷重と考え、その計算法を示したが、その結果から得ら

れる最少荷重はあまりにも小さく現実的ではないようである。

このFenner-Pacher 曲線は、一見わかりやすく NATM の象徴ともなっているが、実際にはよくわからない点もある。実際は支保工が壊れてしまっても、縫い返して支保工をばらしてもトンネルは自立している例があったり、しかし一方では、100m 以上のかぶりがあったも地表まで抜けた例もある。

Rabcewicz は、管理された地山応力の解放が最重要と考え、Tauern トンネルやArlberg トンネルでは、吹付けコンクリートにはトンネル長さ方向沿いに隙間を設け、鋼支保工にはすべり継手を設けて、地山の動きを管理しながら工事を行った。最適変形量を計算する方法も、考え方も示していないが、計測結果その他を総合判断することで工事を進めているようである。

Rabcewicz は、一方では地山のゆるみを避けることが大切であり、巻立てリングを早く閉合することにより、地山の動きを制限できることを説いているが、NATM のこの一面をさらに強調するのは、Leopold Muller, G. Sauer などであり、非常に短いリング閉合時間を求め、また“Arlberg トンネルなどで採用した地山の変形を大きく許す工法は、ゆるみを誘発し、荷重を増やしてしまい、失敗である”と攻撃している。

ただし、この議論は多分に精神論的、定性的、ときには感情的であり、反対意見も示されているが、それらもまだ相手を説得できるほどのものではない。Sauer は、実寸法のトンネルで試験をしてみれば、どちらが正しい

か分かるだろうと言っているが、いまだ行われていないようである。

以上でRabcewicz の所説の紹介、および残されている問題点の列挙を終るが、概略だけだから、Rabcewicz の論文そのものの内容が、よく言えば——深い洞察を含んだ哲学的なもの、多くの経験に裏打ちされた含みの多い文章であるが、——平たく言えばあまりにも定性的、心情的、精神論的であり、多少宗教的でさえあり、科学的思考になれた人には物足りないのではないかと考えられる。多少の数式も示してはあるが、ここに紹介しなかった分も含めて理論的、力学的にはかなり初歩的であり、ときに間違いも混じっている。しかし、彼が指摘したことは、非常に的を得ており、実用的にはまったく正しく、そのために、この工法は広く世界中に普及した。純理論的、純力学的にはもっと進んだトンネルの研究は数多くあるが、それらは弾性力学や弾塑性力学としては高級なもの、正確なものであったとしても、現実のトンネル工事にとってはあまり役に立たなかった。一方、Rabcewicz の所説には数々の誤りも見られるが、トンネルの施工法に大変革をもたらした、一大進歩を遂げさせる原動力となったのである。

次章以下では、いままで発展してきた理論的な力学をもとにし、これを経験的なトンネル工学とを結び付けて現実のトンネルで起こる現象を説明し、なお、それをもとに、よりよいトンネルの掘削工法や支保工方法の提案もできるような実際の力学を作り出して行けるように整理しながら説明を進めていきたい。

温泉をさがして金持ちになろう!!

きみの庭にも温泉が出る

温泉さがしと利用法

理学博士 石井康夫著 新書版 184 頁 定価 980 円(税別)(〒240 円)土木工学社刊

きみにも温泉発見の幸運がつかめる

もし きみの庭や山林・田畑から温泉がゆう出したら、……!!
一夜にして温泉開発地として脚光を浴び、地価も暴騰する。

【おもな目次】 ○温泉とは ○日本は、世界一の温泉国 ○温泉の利用法は、無限にある ○温泉は、どうしてできる? ○地勢調査技術は、どこまで進んでいる ○温泉さがしの『コツ』は、これだ!! ○知っておきたい温泉法規 ○温泉開発と未来への夢

わかりやすいトンネルの力学(4)

第2章 弾性論の基礎

近代の科学技術が誕生し、目覚ましい発展を始めたのはルネッサンス（文芸復興）の時代からである。橋や船、建築などの構造物を作るための力学も、この頃から学問としての形をとり始めた。その第一番目の登場者は、ガリレオ・ガリレイである。シャンデリアの揺れるのを見て振り子時計の原理を考案し、ピサの斜塔から石を落として落体の法則を証明した人、始めて望遠鏡で天体を観測し木星の衛星や太陽の黒点を発見した人、地動説を唱えたために宗教裁判にかけられ、結局は天動説に従うと言わざるを得なかったが、“それでも地球は動く”とつぶやいた人、ガリレオが死んだその年にニュートンが生れたという奇き因縁を持つ人。彼が1638年に書いた“二つの新しい科学についての対話”の一部分は、いまで言う構造力学、材料力学の初めての本ともいえる。『これが材料力学における最初の出版物となったのである。この日から弾性体力学の歴史が始まった』とTimoshenkoは著書“材料力学史”で述べている。

ここで、ガリレオが展開した理論とは、ある大きさの材料には固有の強度があるのではなく、その使われ方、力のかけ方で負担できる荷重の大きさも変わる。例えば、角材を天井から吊下げたとき、壁から片持ち梁として突出したときとでは負担できる荷重は違う。まず、天井から吊下げた角材には断面全体に平等に力が動くので、実験により単位面積あたりの強度を測定できる（切断に対する絶対的抵抗力）。次に壁から突出した片持ち梁の場合は、梁の根元の断面積×そこに一様に働く応力×梁の下端から中心までの離れ＝片持ち梁の根元から荷重までの離れ×荷重というつり合い式で計算できる応力が先に測定した抵抗力、いまで言う強度と比べて大きいかどうかで壊れるかどうかを計算できるとしている。また、10×20cmと言うような真四角でない梁の場合には長い方

*飛鳥建設(株)技術本部技術企画部担当部長

を縦になるように使った方が強いこと、同じ量の材料を使うのなら中実な棒よりも中空の管(パイプ)の方が強いことを、これから結論している。そのほか、相似形の構造物でも自重が主な荷重となるような場合には、断面積は寸法の2乗に比例して増えるのに、自重は寸法の3乗に比例して増えるので、断面積あたりの力は寸法に比例して増える。したがって、小さな構造物ができたからといって、それと相似の同じ形の大きな構造物が安全に作られるとは限らないことを論じている(一種の寸法効果)。

ここで、ガリレイが論じた片持ち梁に関する力学の問題は構造物の基本として重要であり、実用上も学問的にも非常に興味がある(ところで、この説明で少し間違った説明をしている、と気付いた人は一通り構造力学の素養がある人である。片持ち梁の中の応力の分布は平等ではなく、梁の中心からの距離に比例すること、抵抗モーメントは梁の下端からでなく、中心からの距離で計算すべきことがいまではわかっているからである。しかしこれはガリレイが遂に考えつかなかったことであり、そのため彼は近代構造力学の入口まで来たが、理論と実験の結果とが合わず悩んだようである)。その後、この問題は「ガリレイの問題」と呼ばれるようになり、17世紀から19世紀にかけて多くの数学者、物理学者が取り組んだ。フックの法則、断面二次モーメントや断面係数など、いまでは構造力学を勉強するとき一番始めに習うことを多くの大学者が何百年もかかって苦労して解いたというのは興味ある話である。

さて、ここでガリレイまで持出してはつきりさせたかったことは、構造物の中には応力が均等でなく、複雑に分布している。この応力が一部分でもその材料固有の強度(単位面積あたりの強度)を越えると、そのものの全体が壊れるらしいということがわかってきたので、その後の構造力学の研究の大部分が材料の強度を求めること(材料強度学)と、ある力が働いたときの、その部材内の複雑な応力の分布を求めること(弾性力学、構造力学など)に集中された。しかし、応力が強度を越えても、必ずし

福島 啓一

も構造物が壊れない場合だってある。トンネルのような複雑な構造物ではとかくそんなことが起こりやすい。しかし、それにしてもまず応力分布がわかれば、それに越したことはないし、実は大部分の構造物は応力が強度を越すと壊れるから、トンネルも岩質によってはそのようになるから、まずは基本的な弾性力学の勉強から始めることにする。

§19 弾性学の基礎

物体に力を加えるとひずむ。そんなことはだれにでもわかっているが、ガリレオが言うように自然は数学の言葉で語る⁴⁾とすれば、力やひずみを数字で表す必要がある。そこから学問が始まる。

棒を引張ったとき、引張る力と伸びる量は力の大きさがある値になるまでは比例する。また、このひずみは力を取去るとほとんどもとの戻りを学問的に研究したのはRobert Hooke (1678)である。力と伸び量でなく、応力とひずみ率で考えると、その比率は材料により一定の値になることがThomas Youngにより明らかにされた(1807)のはそれから100年以上も後である。Hookeの方式だと棒や梁の一本ごとに実験をしないと比例定数がわからないが、Youngの方法だと部材の寸法がわかれば比例定数が計算で求められるわけで、これは相当の進歩といえる。偉大な先人たちがくり返し強調する“いちいち実験にうったえることなしに多くのことを基本法則から導き出すことが論証科学の特徴だ”という点から見ると、これはまさに科学の本道を行く大発見だということがわかる。いまでは、この係数をヤング率と呼んでいる。Youngは、これを単に率 modulus と呼んだ。当時は唯一の弾性率と考えられたからであり、いまでもヤング率を弾性 elasticity の頭文字をとって E で表すのはそのためである。しかし、棒が伸びると、棒の太さは少し細くなる。伸びひずみの率と細くなる率との間には比例関係があることがS. D. Poisson (1829)により明らかにされた。今日、この比はポアソン比と呼ばれている。せん断力とせん断ひずみ(ずれひずみ)の間にも比例関係がある。1852年にはLameの“固体の数理弾性論講義”という弾性論に関する最初の単行本が出版された。その中で等方弾性体の特性を定めるのに二つの弾性常数が必要であるとし、今日Lameの常数と呼ばれているものが提案されている⁵⁾。その他の比例係数は、これから計算で求めることができる。このように、応力とひずみとの間の種々の正比例関係をまとめていまでは拡張フックの法則と呼んでいる。ガリレイの最初の本からラーメまで200年余りかかっているが、これで弾性学の一応の骨組みができあがった。その後もさまざまな研究が続けられ、いまでは弾性問題は実用上はほぼ解

決したと考えてもよさそうである。

このように応力とひずみの間に一次の比例関係がある場合は、多くの材料について見られ、しかも数学的にも比較的容易に解けて、広い分野で応用できるので、線形弾性学、または単に弾性学と呼ばれて非常な発展を遂げている。いろいろな形の梁、棒、板、球、円筒、シェルなどを組み合わせたものや、それに穴があいていたり、切り欠きがあるときの分布応力や集中荷重が働くときの応力分布を求める計算式が研究されていて、応用分野も土木、建築、機械、船、飛行機などあらゆる構造物にわたっている。基本的には、この計算法、設計法で高さ440mのプレストレスコンクリートのTV塔も、スパン1990mの吊橋も、高さ285mのコンクリートダムも、マンモスタンカーも、超高層ビルも、ジャンボジェット機も設計されている。トンネルだけが例外であるはずはない。

ところで、岩石やコンクリートなどの材料は応力とひずみの間に単純な一次比例関係は成り立たない。しかし、第一近似として、力とひずみの間に単純な正比例関係が成り立つ、拡張フックの法則と呼ばれているものが成り立つとして、弾性学の成果を利用することは非常に役に立つ。さらに複雑な関係式を見つづけるときも、そのための第一歩としても、この簡単な場合についての研究が役立つ。Talobre⁶⁾も“解明できない現象に何らかの解答を与えるためには、多少とも裏づけのある仮定に従う必要がある”と言っている。まずは弾性論に基づくトンネル力学を展開することにする。

◎弾性係数を次のように定義する(図-19-1参照)

$$\begin{aligned} \text{ヤング率 } E &= \text{応力 } \sigma / \text{縦ひずみ } \epsilon \\ &= (\text{荷重 } P / \text{断面積 } A) \div (\text{伸び量 } \Delta l / \text{元の長さ } l) \\ \text{ポアソン比 } \nu &= -\text{横ひずみ } \epsilon_t / \text{縦ひずみ } \epsilon \\ \text{せん断弾性率 } G &= \text{せん断応力 } \tau / \text{ずれひずみ } \epsilon_s \\ &= E / [2(1 + \nu)] \\ \text{体積弾性率 } K &= \text{応力} / \text{体積変化率} \\ &= (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / (\Delta V / V) \\ &= E / [3(1 - 2\nu)] \end{aligned}$$

$$\text{ラーメの定数 } \lambda = \nu E / (1 + \nu)(1 - 2\nu)$$

ここで、ひずみは小さいので $\Delta V / V = (1 + \epsilon_1)(1 + \epsilon_2)(1 + \epsilon_3) - 1 \approx \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$ と ϵ の2乗以上の項を省略していることに注意。ひずみが非常に大きい場合は誤

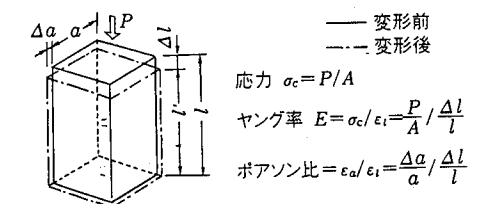


図-19-1 力と変形、ひずみ、弾性率の関係

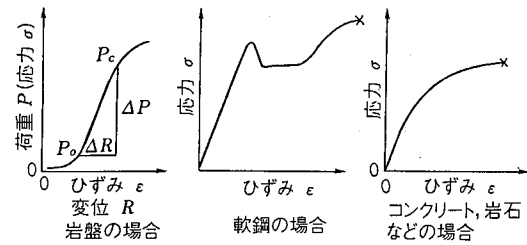


図-19-2 応力・ひずみの関係

差がでるが、弾性学では普通ひずみが1/1000くらいを考えているので、これで十分正確である。

◎図-19-2に種々の材料の応力とひずみの関係を示す。普通、弾性学では、このうち応力とひずみが小さくて両者が正比例している状態のときを扱う。コンクリートや岩石では初めから正比例していないが、近似的に正比例しているものとして扱う。

◎力、応力には引張りと圧縮があり、変形、ひずみにも伸びと縮みとがある。力学では、一般に引張り、伸びを正（プラス）に、圧縮、縮みを負（マイナス）にとっている。伸びがプラスである方が一般にはわかりやすい。そうした場合、引張りをプラスにとる方が弾性率がプラスになり都合がよい。土、岩、コンクリートを扱う場合は、圧縮応力が問題になることが多く、したがって、圧縮をプラスにとることが多い。どちらを採るかは一般の力学との連続を重んじるか、土などについての計算がわかりやすい方をとるかの差である。ここでは、一般の力学にならない引張り、伸びをプラスにとる。ただ、文章で説明するときなどで、圧縮力、圧縮ひずみをプラスにとる方が説明しやすいときには混乱が生じない限り多少混用した。

◎平面応力と平面ひずみ

実際の構造物はほとんどが3次元に広がっているが、構造力学として考えるときは、2次元の構造と考えて良いものが沢山ある。それは、2次元の方がはるかに計算がやさしいからである。例えば、板、壁などがその一例で、厚さ方向の応力はゼロと考えてもほとんど差はない。もう一つの例が、長いトンネルや堤防、ダムなどで、長さ方向には物はひずまないと仮定してもほとんど誤差はない。長さ方向の応力は残り二つの応力の関数として表わすことができるので、第一の例（板）で求めた応力やひずみに、ある係数を掛けると第2の場合（トンネルなど）の答えになる。このような場合についての弾性学は広く研究が進んでおり、平面理論と呼ばれている。3次元の問題は数学的に解くのがむずかしいが、2次元なら比較的案に解けることが多い。トンネルの力学も平面理論の成果を利用できる。

平面理論の解析には、エアリーの応力関数や複素関数

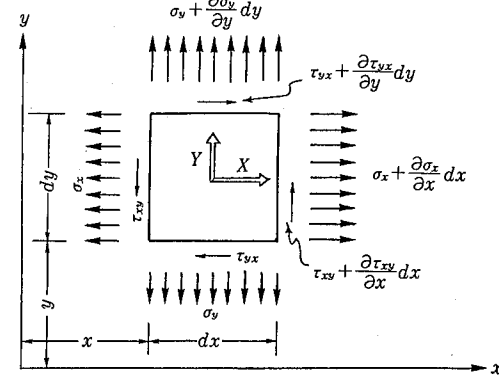


図-19-3 静的な力のつり合い

がよく用いられる。また、最近は電子計算機を用いた数値解析（有限要素法など）も広く用いられるようになった。平面問題の力学を解くには、次の基礎方程式を満足するような解を求める。ただし、これらを解いて答えが求められるのは、同じ材料からできたもので、直線、円、円などの比較的簡単な形のものに限定されている。

①静的つり合い条件式（物体が全体的に動き出さないための条件、x方向、y方向の力のつり合いの式）

図-19-3に示す小さな矩形のx方向、y方向の力のつり合いを考える。この微小部分でも応力は場所によりわずかに変化していると考え、外力（境界面での応力）や物体力（自重、慣性力や磁力、遠心力など）は図に示すように右と左で多少異なる。しかし、力のつり合から次のような式が成り立つはずである。

x方向では、

$$\sigma_x dy + \tau_{xy} dx = (\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx) dy + (\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy) dx + X dx dy$$

y方向では、

$$\sigma_y dx + \tau_{yx} dy = (\sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy) dx + (\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} dx) dy + Y dx dy$$

これを整理すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0, \quad \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0 \quad (19-1)$$

ここに、X、Yは重力、電磁力などの物体力のx、y方向の分力

②幾何学的条件式（変位u、vを微分すると、ひずみε_x、ε_yになる。ひずみを積分すると、変位になる。せん断ひずみγ_{xy}は変位の分布状態から求められるなどの条件を表わした式）図-19-4に示すような矩形abcdが応力を受けてa'b'c'd'になるような移動、変形、回転をしたとする。x方向のひずみは、

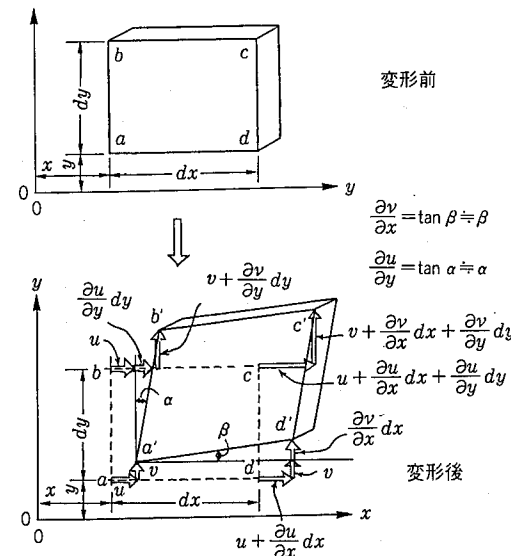


図-19-4 ひずみと変位の関係

$$\epsilon_x = \frac{a'd' - ad}{ad} = \frac{[u + (\partial u / \partial x) dx] - u}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

同じようにして、y方向のひずみも求められる。

$$\epsilon_y = \frac{a'b' - ab}{ab} = \frac{[v + (\partial v / \partial y) dy] - v}{dy} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

また、せん断ひずみは、

$$\gamma_{xy} = \tan \alpha + \tan \beta$$

$$\tan \alpha = \frac{(\partial u / \partial y) dy}{[u + (\partial u / \partial x) dx + dx] - u} = \frac{\partial u / \partial y}{1 + (\partial u / \partial x)}$$

$$\tan \beta = \frac{(\partial v / \partial x) dx}{[v + (\partial v / \partial y) dy + dy] - v} = \frac{\partial v / \partial x}{1 + (\partial v / \partial y)}$$

ここに、 $\partial v / \partial y \ll 1$ 、 $\alpha \ll 1$ とすると、

$$\tan \alpha \approx \alpha \approx \partial u / \partial y$$

$$\tan \beta \approx \beta \approx \partial v / \partial x$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (19-2)$$

（ここで述べたことは、例えば長い棒、または列車でも蛇でもよいが、その一部分の長さをdxとし、前端がu+duだけ進み、後端がuだけ進んだとすれば、この棒のひずみε_xはdu/dxになる。この変位を微分するとひずみになる。逆にひずみを積分すると変位になる関係は、今後もひんぱんに出てくるので記憶の隅にとどめておいていただきたい。

③物理的条件式（拡張フックの法則、線形弾性以外の条件を用いるとき、例えば、弾塑性計算をするときは、この条件式を変える必要がある。

$$\epsilon_x = \frac{(\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z)}{E}, \quad \epsilon_y = \frac{(\sigma_y - \nu \sigma_x - \nu \sigma_z)}{E},$$

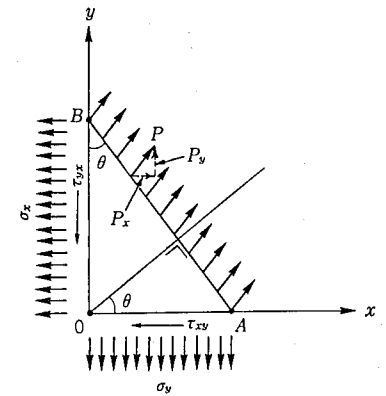


図-19-5 微小物体の外力のつり合い

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (19-3)$$

岩石は金属と違ってなかなか計算どおりに行かないというときには、この式が正確に成り立っていない。その場合の対処法は、後述で説明する。いまは、同式は正しいものとする。

④境界条件式（物体の表面での力のつり合い）

図-19-5のように外力p(x方向成分がp_x、y方向成分がp_y)が働いている物体表面ABを含む微小三角形OABのつり合いを考えると、x方向の力のつり合いから、

$$p_x \cdot AB = \sigma_x \cdot OB + \tau_{xy} \cdot OA$$

$$= \sigma_x \cdot AB \cdot \cos \theta + \tau_{xy} \cdot AB \cdot \sin \theta$$

同様に、y方向では、

$$p_y \cdot AB = \sigma_y \cdot OA + \tau_{yx} \cdot OB$$

$$= \sigma_y \cdot AB \cdot \sin \theta + \tau_{yx} \cdot AB \cdot \cos \theta$$

これを整理して、 $\cos \theta = l$ 、 $\sin \theta = m$ の記号で表すと、

$$p_x = \sigma_x l + \tau_{xy} m, \quad p_y = \tau_{yx} l + \sigma_y m \quad (19-4)$$

⑤ひずみの適合条件式（幾何学的条件式②は、2つの変位成分u、vから3つのひずみ成分を求めているので、この3つのひずみ成分は互いに独立ではなく、次の関係式が常に成り立つ。(19-2)式を次式に代入してみれば、同式が常に成り立つことがわかる。

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (19-5)$$

◎この五つの条件式のうち、③の拡張フックの法則を除いて弾塑性計算でも成り立つ。

◎エアリーの応力関数

物体力X、Yが一定で $\partial X / \partial x = 0$ 、 $\partial Y / \partial y = 0$ の場合には（例えば、密度が一定の地山内のトンネル）、静的つり合い方程式(19-1)の第1式をよく見ると、この関係式が成り立つためには次の関係(19-6)を満足する関数Bがなければならず、また、Bがあれば必ず式(19-1)の第1式が成り立つことがわかる（つまり、この式を微

分して加えれば(19-1)式が成り立つ。

$$\frac{\partial B(x, y)}{\partial y} = \sigma_x, \quad \frac{\partial B(x, y)}{\partial x} = -\tau_{xy} \quad (19-6)$$

同じく、静的つり合い方程式(19-1)の第2式が成り立つためには、次の式が成り立つことが十分に必要である。

$$\frac{\partial A(x, y)}{\partial x} = \sigma_y, \quad \frac{\partial A(x, y)}{\partial y} = -\tau_{xy} \quad (19-7)$$

(19-6)式と(19-7)式の τ_{xy} を等しいとすると、

$$\frac{\partial B(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial A(x, y)}{\partial y} \quad (19-8)$$

この関係を満足するには、次の関係を満足する関数 $U(x, y)$ が存在しなければならない。

$$\frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = A(x, y), \quad \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = B(x, y) \quad (19-9)$$

このような関数 $U(x, y)$ を応力関数、または発明者 G. B. Airy (1862) にちなみエアリーの応力関数と呼ぶ。応力関数を用いれば、応力は次のように表すことができる。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (19-10)$$

応力関数について、以上に述べたことはつり合いの条件式と幾何学的条件式からだけ導かれたが(だから応力関数は弾性問題でない場合、塑性問題でも使えることになる)、2次元平面問題を応力関数で解くためには、このほか適合条件とフックの法則を満足する必要がある。いま、適合条件式(19-5)にフックの法則(19-3)を代入して、 $\varepsilon_z=0$ の場合(平面ひずみ問題)について、これを応力成分のみで表せば、

$G=E/[2(1+\nu)]$ であるから、

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}(\sigma_x - \nu \sigma_y) + \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_y - \nu \sigma_x) = 2(1+\nu) \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (19-11)$$

一方、つり合い条件式(19-1)をそれぞれ x, y で微分して加えると、次のようになる。

$$2 \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right) \quad (19-12)$$

この2つの式から、 τ_{xy} を消去すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(\sigma_x + \sigma_y) \\ = -(1+\nu) \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (19-13)$$

ここで、 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ の記号を導入すると、この式の左辺は $\nabla^2(\sigma_x + \sigma_y)$ と書ける。また、物体力 X, Y が重力、磁力などで比重が一定の物質のときは、 X, Y は位置 x, y に関係のない定数になり、 x や y で微分す

るとゼロになるので同式の右辺はゼロになる。ゆえに、 $\nabla^2(\sigma_x + \sigma_y) = 0$ (19-14)

ところで ∇^2 の記号を使えば(19-10)式は $\nabla^2 U = \sigma_x + \sigma_y$ となるので(19-13)式は次のように書くことができる。

$$\nabla^2 \nabla^2 U = \nabla^4 U = 0 \quad (19-15)$$

このように4回微分してゼロになるような関数を調和関数と呼んでいる。2次元平面問題は、調和関数のうちから境界条件を満足するものを見出せば解析的に解くことができる(境界条件を満足するというのは、トンネルの内空面のように他の条件から応力や変位が決まっている場合は、一般式から条件に合うものを選ぶということである)。

梁や柱から成り立つ橋、建物などに比べて広がりがあり、複雑な形をしたものの応力のつり合いや適合条件を直接解くことは非常にむずかしいが、応力関数を用いると比較的容易に解くことができるので二次元問題には広く用いられている。

このような方法がむかしはよく用いられたであろうし、現在でも専門家には必要かも知れないが、実用を主とする人には関係ないと考える人も多いと思う。コンピュータを使った数値計算法の方が近代的で、スマートで、正確であると言う考えの方が一般的になりつつある。しかし、基本的考え方をしっかり理解しておくことは何時の時代でも大事であるし、現場でとっさに間に判断するにはコンピュータは役に立たないので、しっかりとした解析式で大筋の方向を掴んでおく必要がある。何よりも広い視野から判断するには、このような解析解について、数式は多少飛ばして考え方だけでも学んでおくことがぜひ必要である。

何よりも困るのは、コンピュータによる数値解析では、ある条件のときの答えはでるが、どの条件がどのように変わったとき答がどう変わるかという全体の展望が得られないことである。

◎ここで、式は x, y 座標で導いたが、円座標、楕円座標でも同じで、後で円座標を使うことが多くなる。

◎平面応力と平面ひずみの関係

平面応力問題と平面ひずみ問題では応力分布は変わらないが、ひずみや変位の量が変わってくる。例えば、(トンネルの長さ方向に z 軸をとり) x 方向のひずみを考えると、

平面応力の場合 $\sigma_z=0$ (z 方向の応力ゼロ=薄い板など)であるから、

$$\varepsilon_x = (\sigma_x - \nu \sigma_y)/E \quad (19-16)$$

平面ひずみの場合 $\varepsilon_z=0$ (z 方向のひずみゼロ=長い堤防、トンネルなど)であるから、

$$\varepsilon_x = (\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z)/E = 0 \quad (19-17)$$

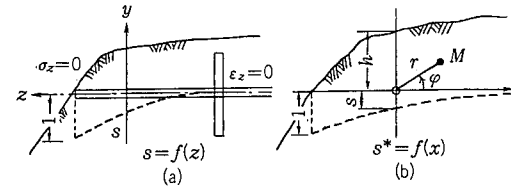


図-19-6 Schmidの考え方(係数 S, S^*)

したがって、 $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$ (19-18)

ゆえに、 $\varepsilon_x = (\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z)/E$

$$= \{(1-\nu^2)\sigma_x - \nu(1+\nu)\sigma_y\}/E \quad (19-19)$$

この式を(19-16)式と比べてみると、 $1/E$ のかわりに $(1-\nu^2)/E$ を、 ν/E のかわりに $\nu(1+\nu)/E$ を(あるいは ν のかわりに $\nu/(1-\nu)$)を用いれば平面応力から平面ひずみに転換できることがわかる。

トンネルの坑口近くでは、完全な平面ひずみ状態ではなく、平面ひずみと平面応力の中間と考えられる。いま、平らな表面の下、深さ h のところの応力は x 方向、 z 方向のひずみがゼロと考えられるので、

$$\sigma_y = -\gamma h, \quad \sigma_z = \sigma_x = -\{\nu/(1-\nu)\}\gamma h$$

となる。Schmidは、斜面の近くにあるため平面ひずみにならない影響を考慮して、係数 s を導入し、 σ_z を次のように求めた⁶⁾。ただし、 $m=1/\nu$; ポアソン数、 s は係数で、地表で1、相当深いところで0とする(図-19-6)。

$$\sigma_z = -\gamma h \frac{1-m}{m} \left(1 + \frac{1-s}{s+m-1}\right) \quad (19-20)$$

これは、 $s=0$ のとき平面応力に、 $s=1$ のとき平面ひずみになるようになっている。

◎重ね合わせの原理

弾性変形は応力に比例するので、いろいろな力が働き、一度に計算することが困難なときは別々に計算して、後で足算をしても良い。例えば、トンネルを掘る状態を力学的に表すするには、トンネルの内空面にもともと働いていた応力と反対符号で、大きさが同じ力を加えることで表すことができる。その計算では、このような簡単な方法は取れない。弾性体の力学が広く用いられるのは計算しやすく、多少の誤差はあるにしても比較的容易に答を求められるためでもある。

実用上は、例え多少誤差があってもとにかく答がでることは重要である。

§20 軸対称円形トンネル(静水圧状の土圧が働く地山中のトンネルの弾性解)

随より始めよ、ということわざがある。シナの戦国時代の燕の人で郭隗という人の言葉である。世の賢者を招いて文化を高めようとするのならば、まず私のようなさほどでもない者を優遇しなさい。そうすれば評判が広がっ

て賢者は遠くからも次々と集まって来るであろう。遠大なことをなすときはまず卑近なことから始めよ、といったそうで、転じて、事をおこすにはまず自分自身から着手せよ、あるいは手近なところ、簡単なことから始めよとの意味だそうである。

そこで、トンネルの問題で一番簡単な場合として、まず、静水圧状の土圧が働く地山中の円形トンネルについての弾性解を考えてみよう。

§20-1 応力分布

まず図20-1のような厚肉円筒の扇形部分(図20-2)を取り、半径方向の力の釣合いを考える。内側からの圧力を p 、外側からの圧力を $p+\Delta p$ 、半径に垂直な方向の(切線方向の)圧縮力を q とする。扇型の中心角を $\Delta\theta$ とすると、圧力を受ける面積は内側の $r\Delta\theta$ と外側の $(r+\Delta r)\Delta\theta$ であるから、長さは l として、内側と外側から働く力の差は、

$$(p+\Delta p)(r+\Delta r)\Delta\theta - pr\Delta\theta$$

である。この力は横からの(切線方向の)二つの力—— $2q\Delta r$ の半径方向の分力 $2q\Delta r\Delta\theta/2$ とつり合っているはずであるから、したがって次のような力のつり合い式ができる(幾何学の本のとおりだと $2q\Delta r\sin(\theta/2)$ になるが、 θ がごく小さいときは $\sin(\theta/2) \approx \theta/2$ になる)。

$$(p+\Delta p)(r+\Delta r)\Delta\theta - pr\Delta\theta = q\Delta r\Delta\theta \quad (20-1)$$

Δr と $\Delta\theta$ が限りなくゼロに近づく極限では、同式は次

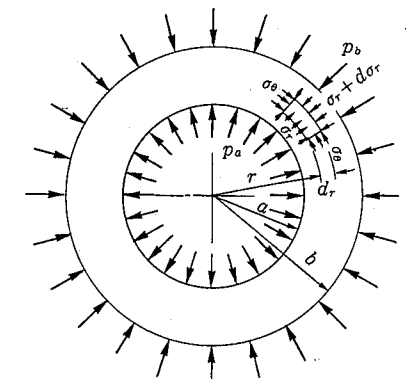


図-20-1 厚肉円筒に働く力

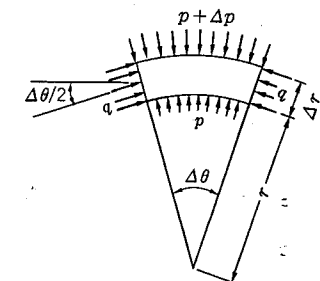


図-20-2 扇形部分に働く力

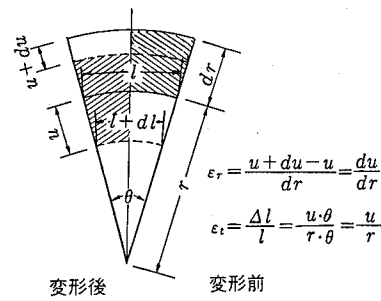


図-20-3 変形とひずみの関係

のようになる。

$$p + r dp/dr = q \quad (20-2)$$

部材内の応力 σ_r, σ_t は、外力 p, q と等しいはずであるから（添字 r, t は半径方向、接線方向を表す）、同式は次のように書き換えることができる。

$$\sigma_r + r d\sigma_r/dr = \sigma_t \quad (20-3)$$

この力のつり合い式は未知数が二つあるので、このままでは解けない。そこで、ひずみ ϵ_r, ϵ_t と変位 u の関係式およびフックの法則を代入して解く。このように力のつり合いだけでは解けないのがトンネル問題のような不静定構造の特色である。

すなわち、平面ひずみで軸対称の場合のひずみと変位の関係およびHookeの法則から次のようになる。

$$\epsilon_t = u/r = (1+\nu)[(1-\nu)\sigma_t - \nu\sigma_r]/E$$

$$\epsilon_r = du/dr = (1+\nu)[(1-\nu)\sigma_r - \nu\sigma_t]/E \quad (20-4)$$

$\epsilon_r = du/dr$ は、一般的なひずみの適合条件(19-2)であるが、 ϵ_t が u/r になるのが円形トンネル、アーチなどの特色である。これは、地山がトンネル中心側に移動しようとするれば半径が小さくなった分だけ、周辺の長さ（接線方向の長さ）も短くなることを表している。これがアーチ作用の原理とも言える（図-20-3参照）。

同式(20-4)を σ_r, σ_t について解くと、

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{u}{r} \nu + \frac{du}{dr} (1-\nu) \right] \quad (20-5)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{u}{r} (1-\nu) + \frac{du}{dr} \nu \right] \quad (20-6)$$

これを(20-3)式に代入すると、

$$r \frac{d}{dr} \left[\frac{u}{r} \nu + \frac{du}{dr} (1-\nu) \right] = \left[\frac{u}{r} (1-2\nu) - \frac{du}{dr} (1-2\nu) \right] \quad (20-7)$$

これを整理すると次のようになる。

$$r \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{du}{dr} - \frac{u}{r} = 0 \quad (20-8)$$

これを2回積分して整理すると、

$$u = A/r + Br + C \quad (20-9)$$

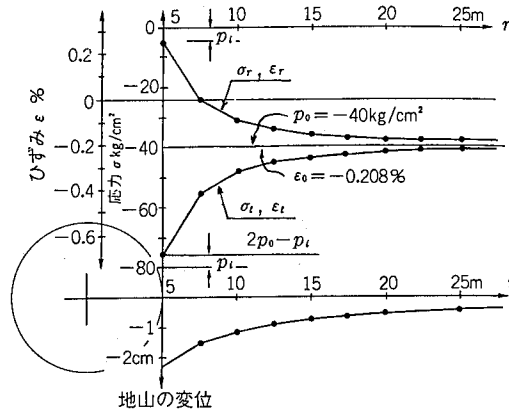


図-20-4 地山内の応力、ひずみ、変位の分布

これを(20-4)式に代入すると、

$$\epsilon_t = u/r = A/r^2 + B + C/r \quad (20-10)$$

$$\epsilon_r = du/dr = -A/r^2 + B \quad (20-11)$$

A, B は積分常数である。

これを(20-5)、(20-6)式に代入して、

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{A}{r^2} + B + \frac{C}{r} \right] \nu + \left(-\frac{A}{r^2} + B \right) (1-\nu) \quad (20-12)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{A}{r^2} + B + \frac{C}{r} \right] (1-\nu) + \left(-\frac{A}{r^2} + B \right) \nu \quad (20-13)$$

外力、境界条件、記号を図20-1のようにすると、積分常数が求められて、そこで応力は次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{p_a \cdot a^2 - p_b \cdot b^2}{b^2 - a^2} + \frac{p_a - p_b}{b^2 - a^2} \cdot \frac{a^2 b^2}{r^2} \\ \sigma_t &= -\frac{p_a \cdot a^2 - p_b \cdot b^2}{b^2 - a^2} - \frac{p_a - p_b}{b^2 - a^2} \cdot \frac{a^2 b^2}{r^2} \end{aligned} \right\} \quad (20-14)$$

また、平面ひずみの仮定(19-18)より、

$$\sigma_r = \nu(\sigma_r + \sigma_t)$$

ここで、記号は圧縮力、圧力はマイナス、引張り力はプラスで表している。

同式では機械部品の応力は求められるが、丸い地球の真中に丸いトンネルを掘るわけではないから役に立たぬと早合点しないでいただきたい。トンネルの直径よりも相当深いところにあるトンネルでは、外側半径 $b \approx \infty$ として同式を使って計算してもよいことが研究の結果わかっている。ここで、内圧を p_i 、外圧を p_0 とし、(20-14)式に $b \approx \infty$ を代入して書き直せばトンネル周りの地山内の応力は次式で計算できる。

$$\sigma_r = p_0 + (a^2/r^2)(p_i - p_0) = p_0(1 - a^2/r^2) + p_i \cdot a^2/r^2$$

$$\sigma_t = p_0 - (a^2/r^2)(p_i - p_0) = p_0(1 + a^2/r^2) - p_i \cdot a^2/r^2$$

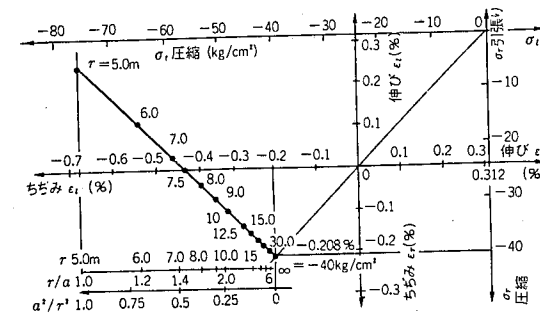


図-20-5 地山内の応力とひずみの分布

$$\sigma_t = \nu(\sigma_r + \sigma_t) = 2\nu p_0 \quad (20-15)$$

外圧 p_0 はトンネルのかぶり×地山の密度 $= -\gamma H$ 、内側からの反力 p_i は支保工の反力で、これは支保工の形式や設置時期により変わるが、何らかの方法で求められるとすれば、これで地山内の応力分布を求めることができる。

同式で $\sigma_r = \sigma_t = p_0$ がトンネルを掘る前の応力状態を、 $(p_0 - p_i)a^2/r^2$ がトンネルを掘ったことによる影響を表している。

応力がもっとも大きくなるのは $r=a$ （つまり、トンネルの内空面）で、次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_{ra} &= p_i \\ \sigma_{ta} &= 2 \cdot p_0 - p_i \end{aligned} \quad (20-16)$$

応力分布の計算例を図-20-4に示す。これを見るとトンネルの内側表面に近いところで接線方向の応力が大きくなっている。この応力が地山の強度より大きくなるとトンネルは壊れることがわかる。よく地山分類と支保工の関連を示す表などがあるが、同式によると同じ性質、同じ強度の地山、岩石でもかぶりが違えば必要な支保工の力 p_i は違う。あるいは、一方は壊れ、一方は全然安全であることになる。

また、この式より a^2/r^2 と応力 σ_r, σ_t との関係をグラフにすると、直線になることがわかる（図20-5）。逆に、地山内の応力分布を測って同図と同様に、 a^2/r^2 に対してプロットして直線になるならば地山は弾性状態ですぐ安心らしいということがわかる。

ところで、大抵の計測は変位やひずみは測っても応力の方は測るのがむずかしいし、それに支保工に反力がどのくらいになるかは実は地山の応力——つまり地山がどのくらいトンネル内に押し出してくるかわからないと求められない。次に地山のひずみや変位の計算式を導く。

§20-2 地山の変位とひずみ

内径 a 、外径 b で、内圧 p_a 、外圧 p_b をうける円環のひずみは(20-14)とフックの法則(20-4)より次のように求められる。

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\sigma_r - \nu\sigma_t - \nu\sigma_r}{E} = \frac{(1-\nu^2)\sigma_r - \nu(1+\nu)\sigma_t}{E} \\ &= \frac{1+\nu}{E} \left\{ -\frac{p_a \cdot a^2 - p_b \cdot b^2}{b^2 - a^2} (1-2\nu) + \frac{p_a - p_b}{b^2 - a^2} \cdot \frac{a^2 \cdot b^2}{r^2} \right\} \end{aligned} \quad (20-17)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_t &= \frac{\sigma_t - \nu\sigma_r - \nu\sigma_t}{E} = \frac{(1-\nu^2)\sigma_t - \nu(1+\nu)\sigma_r}{E} \\ &= \frac{1+\nu}{E} \left\{ -\frac{p_a \cdot a^2 - p_b \cdot b^2}{b^2 - a^2} (1-2\nu) - \frac{p_a - p_b}{b^2 - a^2} \cdot \frac{a^2 \cdot b^2}{r^2} \right\} \end{aligned} \quad (20-18)$$

同式は(20-10)(20-11)のひずみの式に積分常数を代入しても求められる。

深い地山内にあるトンネルの場合は $b \rightarrow \infty$ と考えてよいので、

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{(1+\nu)}{E} \{ p_0(1-2\nu) + (p_i - p_0)(a/r)^2 \} \\ \epsilon_t &= \frac{(1+\nu)}{E} \{ p_0(1-2\nu) - (p_i - p_0)(a/r)^2 \} \end{aligned} \quad (20-19)$$

(20-17~19)式を見ると、 $\epsilon_r + \epsilon_t =$ 一定、すなわち、体積一定の関係になっていることがわかる。つまり、弾性変形ではトンネルの内空が押し出しているようでも、それは体積が膨張しているわけではなく、無限遠のところの微小な変位が体積が圧縮されないで、トンネルの近くでは相当の押し出しとなつてあらわれる。

応力の場合と同様に、ひずみ ϵ_r, ϵ_t も、 a^2/r^2 を横軸にとつて図を描くと直線になる。(20-15)式と(20-19)式を比べると、ひずみと応力は次のような関係があることがわかる。

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{1+\nu}{E} (\sigma_r - 2\nu p_0) \\ \epsilon_t &= \frac{1+\nu}{E} (\sigma_t - 2\nu p_0) \end{aligned} \quad (20-20)$$

したがって、倍率を $E/(1+\nu)$ とし、座標原点を $2\nu(1+\nu)p_0/E$ だけずらして描けば、一つのグラフ内の同じ点で応力とひずみを示すことができる（図-20-5参照）。

さて、地山の変位 u はひずみを積分することにより求められる(19-2)。この場合、軸対称であるから変位はすべて半径方向にだけ起こる。したがって、(20-7)式を積分して

$$\begin{aligned} u &= - \int \epsilon_r dr \\ &= \frac{(1+\nu)}{E} \left\{ -\frac{p_a \cdot b^2 - p_b \cdot a^2}{b^2 - a^2} \cdot r(1-2\nu) + \frac{p_a - p_b}{b^2 - a^2} \cdot \frac{a^2 \cdot b^2}{r} \right\} \\ &\quad + B \end{aligned} \quad (20-21)$$

ただし、 B は積分常数である。なんにも圧力が働かな

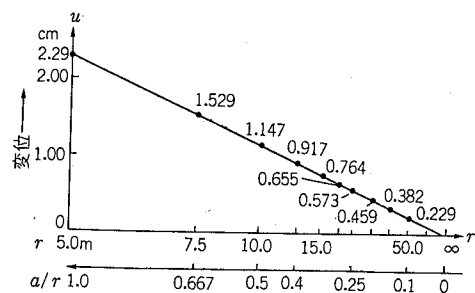


図-20-6 地山内の変位分布

いとき ($p_0 = p_i = 0$ のとき) は変位 u はゼロのはずであるから $B=0$ 。次に (20-21) 式に $b \rightarrow \infty$ とおけば、深い地山内に掘ったトンネルによる変位が求められる。すなわち、 $b \rightarrow \infty$, $p_0 \rightarrow p_0$, $p_i = p_i$ とすると、

$$u = \frac{1+\nu}{E} (p_0 - p_i) \cdot \frac{a^2}{r} + \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \cdot p_0 \cdot r$$

同式をよくみると、第2項 (すなわち、 $p_i = p_0$ (トンネル掘削面にまだ圧力 p_0 が働いているとき) でもゼロでない項) はトンネル掘削前から生じている変位を表しているの、この掘削前に生じた変位を除くと次のようになる。

$$u' = (1+\nu)(p_0 - p_i)a^2 / (r \cdot E) \quad (20-23)$$

同式より地山内の変位はトンネル中心からの距離 r に反比例すること、 $1/r$ を横軸にとって図をえがけば直線で表わせることがわかる (図-20-6参照)。

トンネル内空の変位 u_a は、この式に $r=a$ を代入して求めることができる。

$$u_a = a(1+\nu)(p_0 - p_i)/E \quad (20-24)$$

これを見ると、トンネルの内空変位量は、トンネルの径と内外の圧力差に比例し、地山の弾性率に反比例することがわかる。ただし、以上の式は変位はトンネルの中心に向かうものをマイナス、応力は引張りをプラス、圧力をマイナスとしている。

(20-24)式より弾性地山内での変位 u_a と支保工の反力 p_i の関係 (地山応答曲線、いわゆる Fenner-Pacher 曲線) を求めることができる (図-20-7参照)。

トンネルの中心から r だけ離れた点 (地表面など) の変位は $u_a \cdot (a/r) =$ 内空変位/トンネル中心からの相対距離 (r/a) で計算できそうである (これは、地表近くでは大分誤差の大きい推定で $2u_a \cdot (a/r)$ 程度が正しい筈になる。その理由は後で説明する)。

◎少しはトンネルを掘るときに役立つ話になってきた。変位 u の説明を補足すると、ひずみを積分してえられる変位は実は地球ができるとき、山ができたときの変位も含んでいる。ひずみの方が山ができたとき以来のひずみがそのまま残っているから、これを積分すれば当然な

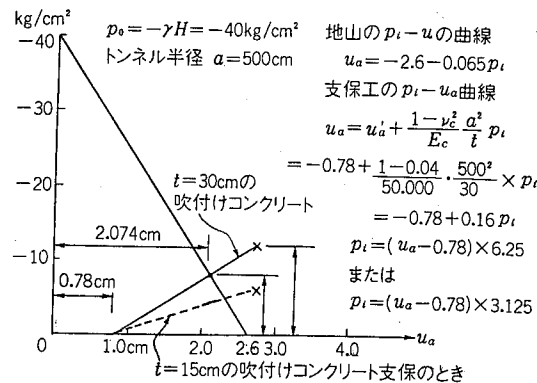


図-20-7 地山応答曲線 (計算例 1, 2)

がら山がふんわりとできて、まだ地球の重力が働かないときからの変位が計算できる。山ができるのと地球の重力ができるのと一体どちらが先なのだ、少し話がおかしいとお叱りを受けるかも知れないが、計算のうえから山の方が先にできたことにしないと計算式が解けないので、このようにしている訳で、同時にできたとしても同じような結果になる。いずれにしろ、地山の変位は何回も問題になるので、そのつど有史以来の変位なのか、トンネルを掘った後から生じた変位なのかを区別しながら進んでいただきたい。これを間違えるととんでもない計算結果が出てくる。

§ 20-3 支保工と地山の相関

前節の計算で、支保工がない場合 ($p_i = 0$ の場合) はトンネルの内空面沿いに $2p_0$ の切線方向の応力が働くことがわかった。地山の強度が $2p_0$ より小さいときはトンネルは崩れてしまいそうである。そこで、地山の軸圧縮強度 σ_c と地山の初期荷重 (トンネルを掘る前に働いている圧力 p_0) との比が2以下のときは危ないということになる。この比を地山強度比と呼んでいる⁴⁾ (筆者は地山の『比強度』と呼ぶ方がよいと思っている)。

さて、地山の比強度 (地山強度比) が2より小さい場合は支保工を建て込んで地山を支える必要があると考えられる。支保工に吹付けコンクリートを用いるものとし、吹付けコンクリートの厚さ t がトンネル半径 a に比べて十分小さい場合についてまず計算しよう (厚い場合は前節の式 (20-5~14) を用いればよいが、なるべく簡略にできるときは簡略にした方がよいので簡略式を紹介する)。

厚さの影響を無視できるような薄いパイプ、吹付けコンクリートなどに働く軸力 T_c は図-20-8を見ればわかるように (圧力は内側からでも外側からでも同様である) 力のつり合いから、

$$T_c = p_i \cdot a \quad (20-25)$$

したがって、応力やひずみは次のように計算できる。応力は、 $\sigma_c = T_c/t$, $\sigma_r = 0$, $\sigma_\theta = \nu_c \sigma_c$ (20-26)

ひずみは、 $\epsilon_r = u/r = (\sigma_r - \nu_c \sigma_\theta - \nu_c \sigma_c)/E_c$

$$= \sigma_c \frac{(1-\nu_c^2)}{E_c} = T_c \frac{(1-\nu_c^2)}{E_c \cdot t} = p_i \frac{a(1-\nu_c^2)}{E_c \cdot t} \quad (20-27)$$

$$\epsilon_r = (\sigma_r - \nu_c \sigma_\theta - \nu_c \sigma_c) = 0 \quad (20-28)$$

$$\text{変位は、} u = \epsilon_r \cdot r = p_i \frac{a(1-\nu_c^2)}{E_c \cdot t} \cdot r \quad (20-29)$$

ここに、 t ; 吹付けコンクリートの厚さ、 σ_c ; コンクリートの切線方向の応力、 ϵ_r ; コンクリートの切線方向のひずみ ϵ_r 、 T_c ; コンクリートの単位長さあたり軸力、 E_c ; コンクリートのヤング率、 ν_c ; コンクリートのポアソン比、 p_i ; 吹付けコンクリートリングに働く外力。したがって、内空変位と圧力の関係は (20-29) 式より、

$$p_i = u_a \cdot \frac{t \cdot E_c}{a^2 \cdot (1-\nu_c^2)} \quad (20-30)$$

つまり、支保工に働く圧力 = 内空変位 $\times$ 支保工の剛性という関係になっている。

鋼製支保工の場合も同様に求められる。

$$p_i = u_a \cdot E_s \cdot A_s / a^2 \quad (20-31)$$

ここに、 E_s ; 鋼材のヤング率、 A_s ; 鋼アーチ支保工のトンネルの単位長さあたり断面積 = 断面積 / 支保工の間隔。吹付けコンクリートと鋼製支保工を併用する場合は、力は両方の足し算、ひずみは両方が等しいという関係になるので次の式が成り立つ。

$$T_c + T_i = p_i \cdot a = (p_{ic} + p_{is}) \cdot a \quad (20-32)$$

$$\epsilon_r = u_a/a = T_c(1-\nu_c^2)/(E_c \cdot t) = T_i/(E_s \cdot A_s) \quad (20-33)$$

これを解いて、

$$T_c = p_i \cdot a \frac{E_s \cdot t / (1-\nu_c^2)}{E_s \cdot t / (1-\nu_c^2) + E_s \cdot A_s} = p_{ic} \cdot a \quad (20-34)$$

$$T_i = p_i \cdot a \frac{E_s \cdot A_s}{E_s \cdot t / (1-\nu_c^2) + E_s \cdot A_s} = p_{is} \cdot a \quad (20-35)$$

ここに、 T_c , E_s , A_s は鋼材の軸力、ヤング率、断面積。また、ここに用いた内空変位 u_a はあくまで支保工を設置してから後に起こった変位である。

[計算例 1] $\gamma = 2.0 \text{ t/m}^3$ (地山の単位体積重量), $H = 200 \text{ m}$ (土かぶり), $p_0 = -\gamma H = -400 \text{ t/m}^2 = -40 \text{ kg/cm}^2$ (初期地圧), $E = 10,000 \text{ kg/cm}^2$ (ヤング率), $\nu = 0.3$ (ポアソン比), $\sigma_{cd} = 100 \text{ kg/cm}^2$ (軸圧強度) の地山内に半径 $a = 5.0 \text{ m}$ のトンネルを掘る地山応答曲線および地山内の応力および変位の分布を求めよ。支保工は吹付けコンクリート $t = 15 \text{ cm}$, $E_c = 50,000 \text{ kg/cm}^2$, $\nu_c = 0.2$, 圧縮強度 $\sigma = 200 \text{ kg/cm}^2$ を施工するものとする。

[答] (20-24)式より

$u_a = -(500/10,000)(1+0.3)(p_i+40) = -2.6-0.065 \cdot p_i$
これより、 $p_i = 0$ のとき、 $u_a = -2.6 \text{ cm}$, $p_i = -40.0 \text{ kg/cm}^2$ のとき (つまり、掘削する前) は $u_a = 0$,

一方、支保工に働く反力は (20-33) 式より、

$$u_a' = T_c \cdot 500 \cdot (1-0.04)/(50,000 \cdot 15 \cdot 1)$$

$$\therefore T_c = u_a' \cdot 1562.5$$

支保工建て込み前に $p_i = 0$ の場合の変位の30%が起るとすれば (トンネルを掘ってから支保工を建て込んだり吹付けコンクリートを施工するまでにはどうしてもある程度の時間がたってしまうので、それまでに30%の変形が起ると仮定して計算する)。

$$u_a = -2.6 \cdot 30\% + u_a'$$

これを連立して解くと、 $p_i = -4.72 \text{ kg/cm}^2$, $u_a = -2.29 \text{ cm}$, $u_a' = -1.286 \text{ cm}$, 吹付けコンクリートの軸力は $-4.72 \times 500 \times 1 = -2,360 \text{ kg/cm}$, 応力は $\sigma_c = -2.360/15 = -157 \text{ kg/cm}^2$ でコンクリートの耐力 $\sigma = 200 \text{ kg/cm}^2$ 以内、地山の応力は $\sigma_r = -2.40 + 4.72 = -75.28 < 100 \text{ kg/cm}^2$ 。地山もコンクリートも破壊強度以下である。安全率を計算すると、 $SF = 200/157 = 1.27$ であまり余裕のないことがわかる。地山内の応力、ひずみ、変位の分布を図-20-4~6に示す。

図-20-7が Fenner-Pacher 曲線、または地山応答曲線と呼ばれるものの基本形である。この線の勾配がそれぞれ地山およびコンクリートの剛性を表す。剛性を変えたとき、つまり吹付けコンクリートの厚さや H 支保工の寸法を変えたときの力や変形量の関係が図では一目でわかる。

[計算例 2] 例1の吹付けコンクリートを厚さ30cmに変更した場合について考えよ。

[答] 例1と同じようにして計算すると、 $u_a = -2.1 \text{ cm}$, $t = 15 \text{ cm}$ のときに比べて変形量は2.29cmから2.1cmと減り、応力も 157 kg/cm^2 から 134 kg/cm^2 へと減るが、厚さが2倍になった割には減らないことがわかる。安全率は $200/134 = 1.49$ で、0.22しか増えない (図-20-7参照)。点線が15cm, 実線が30cm厚さの場合を示す。

[計算例 3] 上記と同じ条件で、かぶりが $H = 1,000 \text{ m}$ に増えた場合について計算せよ。

[答] 地山のひずみ曲線は、

$$u_a = \frac{500}{10,000} (1+0.3)(p_i+200) = -13.0-0.065 p_i$$

例1と同じような吹付けコンクリートを施工したとすると、地山の変位曲線と交わる前に破壊してしまう (図-20-8)。そこで隙間をあけた吹付けコンクリート ($t = 30 \text{ cm}$) を施工して、見かけのヤング率 E_c を $10,000 \text{ kg/cm}^2$ に下げたとすると、支保工の荷重-変位曲線は、

$$u_a = -3.9 + \frac{1-0.04}{10,000} \cdot \frac{500}{300} \cdot p_i = -3.9 + 0.80 p_i$$

交点を求めると、 $u_a = -9.1 \text{ cm}$, $p_i = -10.52$, $SF = 12.0/10.52 = 1.14$ (図-20-8)。(ただし、この場合、地山の

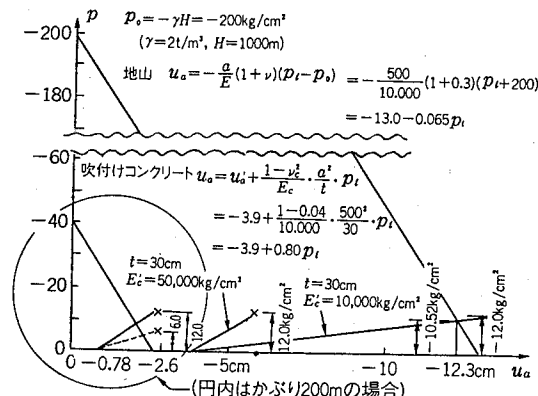


図-20-8 地山応答曲線(計算例3)

強度は $400-10.5=390 \text{ kg/cm}^2$ 以上必要である)

これより、かぶり大きいトンネルの場合、吹付けコンクリートやロックボルトの応力が過大になり過ぎることがわかる。最大かぶり約1000mのTauernトンネルの施工にあたってRabcewiczは吹付けコンクリートに隙間を設けて、見掛けのYoung率 E_c を小さくすることで、この問題を解決した。吹付けコンクリートの施工時期を遅くしても、計算上は同じ効果が得られるが、この場合は支保を施工する前に地山がゆるんでしまうと言う別の問題が生じることになる。

◎ここで、吹付けコンクリートの変位-反力曲線を単純に直線にしたが、Rabcewiczは吹付けコンクリートは材齢とともに強度やYoung率が上がっていくこと、まず1層吹付けてから2層目、3層目は多少遅れて吹付けることなどから、これを曲線にしている(図-10-4)。また、別の論文ではインバートを閉合するまでは剛性は小さいとして閉合後急に立ち上がる曲線を示している(図-11-1)。

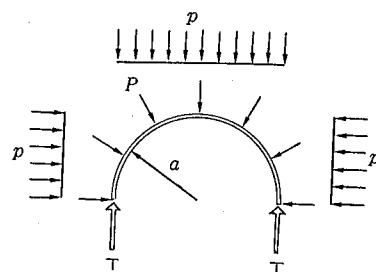
◎コンクリートの強度やヤング率は時間とともに増えていく^{(19),(47)(48)}。実測例を図-20-10に示す。コンクリートはまた、クリープ変形と言う一種の遅れ変形もする。

そのため、ヤング率は鉄筋コンクリートの計算をするときよりも小さくして計算する必要がある⁽⁴⁹⁾。詳しくは後ほど説明する。

◎少しトンネルの話になってきたが、何で永久変形の30%が支保工を設置する前に起こるのかわからない。支保工の設置時期が影響するのだろうか。とにかく計測結果から逆算すると、このような現象が起きるらしい。吹付けコンクリートをあまり厚くしても効果が少ないことはわかったが、曲げモーメントの作用もある。それは、また少し先で説明する。

◎岩石やコンクリートの圧縮強度は、一般にモールの図や次に示すモール・クーロンの式で表される。

$$\sigma_1 = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \sigma_3 - \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad (20-36)$$



放射方向に働く圧力 p は、その外側から働く水平、垂直の圧力 p と同じことだから、図のように円環を切って垂直力の釣り合いを考えると $T=p \cdot a$ になる。

図-20-9 円環に働く圧力と軸力

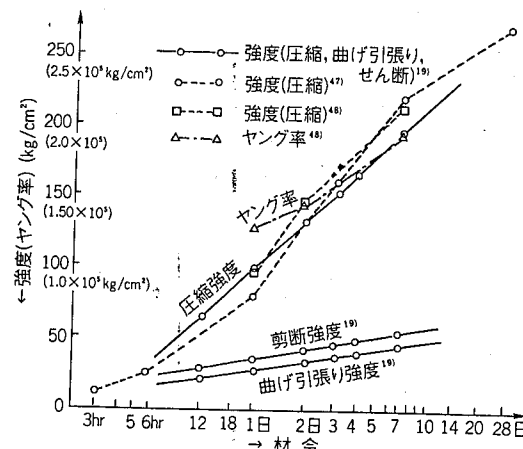


図-20-10 コンクリートの材令と強度、ヤング率の変化

ここに、 ϕ ; 内部摩擦角、 c ; 粘着力、 σ_3 ; 拘束圧、これは、次のように表すこともできる。

$$\sigma_3 = (m+1) \sigma_1 - s \quad (20-37)$$

ここに、 $m+1 = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)$; 受動土圧係数、 $s = 2c \cos \phi / (1 - \sin \phi)$; 一軸圧縮強度、同式の方が何かと便利なので、今後はなるべく後の方の式を使うことにする。

さて、地山が強度ぎりぎりになるために(いいかえれば安全率1で壊れないために)最低限必要な支保工の圧力を計算して見よう。拘束圧 $\sigma_3 = p_i$ (支保工圧)なので、(20-16)式と(20-37)式より、

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 2 \cdot p_0 - p_i = (m+1) p_i - s \\ \therefore p_i &= (2 \cdot p_0 + s) / (m+2) \end{aligned} \quad (20-38)$$

これが地山を弾性状態に保つために必要な最少限の支保工の圧力である。もち論、一軸強度 s が $2 \cdot p_0$ より大きければ、つまり、地山の比強度が2以上あれば支保工がなくても安全である(圧力の符号はマイナスになっているので、式を見るときは注意を要する)。

§ 20-4 アンカーボルトで支保されたトンネル

アンカーボルトによる支保効果は吹付けコンクリート

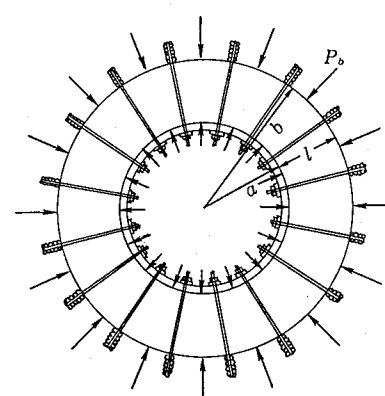


図-20-11 ボルトで補強した地山

や鋼支保工とは違って、単純にトンネル内面に働く圧力として考えるわけには行かない。なにしろ、地山の奥にあるボルトの定着点では、トンネル内側で地山が押し出さないように引っ張ったのと同じだけの力で逆に地山を押し出そうとしていると考えられるから本当に効くのかかわからないし、もし、効くとしてもボルトの引張力の分がまるまる効くのではないらしい。余り短いボルトでは定着点も動いてくるので、長いボルトを打つ方がよく効くという人もいるが、短いボルトと長いボルトではどちらがよく効くのかもよくわかっていない。

そこで、まずボルトの両端で地山と定着されているアンカーボルト(先端定着式アンカーボルト)を支保とした場合について考えてみる(図-20-11)。

半径 a と b の間に長さ $l=b-a$ のボルトが打設されている場合について考える。ボルトの断面積を A_a 、弾性係数を E_a 、打設間隔を $g \cdot h$ 、ボルトに生じる応力を σ_a 、軸力を $T_a = \sigma_a \cdot A_a$ 、ボルトによる内圧を $p_{ia} = T_a / (g \cdot h)$ 、ボルトによる外側定着点($r=b$)での外圧を $p_{0a} = p_{ia} \cdot (a/b)$ 、同じ点での外側地山からの圧力を p_0 とする。 $r=a$ (トンネル内空面)での内圧は吹付けコンクリート、鋼支保工、ロックボルトの抵抗力の合計であるから、

$$p_a = p_{ic} + p_{is} + p_{ia}$$

ここに、 p_{ic} ; 吹付けコンクリートによる内圧、 p_{is} ; アーチ支保工による内圧、 p_{ia} ; アンカーボルトによる内圧、トンネル掘削前後の a 、 b 点の変位を u_a 、 u_b 、そのうち支保工設置後の分を $u_{a'}$ 、 $u_{b'}$ 、支保工建て込み前の変位を u_0 とすると、 $u_a = u_0 + u_{a'}$ 、 $u_b = u_0 \cdot (a/b) + u_{b'}$ 、したがって、内圧は(20-30)(20-31)より、

$$p_{ic} = \frac{u_a}{a} \cdot \frac{E_c \cdot t}{a(1 - \nu_c^2)} \quad (20-39)$$

$$p_{is} = \frac{u_a}{a} \cdot \frac{E_s \cdot A_s}{a} \quad (20-40)$$

$$\begin{aligned} p_{ia} &= \frac{T_{ap} + T_{a'}}{g \cdot h} = \frac{T_{ap} + \{(u_a - u_b)/l\} \cdot E_a \cdot A_a}{g \cdot h} \\ &= \frac{T_{ap}}{g \cdot h} + \frac{E_a \cdot A_a}{g \cdot h} \cdot \frac{u_a}{b} \end{aligned} \quad (20-41)$$

ここに、 T_{ap} ; アンカーボルトのプレストレスによる軸力、外側定着点でのアンカーボルトによる外圧は、

$$p_{0a} = (T_{ap} + T_{a'}) a / (g \cdot h \cdot b) = p_{ia} \cdot a / b \quad (20-42)$$

ボルトによる内外の圧力差 $\Delta p_a = p_{ia} - p_{0a}$ は(20-41)(20-42)より次のようにまとめてよい。

$$\begin{aligned} \Delta p_a &= \left[\{(u_a - u_b)/l\} E_a \cdot A_a / (g \cdot h) \right. \\ &\quad \left. + T_{ap} / (g \cdot h) \right] (1 - a/b) \\ &= \left[(u_a/b) E_a \cdot A_a + T_{ap} \right] (l/b) / (g \cdot h) \end{aligned} \quad (20-43)$$

ボルトの外側での定着点($r=b$)での変位を u_b とすると、外側地山からの圧力 p_0 は(20-24)より次のように求められる。

$$p_0 = p_0 - u_b \cdot E / [(1 + \nu)b] \quad (20-44)$$

内外の半径 $r=a \sim b$ の厚肉円筒は外側で外側地山からの圧力 p_0 とアンカー定着点 p_{0a} を受け、内側からは吹付けコンクリート、鋼アーチ支保工とアンカーボルトによる反力を受ける。

したがって、厚肉円筒の変位は(19-21)式より、

$$\begin{aligned} u_a &= -\frac{1 + \nu}{E} \cdot \frac{p_0 - p_{0a} - p_{ia}}{b^2 - a^2} \cdot a \cdot b^3 \\ &= -\frac{1 + \nu}{E} \cdot \frac{p_{ic} + p_{is} + \Delta p_a - p_{0a}}{b^2 - a^2} \cdot a \cdot b^3 \end{aligned} \quad (20-45)$$

$$u_b = -\frac{1 + \nu}{E} \cdot \frac{p_0 - p_{0a} - p_{ia}}{b^2 - a^2} \cdot a^2 \cdot b = u_a \cdot a / b \quad (20-46)$$

また、外側地山より考えたボルトの定着点($r=b$ の円孔)の変位は(20-24)式より求めると、

$$u_b = -b(1 + \nu)(p_0 - p_{0a}) / E \quad (20-47)$$

したがって、(20-44)(20-47)より $r=b$ の点の圧力 p_0 を求めると、

$$\begin{aligned} \therefore p_0 &= -(u_b/b) [E / (1 + \nu)] + p_{0a} \\ &= p_0 - u_a (a/b^3) [E / (1 + \nu)] \end{aligned} \quad (20-48)$$

(20-39)、(20-40)、(20-43)を(20-45)に代入すると、

$$\begin{aligned} u_a &= -\frac{1 + \nu}{E} \cdot \frac{a \cdot b^3}{b^2 - a^2} (p_{ic} + p_{is} + \Delta p_a - p_{0a}) \\ &= -\frac{1 + \nu}{E} \cdot \frac{a \cdot b^3}{b^2 - a^2} \left[u_a \cdot \frac{E_c \cdot t}{a^2 (1 - \nu_c^2)} + u_a \cdot \frac{E_s \cdot A_s}{a^2} \right. \\ &\quad \left. + (u_a \cdot \frac{E_a \cdot A_a}{g \cdot h \cdot b} + \frac{T_{ap}}{g \cdot h}) (1 - \frac{a}{b}) - p_0 + u_a \cdot \frac{a}{b^2} \cdot \frac{E}{1 + \nu} \right] \end{aligned} \quad (20-49)$$

これを内空変位 $u_a = u_0 + u_{a'}$ を含む項と、 p_0 (外圧)および u_0 (支保工設置前の変位)を含む項とにわけて整理すると、

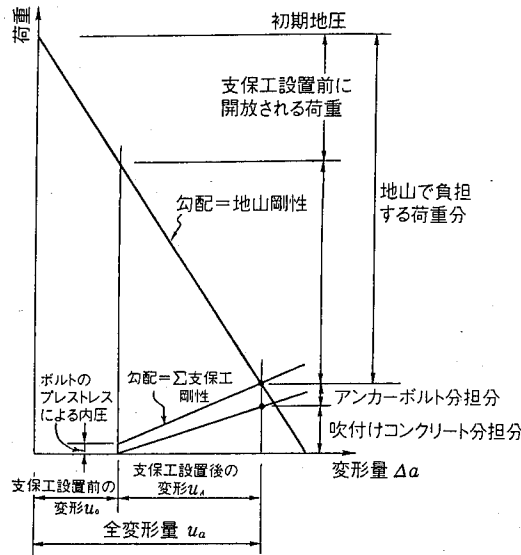


図-20-12 ボルト支保の場合の地山応答曲線

$$u_0 + u_A = -\frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} \cdot u_A \left[\frac{E_c \cdot t}{a^2(1-\nu_c^2)} + \frac{E_s \cdot A_s}{a^2} + \frac{l}{b^2} \cdot \frac{E_s \cdot A_s}{g \cdot h} + \frac{a}{b^2} \cdot \frac{E}{1+\nu} \right] - \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{ab^2}{b^2 - a^2} \left[\frac{b-a}{b} \cdot T_{Ap} \cdot \frac{1}{g \cdot h} - p_0 + u_0 \cdot \frac{a}{b^2} \cdot \frac{E}{1+\nu} \right] \quad (20-50)$$

$$\text{ゆえに, } u_0 \left[\frac{b^2}{b^2 - a^2} \right] + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{ab^2}{b^2 - a^2} \left(\frac{T_{Ap} \cdot l}{g \cdot h \cdot b} - p_0 \right) = -\frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{a \cdot b^2}{b^2 - a^2} \cdot u_A \left[\frac{E_c \cdot t}{a^2(1-\nu_c^2)} + \frac{E_s \cdot A_s}{a^2} \cdot \frac{l}{b} + \frac{E_s \cdot A_s}{b} + \frac{1}{g \cdot h} \cdot \frac{E}{1+\nu} \right] \cdot \frac{b}{a} \quad (20-51)$$

$$\therefore p_0 - \frac{T_{Ap}}{g \cdot h} \cdot \frac{l}{b} - \frac{u_0}{a} \cdot \frac{E}{1+\nu} = \frac{E}{1+\nu} + \frac{E_c \cdot t}{a(1-\nu_c^2)} + \frac{E_s \cdot A_s}{a} \cdot \frac{E_s \cdot A_s}{g \cdot h} \cdot \frac{al}{b^2} \cdot a \quad (20-52)$$

ゆえに、支保工設置後の変位量は(図20-12参照)

初期外圧-(支保工設置前の変位相当分の地圧+プレストレス有効内圧)

変位量 = $\frac{\text{地山剛性率} + \Sigma \text{支保工剛性率}}{\text{ボルトの支保工剛性率は内圧だけで考えると, } E_s A_s / (g \cdot h) \text{ であるが, 外圧の分を差引くので, これに係数 } k = al/b^2 = a(b-a)/b^2 = (1-a/b)(a/b) \text{ を掛けた値となっている。}}$

ボルトの長さが増える割には奥と手前の変位量の差が増えないので長いボルトは余り有効ではない。

ボルト1本あたりで考えると, $dk/db=0$ において $b=$

3a (ボルトの長さ $l=b-a=2a=$ 直径) のときがもっとも効率がよいが、長さあたりで考えると短いボルトほど効率がよいことになる。

【計算例4】計算例1と同じ条件のところにトンネルを掘る。支保工として吹付けコンクリートの他に断面積 $A_s=5\text{cm}^2$ ($\phi 32\text{mm}$), $l=5\text{m}$ (または $l=10\text{m}$), ヤング率 $E_s=2,000,000\text{kg/cm}^2$ の先端固定式アンカーボルトを2 m^2 に1本ずつ (ほぼ $1.4\text{m} \times 1.4\text{m}$ 間隔) 打設した場合の地山応答曲線を描き、内空変位量を求めよ。ボルトには5tのプレストレスを入れるものとする。

【答】地山の剛性 $E/(1+\nu)=10,000/1.3=7692.3076\text{ kg/cm}^2$, 吹付けコンクリートの剛性 $E_c \cdot t / [a(1-\nu_c^2)] = 50,000 \times 15 / (500 \times 0.96) = 1562.5\text{ kg/cm}^2$, ボルトの剛性 $E_s A_s \cdot a / l / (g \cdot h \cdot b^2) = 2,000,000 \cdot 5 \cdot 500 \cdot 500$ (または 1000) / $[20,000 \times 1000^2$ (または $1500^2)] = 125$ (または 111.111)

初期地圧 $p_0 = -40\text{kg/cm}^2$
プレストレス分地圧 $-T_{Ap} \cdot l / (g \cdot h \cdot b) = -5000 \cdot 500$ (または 1000) / $[20000 \cdot 1000$ (または $1500)] = -0.125$ (または -0.166666) kg/cm^2

支保工設置前変位相当分の解放圧力 $(u_0/a) \cdot E/(1+\nu) = (-0.78/500) \times 10,000/1.3 = -12.00\text{kg/cm}^2$

ゆえに,
$$u_A = \frac{-40 + 0.125 \text{ (または } 0.1666) + 12.0}{7692.3076 + 1562.5 + 125 \text{ (または } 111.111)} \cdot 500 = -1.4859\text{cm (または } -1.4858\text{cm)}$$

ボルトがないときは, $u_A = 1.5127\text{cm}$

以上の結果を図示すると図20-13のようになる。

これより見ると、弾性変形の場合ボルトによる変形防止効果はかなり低いことがわかる (吹付けコンクリートの1562.5に比べ125しかない)。また、ボルトを長くすると、

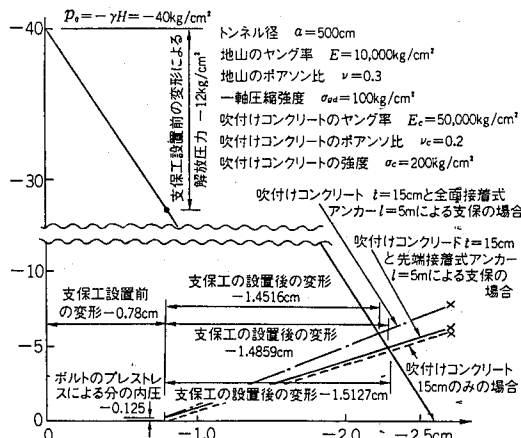


図-20-13 ボルトと吹付けコンクリートで支保した場合の地山応答曲線

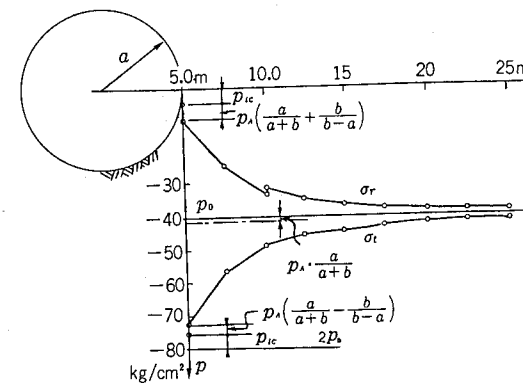


図-20-14 地山内応力分布 (アンカーボルト支保の場合)
〔この場合は図-20-4の場合と違い応力とひずみは同じ曲線で表すことはできない〕

ボルトに働く力は減り効果も減る。(20-40)式よりボルトの軸力を計算してみると、 $l=5\text{m}$ のとき $5t + 1.4859t = 6.4859t$, $l=10\text{m}$ のとき $5t + 0.99t = 5.99t$ になる。

ボルトと地山を多くの点で連結する (ボルト全長にわたって接着する) 場合には、より効果的であることが予想される。これは、短いボルトをいろいろな深さに入れたのと同じである。それでも内圧効果としては、大したものにはならない。

次に変位は (20-21) 式, (20-22) 式より、内側地山、外側地山ともに r に反比例するので、既知の u_a (20-49 ~ 52) より次式で求められる (ただし、(20-24) 式に直接 p_i を代入して求めることはできない)。

$$u = u_a \cdot a / r = -1.4859 \times 500 / r$$

応力分布は (20-14) 式, (20-15) 式に内空面、ボルト外側面、地山外側面の圧力を代入して求める。結果を図-20-14に示す。

◎ロックボルトの効果は、このほかに地山に拘束圧力を与えて見掛けの強度を増すこと、延性降伏をさせることがあげられる。この効果の計算では、外側から働く圧力を差引かなくてもよい。

S 20-5 全面接着式のアンカーボルト

先端接着式のアンカーボルトでは、ボルトが短いほど有効と言う計算結果になった。これから推測して長いボルトを多くの点で定着し、定着区間の長さをどんどん短くしていくと、ついには全面接着式のアンカーになるが、この方が先端定着式よりも、より有効と思われるので、次に全面接着式のアンカーについての計算式を導く。式 (19-48) のアンカーの剛性の項をアンカーの長さ $l \rightarrow 0$, $b \rightarrow a$ として書き直し、これを積分すると、

$$\frac{E_s \cdot A_s}{g \cdot h} \cdot \frac{a \cdot l}{b^2} \rightarrow \int \frac{E_s \cdot A_s}{g \cdot h} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{E_s \cdot A_s}{g \cdot h} \ln \frac{b}{a}$$

ゆえに、(20-52) 式は次のように書き直すことができる。

$$\therefore u_A = \frac{p_0 - \frac{T_{Ap}}{g \cdot h} \cdot \frac{l}{b} - \frac{u_0}{a} \cdot \frac{E}{1+\nu}}{\frac{E}{1+\nu} + \frac{E_c \cdot t}{a(1-\nu_c^2)} + \frac{E_s \cdot A_s}{a} \cdot \frac{E_s \cdot A_s}{g \cdot h} \cdot \ln \frac{b}{a}} \cdot a \quad (20-53)$$

したがって、地山のひずみ、ボルトの軸力は次のようになる。

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} = -\frac{u_a \cdot a}{r^2}$$

【計算例5】ボルトの長さ5m、または10mの場合について、前例と同じ条件で両端固定式ボルトと全面接着式ボルトの支保工剛性率、内空変位などを計算せよ。
 $l=5\text{m}$ の場合、先端定着の場合の $\{E_s A_s / (g \cdot h)\} (a \cdot l / b^2) = 0.25 \{E_s A_s / (g \cdot h)\}$ から、全面接着の場合は、 $\{E_s A_s / (g \cdot h)\} \ln(b/a) = 0.693147 \{E_s A_s / (g \cdot h)\}$ に増加
剛性率は125から346.574 kg/cm^2 に増加
 $l=10\text{m}$ の場合、先端定着の場合の $\{E_s A_s / (g \cdot h)\} (a \cdot l / b^2) = 0.2222 \{E_s A_s / (g \cdot h)\}$ から、全面接着の場合は、 $\{E_s A_s / (g \cdot h)\} \ln(b/a) = 1.098612 \{E_s A_s / (g \cdot h)\}$ に増加

剛性率は111.111から549.306 kg/cm^2 に増加、当然のことだが、全面接着式の場合はボルトは長いほど効果がある。

したがって、変位量は $u_A = -1.4516$ (あるいは 1.4194) cm と、先端定着の場合よりほんのわずかに減る。最大ひずみは $\varepsilon_r = u_A \cdot a / r^2 = 1.4516$ (あるいは 1.4194) $\cdot 500 / r^2$, ボルトの最大軸力はプレストレスを15tとすると、 $T_A = 15 + E_s A_s \cdot \varepsilon_r = 15 + 29 = 44t$

トンネル内空面近くではボルトの軸力は44tにもなり、降伏してしまうと考えられる。その分先端定着に比べると3~4倍くらいに剛性が上がり、変形防止の効果も上がるがわかる。ただし、このくらいの変化では変形量にはほとんど影響しない。

◎ロックボルトの効果は長さの対数 $\ln(b/a)$ に比例するので、あまり長いボルトを使用しても効果はそれほどあがらない。一般に、ナットとの噛み合い分、先端での定着分は有効でないので、例えば50cm分が無効として計算すると、半径5mのトンネルで $l=3\text{m}$ くらいがもっとも有効になる。

ボルトの効果は $\ln(b/a)$ に比例すると言うことは、つまり、ボルトの効果はトンネルの内空面に近いところほど有効であり、先端定着のボルトは全長の平均的な効き方をするので、長いほど効かないと言うことがわかる。地質が悪くて長いボルトを多数打設したという工事報告もかなりたくさん見受けられるが、そのような場合は地山も塑性変形をしているので、ここでの検討だけでは善

悪を判断できない。

◎この計算より、内圧効果だけを考えるならば、ロックボルトよりも吹付けコンクリートの方がはるかに有効なことがわかる。ただし、ロックボルトには地山の強化やゆるみ防止の効果もあると考えられている。

◎この章の計算だとトンネルの大きさと荷重とは全然関係ないことになっている。半ば経験から導かれたTerzaghiの式、Laufferの図表などがいずれも荷重はトンネルの寸法に比例するとしているのと矛盾する。これは地山はひび割れも層理もない弾性体と考えているからである。この計算式ではば近似できる場合もあれば、他の要因の方が大きくて、この計算式では誤差が大きすぎて実用にならない場合もあると考えて、この理論の展開を読んでもらいたい。

(弾性論の説明のところで、この計算で寸法効果を求められることをすでにガリレイが指摘したと説明したが、ガリレイの理論を丁寧に読んで行くと寸法に比例して荷重が増えるためにはトンネルの大きさだけではなく、山の大きさもこれに比例して大きくなる必要があることがわかる。そうすれば、かぶり高さに比例して初期地圧 p_0 も増えるのでトンネル周辺の地山に働く応力も増え、支保工に働く荷重も増える。しかしながら、かぶりが同じでもトンネルが大きくなると荷重が増えるはずだと経験のうえから思われている方もあろうがもう少し我慢して読んでいただきたい)

地山内の応力が弾性範囲に収まっていれば、ゆるみはなく、以上の計算式が成り立つと考えてよい。計算例では、地山、コンクリート、ロックボルトともに材料強度以下になっており(全面接着式のボルトの場合を除く)、この計算は、この条件で成り立つと考えてよい。経験ともほぼ一致している。

(Terzaghiのトンネル土圧論がいつまでも人気があるのは、トンネルが大きくなれば支保工に働く土圧も当然大きくなるはずだという大方の予想、ないし常識的判断に合っているからであろう。しかし、これは弾性論からの結論とは違いますが、どちらが正しいか?もう少し結論は待つことにしよう)。

◎吹付けコンクリートとロックボルトで支持されたトンネルにおいて、吹付けコンクリートは円筒形シェルとして、地山荷重を支持するほか、ボルトの耐力をトンネル内空面全体に伝える作用もする。後者の作用のために必要な吹付けコンクリートの厚さや強度は近似的には弾性床土の等間隔に柱列を持つ板と考えてよい。

半径 c のところに荷重 p が働いているときの板の底での最大引張り応力を求める公式は、厚板理論を用いて次のように求められている⁵⁰⁾。

$$(\sigma_r)_{\max} = 0.275(1+\nu)(p/h^2)\log_{10}(E^3/kb^4)$$

ここに、 h ：板の厚さ、 b は、

$$c < 1.724h \text{ のとき } b = \sqrt{1.6c^2 + h^2} - 0.675h$$

$$c > 1.724h \text{ のとき } b = c$$

ここに、 c は荷重が等分布していると仮定されている円の半径である。 $u \times u$ の正方形面積に荷重が働いている場合には c を $0.57u$ で置き換えねばならぬ。 k ：地山の反力係数、 E 、 ν ：板のヤング率とポアソン比、

コンクリートの引張り強度 $\sigma_t = 20 \text{ kg/cm}^2$ 、 $E = 200,000 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\nu = 0.2$ 、地山の反力係数 $k = 10 \text{ kg/cm}^2$ 、ボルトの軸力 $p = 10 \text{ t}$ 、皿板の大きさ $c = 15 \times 15 \text{ cm}$ 、 $b = c$ とする。必要なコンクリートの厚さ h を 15 cm とすると、 $b = c = 15 \text{ cm}$ 。

$$\sigma_r = 0.275 \times 1.2 \times (1000/152) \log(200,000 \times 152/10 \times 152) = 4.5832 < 20 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{OK}$$

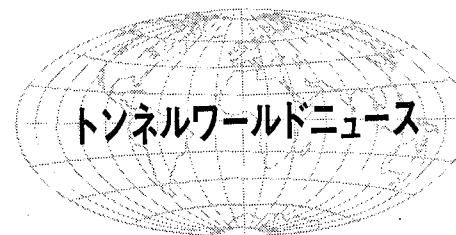
このほかに、押し抜きせん断されないだけの厚さが必要である。コンクリートのせん断強度を $\tau_s = 0.2$ 、 $\sigma_s = 40 \text{ kg/cm}^2$ とすると、必要な厚さは、

$$h = 10,000/40/(15 \times 4) = 4.2 \text{ cm} < 15 \text{ cm} \quad \text{OK}$$

◎図-20・5の地山内の応力とひずみの分布図はトンネル掘削後の場所別の値を表しているわけであるが、トンネルの掘削に伴う時間的変化を表していると考えて見ることもできる。その場合、 $r = 5.0 \text{ m}$ の点はトンネル掘削前の状態($r = \infty$ で表されている)から $r = 5.0 \text{ m}$ の点まで順次 r が減少するかのよう、途中の状態をとおりながら最終の状態に至ると考えられる。

参 考 文 献

- 42) ガリレオ・ガリレイ：(今野武雄・日田節次/訳) 新科学対話、岩波文庫、1937。
- 43) 寺尾宣三：破壊の秘密—こわれる—叢書・現象を見つめる／法政大学出版局、1968。
- 44) ガリレオ・ガリレイ：偽金鑑識官(山田慶次・谷泰訳、世界の名著21、「ガリレオ」所収) 中央公論社、1973。
- 45) 朝永振一郎：物理学とは何だろうか(上・下) 岩波新書、1979。
- 46) 土木学会編：土木技術者のための岩盤力学、1966、土木学会。
- 47) 熊谷清一郎・長谷川昌弘：NATMによる大崎トンネルの施工、土木技術、1980。
- 48) 土谷敏：ロックボルト・吹き付けコンクリートトンネル工法の設計に関する研究、1986。
- 49) J. Golser, P. Schubert, K. Rabensteiner：A new concept for evaluation of loading in shotcrete linings, ITA, Tront, 1988。
- 50) S. Timoshenko, Goodier：板とシェルの力学、§ 59, (x) 式。



(社) 日本トンネル技術協会
国際委員会国内広報ワーキング

中国の水路トンネル

中国北部の甘粛省の永登の Yindaruqin プロジェクトは、灌漑のため大通川から水を 40 km 輸送する計画である。発注者は甘粛省水資源局で、請負業者はイタリアの Muratori & Cemetisti 会社と中国の Huashui 企業体である。コンサルタントは Yindaruqin エンジニアリング経営局である。契約額は $27,491,382$ ドルで、資金は世銀と甘粛省から供与される。このプロジェクトは1993年6月に完成の予定である。

11.65 km と 3.83 km の2本のトンネルはTBM(ロビンス社製)によって掘削することになっている。他の 1.16 km のトンネルは従来の発破工法で掘削される。そのほかにサイホンや他の関連事業も建設の予定である。岩盤は $350 \sim 1,550 \text{ kgf/cm}^2$ の粘板岩、片岩、砂岩および石灰岩で変化に富んでいる。トンネル内径は 4.8 m で、1リングが 1.6 m 、重量 5 t で4分割された厚さ 300 mm 鉄筋コンクリート製セグメントで覆工する予定である。岩盤とセグメントの間隙は砂利やセメントグラウトで充填される。

ロビンス社製のTBMは、重さ 332 t で、機長は 15 m ある。頭部にある6つの電気モーターは 960 kW の出力で、37個の17インチディスクカッタを装備している。12個のジャッキが 797 t の推力を生み、「ZED」自動制御システムが備えられている(WT'91-4)。

トンネル探知法

廃坑、麻薬密輸入、逃亡、あるいは軍事作戦に利用されるトンネルの発見や位置の確認は、鉱床や地層の種類によってしばしば妨害される。Sandia 国立研究所(米)は、電磁場(EM)や鏡像技術を用いて石油やガス埋蔵位置図を作成する技術を応用して開発を進めている。例えば、トンネルまたはケーブルやレールのような埋設導体は、ランダムな方向や周波数に拡散させるEM信号を起こす。そして、それが測定、記録することができる。比較的低周波数のEM信号(128 Hz と 9216 Hz の間)

を用いて、鉱床や自然物質から誤信号の反射を減少することができた。低周波信号は地下深くまで届くからである。

この技術は2か所のテスト施設で評価された。コロラド鉱山学校の Idaho Springs 実験場の実験では、鉱山立坑の両側に試験孔を設置して行った。EM発振源としては、電流線の場合と試験孔の中の鉛直双極子の場合がある。磁力と電気の成分のセンサーには3軸の磁界計器とダウンホール法による電界計器がある。地表の双極子の発振源は試験孔から 85 m であった。他のテストでは、一つの試験孔中に双極子、他の試験孔には磁力計というように、さまざまな位置の組み合わせで実験した。

試験孔間の磁気応答の観測はトモグラフィにより行った。結論は、水平磁界成分はランダムな鉱床の位置確認に対して有効である一方、鉛直磁界成分は金網、レール、ケーブルといった水平導体の位置確認に有効である。もっとも強い指示があったのは、受信側がトンネルと送信側との間にあるときで、この場合は強い磁気分散が生じる。

また、アリゾナ大学所有の San Xavier 廃鉱で試験孔間(クロスホール)のEMトモグラフィ、すなわち地表電流線と地表コイルを発振源とした試験孔内のEM波測定が行われた。

これらの技術は、導体のまったくないトンネルの位置確認に対して有効であったが、レール、電線あるいは鉄筋のような金属を含んでいるときは、それ以上に効果的であった。Sandia は、この実験が今後も続けられると報告している(WT, '91-4)。

London Ring Progress

1990年、非常にスムーズな施工で4トンネルが完了し、Ashford Common から Barrow Hill 間のロンドン南環状水道本管が完成された。London Ring Main は、完成目標が1996年、総事業費は約2億5,000万ポンド、施工延長は約 80 km 。特記することは、Thames Water 社により30年以上も前に開発されたウェッジブロック・ライニングシステムの採用により成功を収めたことである。Thames Water 社は、最端の Barrow Hill から Barnes までのトンネル($l = 8.1 \text{ km}$ 、土かぶり：平均 45 m)と Ashford Common の上水場におけるトンネルの拡幅工事を契約した。この工事は、J. Murphy & Son 社が1,600万ポンドで落札した。

2,000万ポンドの上水道トンネル($l = 8.0 \text{ km}$ 、土かぶり： 30 m)は、Staines に近い Ashford Common 上水場と Heathrow に近いロンドン西部地区の貯水池をつなぐことになる。そこから、上水は地元へ供給され、余剰水は新設水道本管に供給される。新設トンネルは、

現場だより



平成3(1991)年

緑と雪と温泉のふるさと！ 信州小谷より

田中秀雄

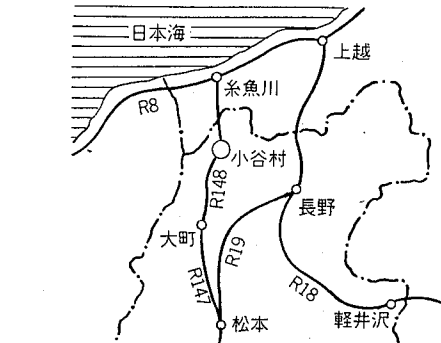
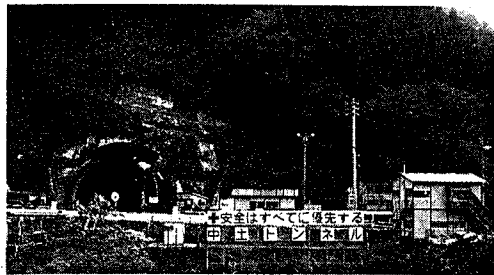
長野県大町市を起点として、スキーで有名な白馬村、小谷村を通り新潟県糸魚川市を結ぶ国道148号線は、JR大糸線に沿い延長72.9kmの主要幹線道路である。戦国時代に上杉謙信が武田信玄に塩を送ったといわれるこの「塩の道」は、千国街道とも呼ばれ、塩を持つ信州側では糸魚川街道、塩を送る越後側では松本街道と呼ばれていた。

沿道の人々には「塩の道」として親しまれ、山国に必要な塩や海産物を信州へ、また、大豆、煙草、生糸、魚網用などの麻糸を越後へ運ぶ道路であった。街道筋には牛と牛方がひとつ屋根の下に泊まったという牛方宿や番所跡のほか、石仏や寺社、キャブキ屋根などむかしの面影が残っている。

小谷村周辺は、日本列島を二分する糸魚川、静岡構造線が通るフォッサマグナ地域で、断層の層理面に沿った滑落などの地質構造や熱変成などによって岩質が粘性化し、地質は複雑になっていて地すべりの頻発地帯となっている。温泉も数多くあり、上杉と武田の平倉城合戦の際、落武者が発見したといわれる小谷温泉、北アルプスを縦走して白馬乗鞍岳からおりて登山者が入る連華温泉、そのふもとの姫川、猫鼻温泉などがあり、露天風呂も多く、温泉ブームによって県外からのお客も多い。

姫川沿いにある国道は、県境付近において平面縦断線形が悪く幅員も狭いうえに、春、秋は黒部ダムへの大型バスの迂回ルート、夏は海水浴、冬は白馬のスキー客と交通量が多く車輦の大型化と相まって渋滞するとともに、冬は平均積雪4mの雪に埋もれ交通が規制されてきた。

長野県発注の中土トンネルは、交通渋滞の解消と雪



崩などから道路を守ることを目的として、トンネル総延長1,228mのうち糸魚川側の753mを担当している。

平成元年12月に着工し、予期せぬ断層からの8t/minの出水にもめげず、また、中土トンネルのポイントになるひん岩の転石(最大8m³)を含む崩積土区間が123mあり、約7か月を費やしようやく通過しようとしている。

地下水位はトンネル天端から11mも高く、約6万m³を有していた。調査ボーリングにより崩積土区間を確認した後、水抜きボーリングを行ったが、融雪期と重なり約35万m³を排水した(降雨は約1日でトンネルに出水する)。発泡ウレタンを天端および切羽に注入し、補助工法としてモルタル吹付けを行い機械掘削を行った。

今後、長野県は98年の冬季オリンピックを控え、北陸新幹線、上信越自動車道、オリンピック道路と、トンネル工事の最盛期を迎える。われわれもその一端を担い、平成5年7月の竣工をめざし、「安全は全てに優先する」をモットーに無事故、無災害を目標に職員一同頑張っている。

(間・鉄建・長野建設共同企業体所長)

連載講座

わかりやすいトンネルの力学(5)

福島啓一

§21 線対称円形トンネルの弾性解(側圧の影響を考慮した場合)

通常の地山内では、鉛直圧力に比べ水平圧力は小さい。土質力学では、この比を側圧係数と呼んでいるが、普通0.2~0.5くらいの範囲になると考えられている。したがって、軸対称、静水圧状態($k_a=1.0$)の仮定は現実のトンネルの状態と離れている場合が多いので、次には側圧係数 k_a が1.0でない場合について考察する。その他の仮定は前章と同じである。

円孔をもつ十分に大きな板が一方方向に引張り応力 p で引張られているときの(図-21・1)板内の応力は、Kirsch(1898)によりAiryの応力関数を用いて次のように求められた。すなわち、応力関数は、

$$F(r, \theta) = A \cdot \log r + Br^2 + (C \cdot r^2 + D \cdot r^4 + E/r^2 + F) \cos 2\theta \quad (21 \cdot 1)$$

また、応力関数と応力との関係は§19の(19・10)式を極座標に書き改めて、次のように求められる。

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} = \frac{A}{r^2} + 2B + (-2C - \frac{6E}{r^4}) \cos 2\theta - \frac{4E}{r^2} \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = -\frac{A}{r^2} + 2B + (2C + 12Dr^2 - \frac{6E}{r^4}) \cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial F}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial \theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) = (2C + 6Dr^2 - 6E/r^4 - 2F/r^2) \sin 2\theta \quad (21 \cdot 2)$$

これに境界条件を代入すると、つぎのように応力分布が求められる。

$$\sigma_r = \frac{p}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{p}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{p}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{p}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{p}{2} \left(1 - 3 \frac{a^4}{r^4} + 2 \frac{a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \quad (21 \cdot 3)$$

*飛鳥建設(株)技術本部技術企画部担当部長

1991年(平成3年)12月

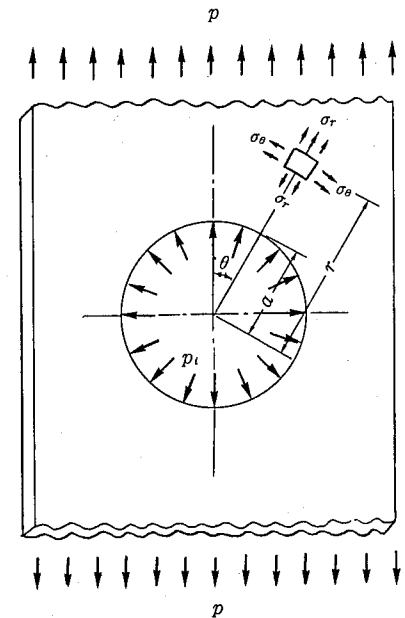


図-21・1 円孔まわりの応力

無限遠のところで鉛直圧力 p 、水平圧力 q 、トンネル内空に支保工圧力 p_i (鉛直方向)および q_i (水平方向)を受ける場合(図-21・2)について解くには、(21・3)式と、これを90°座標変換したものとを組み合わせる。内圧(p_i, q_i)の効果は、内圧と外圧とが等しいとき、全体が一様な応力

$$\begin{aligned} \sigma_r &= (p_i + q_i)/2 + \{(p_i - q_i)/2\} \cdot \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= (p_i + q_i)/2 - \{(p_i - q_i)/2\} \cdot \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= -\{(p_i - q_i)/2\} \cdot \sin 2\theta \end{aligned} \quad (21 \cdot 4)$$

となることから求める。これは、弾性問題では重ね合わせの原理で、このように別々に考えた答えを足し算してよいからである。

ゆえに、

$$\sigma_r = \frac{p+q}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{p-q}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta$$

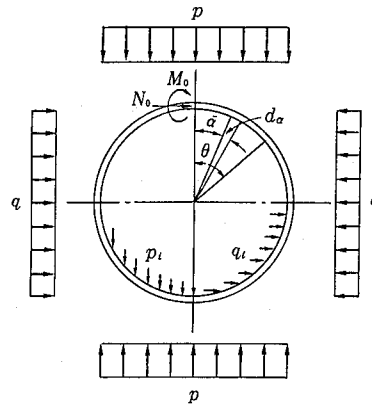


図-21-2 円孔まわりの応力

$$+ \frac{p_i + q_i}{2} \cdot \frac{a^2}{r^2} - \frac{p_i - q_i}{2} \left(3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_r = \frac{p+q}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{p-q}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

$$- \frac{p_i + q_i}{2} \cdot \frac{a^2}{r^2} + \frac{p_i - q_i}{2} \cdot 3 \frac{a^4}{r^4} \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \nu (\sigma_r + \sigma_\theta)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{p-q}{2} \cdot \left(1 + 2 \frac{a^2}{r^2} - 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta$$

$$+ \frac{p_i - q_i}{2} \left(2 \frac{a^2}{r^2} - 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta \quad (21.5)$$

この式をよくみると、 $p+q$ の静水圧的な土圧と、 $p-q$ の偏土圧の影響とにわけられていることがわかる。 $p=q$ のときは前章で求めた式と同じになる。

次に、これよりトンネル内空間($r=a$)での応力は次のように求められる。

$$\sigma_r = (p_i + q_i)/2 + (p_i - q_i) \cos 2\theta / 2$$

$$\sigma_\theta = (2p + 2q - p_i - q_i)/2 - (4p - 4q - 3p_i + 3q_i) \cos 2\theta / 2$$

$$\sigma_r = \nu (\sigma_r + \sigma_\theta) = \nu [p+q - (2p-2q-p_i+q_i) \cos 2\theta]$$

$$\tau_{r\theta} = (1/2)(p_i - q_i) \sin 2\theta \quad (21.6)$$

これより切線方向の応力 σ_θ は、天端($\theta=0^\circ$)では $\sigma_\theta = -p+3q+p_i-2q_i$ 、側壁($\theta=90^\circ$)では $\sigma_\theta = 3p-q-2p_i+q_i$ となり、支保工のないトンネルでは、側圧係数 $k_a = q/p < 1/3$ の場合には天端に引張り応力が現れることがわかる。

$\theta=45^\circ$ 、または 135° の方向では、 $(p+q)/2$ の外力が働く軸対称の場合と同じになる。

$q=0$ の場合について、鉛直方向の力がどのように流れて行くかを計算して、図に表すと図-21.3のようになる。あたかも水の流れの中に丸い柱を立てると水の流れがそれを避けて流れる様相とよく似ている。

流れが大きく湾曲するところでは流れの方向と直角方

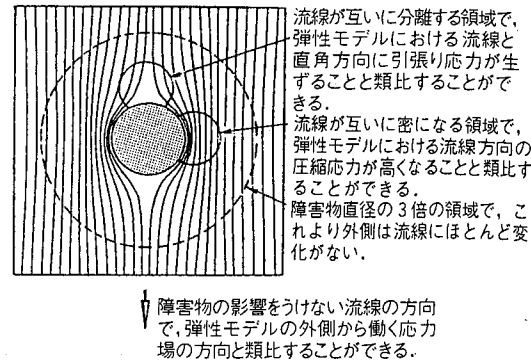


図-21.3 円柱形障害物の周囲に発生する流線の曲がり

向に引張り応力が生ずることがわかる。

◎Hoek, Brownは、この天端にでる引張り応力ではトンネルは壊れないと模型実験の結果を引用して説明している。

次に、この応力よりひずみを求め、そのひずみを積分して変位を求める。まず、ひずみは応力の式(21.5)とフックの法則より次のように求められる。

$$\varepsilon_r = \{(1-\nu^2)/E\} \cdot \sigma_r - \{\nu(1+\nu)/E\} \cdot \sigma_\theta$$

$$\therefore \varepsilon_r = \frac{1-\nu^2}{E} \left[\frac{p+q}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{p-q}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \right]$$

$$- 4 \frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta + \frac{p_i + q_i}{2} \cdot \frac{a^2}{r^2} - \frac{p_i - q_i}{2} \left(3 \frac{a^4}{r^4} \right)$$

$$- 4 \frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \left[\frac{p+q}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \right]$$

$$- \frac{p-q}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta - \frac{p_i + q_i}{2} \cdot \frac{a^2}{r^2}$$

$$+ \frac{p_i - q_i}{2} \cdot 3 \frac{a^4}{r^4} \cos 2\theta = \frac{1+\nu}{E} \left[(1-2\nu) \right]$$

$$- \frac{a^2}{r^2} \frac{p+q}{2} + \frac{p_i + q_i}{2} \cdot \frac{a^2}{r^2} + \frac{1+\nu}{E} \left[(1+3 \frac{a^4}{r^4}) \right]$$

$$- 4 \cdot (1-\nu) \frac{a^2}{r^2} \frac{p-q}{2} - \frac{p_i - q_i}{2} \left\{ 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \cdot (1-\nu) \frac{a^2}{r^2} \right\} \cos 2\theta$$

$$- \nu \frac{a^2}{r^2} \} \cos 2\theta \quad (21.7)$$

$$\varepsilon_\theta = \{(1-\nu^2)/E\} \cdot \sigma_\theta - \{\nu(1+\nu)/E\} \cdot \sigma_r$$

$$\therefore \varepsilon_\theta = \frac{1-\nu^2}{E} \left[\frac{p+q}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{p-q}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right]$$

$$- \frac{p_i + q_i}{2} \cdot \frac{a^2}{r^2} + \frac{p_i - q_i}{2} \cdot 3 \frac{a^4}{r^4} \cos 2\theta$$

$$- \frac{\nu(1+\nu)}{E} \left[\frac{p+q}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{p-q}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \right]$$

$$- 4 \frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta + \frac{p_i + q_i}{2} \cdot \frac{a^2}{r^2} - \frac{p_i - q_i}{2} \left(3 \frac{a^4}{r^4} \right)$$

$$- 4 \frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta = \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{p+q}{2} \left(1 - 2 \cdot \nu + \frac{a^2}{r^2} \right) \right]$$

$$- \frac{p_i + q_i}{2} \cdot \frac{a^2}{r^2} + \frac{1+\nu}{E} \left[- \frac{p-q}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \right]$$

$$- 4 \cdot \nu \frac{a^2}{r^2} + \frac{p_i - q_i}{2} \left(3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \cdot \nu \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta$$

$$(21.8)$$

極座標におけるひずみ成分と変位の関係は幾何学的条件(19.2)を、極座標に変換して次のように求められている。

$$\varepsilon_r = \partial u / \partial r$$

$$\varepsilon_\theta = u/r + \partial v / r \partial \theta$$

$$\tau_{r\theta} = \partial u / r \partial \theta + \partial v / \partial r - v/r \quad (21.9)$$

これより、半径方向の変位を u 、切線方向の変位を v とすると、

$$u = \int \varepsilon_r dr$$

$$\therefore u = \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{p+q}{2} \left\{ (1-2\nu)r + \frac{a^2}{r} \right\} - \frac{p_i + q_i}{2} \left\{ \frac{a^2}{r} \right\} \right]$$

$$+ \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{p-q}{2} \cdot \left\{ r - \frac{a^4}{r^3} + 4(1-\nu) \frac{a^2}{r} \right\} \right]$$

$$- \frac{p_i - q_i}{2} \left\{ - \frac{a^4}{r^3} + 4(1-\nu) \frac{a^2}{r} \right\} \cos 2\theta$$

$$(21.10)$$

ここに、 $r \rightarrow \infty$ のとき、 ∞ になる項は、トンネル掘削前の変位を表しているので省略すると、

$$u = \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{p+q-p_i-q_i}{2} \cdot \frac{a^2}{r}$$

$$+ \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{p-q-p_i+q_i}{2} \left[- \frac{a^4}{r^3} + (1-\nu) \frac{4a^2}{r} \right] \cos 2\theta$$

$$(21.11)$$

次に(21.9)式より、

$$\varepsilon_\theta = (1/r)(u + \partial v / \partial \theta) \rightarrow \partial v / \partial \theta = r \cdot \varepsilon_\theta - u$$

θ の循環数になるものを省略して、これを積分すると、

$$\therefore v = \int (-u + r \varepsilon_\theta) d\theta$$

$$= - \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{p-q}{2} \cdot r + \frac{p-q-p_i+q_i}{2} \left\{ 4(1-\nu) \frac{a^2}{r} \right\} \right]$$

$$- \frac{a^4}{r^3} \} \frac{\sin 2\theta}{2} - \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{p-q}{2} \cdot r + \frac{p-q-p_i+q_i}{2} \right]$$

$$\left\{ 3 \frac{a^4}{r^3} - 4 \nu \frac{a^2}{r} \right\} \frac{\sin 2\theta}{2} = \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{p-q}{2} \cdot r \right]$$

$$+ \frac{p-q-p_i-q_i}{2} \left\{ \frac{a^4}{r^3} + 2(1-2\nu) \frac{a^2}{r} \right\} \sin 2\theta$$

$$(21.12)$$

トンネル掘削前の変位を除くと、

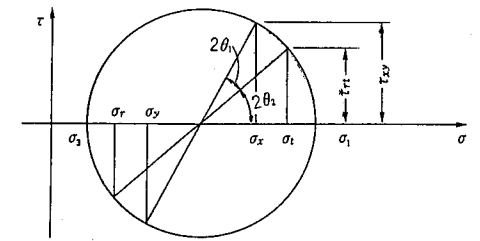


図-21.4 モールの応力円

$$v = - \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{p-q-p_i+q_i}{2} \left\{ \frac{a^4}{r^3} + 2(1-2\nu) \frac{a^2}{r} \right\} \right] \sin 2\theta$$

$$(21.13)$$

ここに、 u は外側へ動くのを正、 v は鉛直上向きをゼロにして θ が増える方向へ動くのを正としている。

これより、トンネル内空間($r=a$)の変位は、

$$u_a = \frac{p-p_i+q-q_i}{2} \cdot \frac{1+\nu}{E} \cdot a$$

$$+ \frac{p-p_i-q+q_i}{2} \cdot \frac{(1+\nu)(3-4\nu)}{E} \cdot a \cos 2\theta$$

$$v_a = - (p-p_i-q+q_i) \cdot a \cdot \frac{(1+\nu)(3-4\nu)}{E} \cdot \sin 2\theta$$

$$(21.14)$$

天端、または底盤では $\cos 2\theta = 1$ 、側壁では $\cos 2\theta = -1$ だから、天端、または底盤では、

$$u_a = \frac{p-p_i+q-q_i}{2} \cdot \frac{1+\nu}{E} \cdot a$$

$$+ \frac{p-p_i-q+q_i}{2} \cdot \frac{(1+\nu)(3-4\nu)}{E} \cdot a$$

$$= [(1+\nu)/E] [2(p-p_i) \cdot (1-\nu) - (q-q_i) \cdot (1-2\nu)] a$$

$$v_a = 0 \quad (21.15)$$

側壁では、

$$u_a = \frac{p-p_i+q-q_i}{2} \cdot \frac{1+\nu}{E} \cdot a$$

$$- \frac{p-p_i-q+q_i}{2} \cdot \frac{(1+\nu)(3-4\nu)}{E} \cdot a$$

$$= (1+\nu)/E [- (p-p_i)(1-2\nu) + 2(q-q_i)(1-\nu)] a$$

$$v_a = 0 \quad (21.16)$$

これは、

$$u_a = \frac{p-p_i+q-q_i}{2} \cdot \frac{1+\nu}{E} \cdot a$$

$$\pm \frac{p-p_i-q+q_i}{2} \cdot \frac{(1+\nu)(3-4\nu)}{E} \cdot a$$

と表すこともできる。すなわち、平均たわみは(図-20.3)。

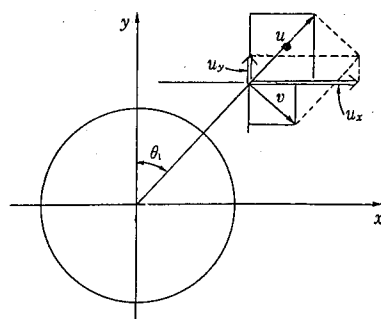


図-21・5 変位の座標変換

$$u = \frac{p - p_i + q - q_i}{2} \cdot a \cdot \frac{1 + \nu}{E} \quad (21.17)$$

これは、平均圧力 $(p+q)/2$ 、平均内圧 $(p_i+q_i)/2$ を受ける軸対称のトンネルの場合と同じである。

次に、側壁と天端、または底盤との変位量の差を $2\delta_0$ とおくと、

$$\delta_0 = \left(\frac{p - q}{2} - \frac{p_i - q_i}{2} \right) \frac{(1 + \nu)(3 - 4\nu)}{E} \cdot a \quad (21.18)$$

吹付けコンクリートや鋼支保工などの荷重と変形の関係がわかれば、地山と支保工の両方の変形がつかう点として、トンネルの応力状態などを求めることができる。

側圧係数 k_a がゼロでない場合は(例えば、 $k_a=0.2$ 、 $\nu=0.2$ とすると)内空変位は $(0.72 \pm 0.864) p/E$ 、すなわち、天端沈下は静水圧状態の場合に比べて2.2倍になる。側壁は逆に0.2倍分広がるが、これよりわかる。

これまで応力もひずみも変位も極座標を使って解いてきたが、地表面沈下を問題にするような時は、直角座標を使う方がわかりやすいし、計測などとの対比もしやすいので、これを直角座標に変換しておく。

応力を極座標より直角座標に直すには、モールの応力円を参照して σ_r 、 σ_θ 、 $\tau_{r\theta}$ より次のようにして σ_x 、 σ_y を求める。

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= (\sigma_r + \sigma_\theta)/2 + 2\tau_{r\theta}/\sin 2\theta_1 \\ \sigma_3 &= (\sigma_r + \sigma_\theta)/2 - 2\tau_{r\theta}/\sin 2\theta_1 \\ \tan 2\theta_2 &= 2\tau_{r\theta}/(\sigma_r - \sigma_\theta) \end{aligned}$$

極座標と直角座標のなす角度 θ_1 がわかっているの、これを次のように変換する。

$$\begin{aligned} \sigma_x &= (\sigma_1 + \sigma_3)/2 + \{(\sigma_1 - \sigma_3)/2\} \cos 2(\theta_1 + \theta_2) \\ \sigma_y &= (\sigma_1 + \sigma_3)/2 - \{(\sigma_1 - \sigma_3)/2\} \cos 2(\theta_1 + \theta_2) \\ \tau_{xy} &= \{(\sigma_1 - \sigma_3)/2\} \sin 2(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

ひずみは特に直角座標に直す必要性もないので、次に変位の換算を行う。図-21・5よりわかるように、

$$\begin{aligned} u_x &= u \sin \theta + v \cos \theta \\ u_y &= u \cos \theta - v \sin \theta \end{aligned}$$

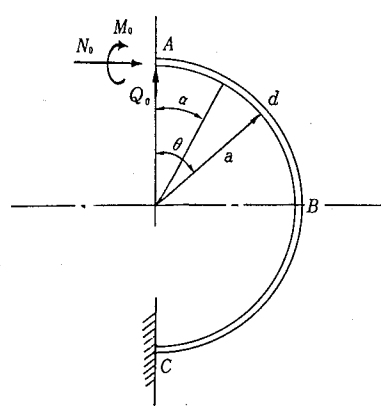


図-21・6 支保工の計算假定

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{1 + \nu}{E} \left[\frac{p + q}{2} \cdot \frac{a^2}{r} + \frac{p - q}{2} \left\{ -\frac{a^4}{r^3} + (1 - \nu) \frac{4a^2}{r} \right\} \right. \\ &\quad \left. \cos 2\theta \right] \sin \theta + \frac{1 + \nu}{E} \left(-\frac{p - q}{2} \right) \left\{ \frac{a^4}{r^3} \right. \\ &\quad \left. + 2(1 - 2\nu) \frac{a^2}{r} \right\} \sin 2\theta \cos \theta \end{aligned}$$

ここに、 $\cos 2\theta \sin \theta = (\sin 3\theta - \sin \theta)/2$
 $\sin 2\theta \cos \theta = (\sin 3\theta + \sin \theta)/2$ だから、

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{1 + \nu}{E} \cdot \frac{a^2}{r} \left(\frac{p + q}{2} \sin \theta + \frac{p - q}{2} \{ (1 - \nu)(\sin 3\theta \right. \\ &\quad \left. - 3\sin \theta) - \frac{a^2}{r^2} \sin 3\theta \} \right) \end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned} u_y &= \frac{1 + \nu}{E} \left[\frac{p + q}{2} \cdot \frac{a^2}{r} + \frac{p - q}{2} \left\{ -\frac{a^4}{r^3} + (1 - \nu) \frac{4a^2}{r} \right\} \right. \\ &\quad \left. \cos 2\theta \right] \cos \theta - \frac{1 + \nu}{E} \left(-\frac{p - q}{2} \right) \left\{ \frac{a^4}{r^3} + 2(1 - 2\nu) \frac{a^2}{r} \right\} \sin 2\theta \sin \theta \end{aligned}$$

ここに、 $\cos 2\theta \cos \theta = (\cos 3\theta + \cos \theta)/2$
 $\sin 2\theta \sin \theta = (\cos \theta - \cos 3\theta)/2$ だから、

$$\begin{aligned} u_y &= \frac{1 + \nu}{E} \cdot \frac{a^2}{r} \left(\frac{p + q}{2} \cos \theta + \frac{p - q}{2} \{ (1 - \nu)(\cos 3\theta \right. \\ &\quad \left. + 3\cos \theta) - \cos 3\theta \} \right) \end{aligned}$$

◎少し長々と式の誘導を書きすぎたようであるが、他の本では余り書いてないので少し詳しく述べた。

一般の力学書にも一応応力分布の計算式まではよく載っていて、意味はよくわからなくても、この式に数値を代入して計算すれば答はどうかできるようにはなっている。しかし、これらの式には、ほとんどすべて内圧がゼロの場合だけしか書いてない。それ以上に困るのは、ひずみや変位の求め方がまず書いてないことである。支保工の

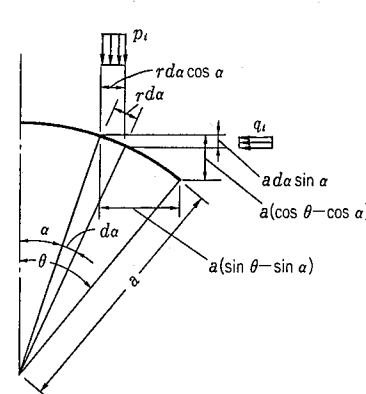


図-21・7 支保工の微小部分に働く荷重

反力との相互作用を計算するためには、変位が絶対必要であり、少々長くなったが上述に紹介した。

◎(21・8)～(21・17)の式はObert, Duvall⁵⁰⁾の本、Goodmanの本⁵³⁾、土木学会の岩盤力学の本⁴⁶⁾に変位の計算式がでていますが、これと同じであり式そのものは間違いはない。しかし、せっかく変位の計算式が示されているのに、46)と51)に示された式は前にも指摘したようなトンネル掘削前の変位とトンネル掘削による変位をわけるという力学を実用的に使うとするのなら絶対に忘れてはならないことを両方とも忘れていた。これでは力学がトンネル屋には必要ないし、あるいは学者の言うことは当てにならないと言う現場の声に裏付けを与えるだけの式を示したとしか考えられない。

§21-2 支保工の計算

そこで、次には支保工の荷重と応力、ひずみ、変位の関係を求める。ここに、支保工は剛性一様な円形リングを考える。

いま、左右対称の荷重を受けている円形リングの問題を解くために、底辺の中央c点で固定された右半分のリングを考えると(図-21・6)、任意の点dにおける応力は次のようになる(この節の計算だけは圧力を正、内側への変位を正にしているが、結果は同じになる)。

$$\begin{aligned} M &= M_0 + Q_0 \cdot a \sin \theta + N_0 \cdot a(1 - \cos \theta) + m \\ N &= N_0 \cdot \cos \theta - Q_0 \cdot \sin \theta + n \\ Q &= Q_0 + (1/a) \cdot (dM/d\theta) \end{aligned} \quad (21.19)$$

ここに、a; 支保工(リング)の半径

θ ; 鉛直軸から任意の点dまでの角度

M_0, N_0, Q_0 ; 支保工リングの天端A点に働く曲げモーメント、軸力、せん断力。曲げモーメントの正負は、時計回り、あるいは円筒外側に圧縮を生じさせるような場合を正とする。

m, n ; A～d間の荷重によりd点に生じる曲げモーメント、軸力。

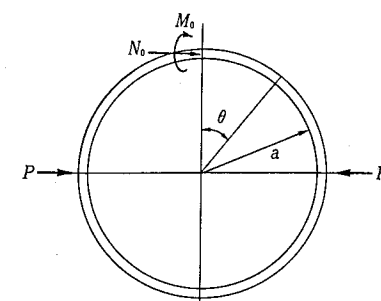


図-21・8 仮想荷重

各点におけるひずみエネルギーは $[1/2 \times \text{応力} \times \text{ひずみ} \times \text{体積}]$ であるから、支保工の右半分の全長については次のようになる。

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{M}{I} y \cdot \frac{M}{EI} y \cdot dA \cdot ds + \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{N}{A} \cdot \frac{N}{EA} \cdot A \cdot ds \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{fQ}{A} \cdot \frac{Q}{GA} \cdot A \cdot ds \\ &= \int_0^\pi \frac{M^2}{2EI} ds + \int_0^\pi \frac{N^2}{2EA} ds + \int_0^\pi \frac{fQ^2}{2GA} ds + C \end{aligned} \quad (21.20)$$

ここにfは平均剪断応力と最大剪断応力の比、矩形の場合3/2

各点の回転角、および軸力方向の変位はCastiglianoの定理を用いて、このエネルギーをその点に働く力で微分して求められる。すなわち、頂点Aでは、

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} A \text{ 点の回転角 } \Delta \phi_A & \text{ とすると、} \Delta \phi_A = \partial Q / \partial M_0 \\ A \text{ 点の水平変位 } \Delta h_A & \text{ } \Delta h_A = \partial W / \partial N_0 \end{aligned} \right\} \quad (21.21) \end{aligned}$$

左右対称の荷重を考えているので、A点は回転も水平変位もしないわけである。また、C点も同じく変位しない。B点とA点のモーメントは値は同じで、符号は逆。この条件よりA点のモーメントと軸力を求めることができる。

いま、鉛直方向に p_i 、水平方向に q_i 、の左右対称な外力(荷重)が働いている場合を考えると(図-21・7)、外力による頂点Aより θ の点のモーメントmと軸力nは次のように求められる。

$$\begin{aligned} dm &= p_i \cdot a \cdot da \cdot \cos \alpha \cdot a(\sin \theta - \sin \alpha) \\ &\quad - q_i \cdot a \cdot da \cdot \sin \alpha \cdot a(\cos \theta - \cos \alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore m &= p_i \cdot a^2 \int_0^\theta \cos \alpha (\sin \theta - \sin \alpha) d\alpha \\ &\quad - q_i \cdot a^2 \int_0^\theta \sin \alpha (\cos \theta - \cos \alpha) d\alpha \end{aligned}$$

$$\therefore m = -1/2 \cdot p_i \cdot a^2 \sin^2 \theta - 1/2 \cdot q_i \cdot a^2 (1 - \cos \theta)^2 \quad (21.22)$$

$$\begin{aligned} dn &= p_i \cdot a \cdot da \cdot \cos \alpha \cdot \sin(\theta - \alpha) \\ &\quad - q_i \cdot a \cdot da \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\theta - \alpha) \end{aligned}$$

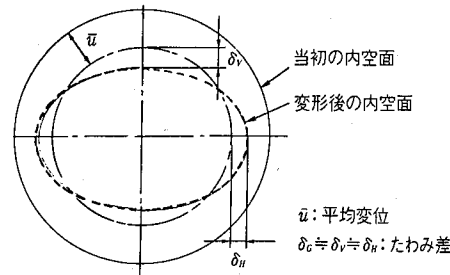


図-21・9 支保工およびトンネル内空の変形

$$\begin{aligned} \therefore n &= p_i \cdot a \cdot \sin \theta \cdot \int_0^\pi \cos \alpha \cdot d\alpha \\ &\quad - q_i \cdot a \cdot \cos \theta \cdot \int_0^\pi \sin \alpha \cdot d\alpha \\ &= p_i \cdot a \cdot \sin \theta \cdot \sin \theta - q_i \cdot a \cdot \cos \theta \cdot (-\cos \theta + 1) \\ \therefore &= p_i \cdot a \cdot \sin^2 \theta + q_i \cdot a \cdot \cos^2 \theta - q_i \cdot a \cdot \cos \theta \end{aligned} \quad (21 \cdot 23)$$

これを式(21・19)に代入して、式(21・21)で $\Delta \phi_A = 0$ 、 $\Delta h_A = 0$ とおけば、次のように頂点の M_0 、 N_0 が求められる（ただし、左右対称荷重であるから $Q_0 = 0$ となる）。

$$\begin{aligned} M_0 &= -1/4 \cdot (p_i - q_i) \cdot a^2 \\ N_0 &= q_i \cdot a \\ Q_0 &= 0 \end{aligned} \quad (21 \cdot 24)$$

これを式(21・19)代入すれば各点の曲げモーメント、軸力が求められる。

$$\begin{aligned} M &= M_0 - N_0 \cdot a(1 - \cos \theta) + m \\ &= -1/4 \cdot a^2(p_i - q_i) + q_i \cdot a^2(1 - \cos \theta) \\ &\quad + 1/2 \cdot p_i(a \sin \theta)^2 + 1/2 \cdot q_i(a - a \cos \theta)^2 \\ &= -1/4 \cdot (p_i - q_i) \cdot a^2 \cos 2\theta \end{aligned} \quad (21 \cdot 25)$$

$$\begin{aligned} N &= N_0 \cos \theta - Q_0 \sin \theta + n = p_i \cdot a \sin^2 \theta \\ &\quad + q_i \cdot a \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (21 \cdot 26)$$

Q の影響は小さいので省略する。

次に各点の半径方向の変位 δ は、Castiglianoの定理（または、仮想仕事の原理）より次のように求められる。

$$\delta = \int \frac{M \bar{M}}{E' I} ds + \int \frac{N \bar{N}}{E' A} ds \quad (21 \cdot 27)$$

ここに、 E' ：鋼支保工の場合はヤング率 E を、吹付けコンクリートの場合は $E' = E/(1 - \nu_c^2)$ をとる。 $\bar{M}$ 、 $\bar{N}$ ：変位を求めたい点に、変位を求めたい方向に仮想の単位荷重 $P=1$ をかけたときの仮想曲げモーメント、または仮想軸力。

ここに(21・27)式の第1項は圧力差 $p_i - q_i$ による（曲げモーメント M による）たわみを、第2項は平均圧力 $(p_i + q_i)/2$ による（軸力 N による）たわみを表わす。第2項は前節（静水圧状態）で求めたのと同じになる（20・30～33）。

いま、側壁中心に、円心方向に、左右対称に $P=1$ の

仮想荷重を働かせたときの角度 θ の点の仮想曲げモーメントは（図-21・8）。

$$\bar{M} = M_0 - P/2 \cdot a \cdot (1 - \cos \theta) \quad (21 \cdot 28)$$

ここに、左右対称の仮想荷重 P が働いたときの天端 A 点の曲げモーメント M_0 は、次のようにして求める。左右対称なので A 点の回転角 $\Delta \phi_A = \partial W / \partial M_0 = 0$

ここに、 $W = \int (M^2 / 2EI) ds$ 、 $M = M_0 - P/2 \cdot a \cdot (1 - \cos \theta)$ なので

$$\begin{aligned} \Delta \phi_A &= \partial W / \partial M_0 = (1/EI) \int_0^{\pi/2} M ds \\ &= (1/EI) \int_0^{\pi/2} \{M_0 - P/2 \cdot a \cdot (1 - \cos \theta)\} \cdot a \cdot d\theta = 0 \\ &= M_0 \cdot a [\theta] - P/2 \cdot a^2 \cdot [\theta] + [\sin \theta] = 0 \end{aligned} \quad (21 \cdot 29)$$

$$\therefore M_0 = P \cdot a / 2 \cdot (1 - 2/\pi) \quad (21 \cdot 30)$$

したがって、 $P=1$ とすれば $0 \leq \theta \leq \pi/2$ のときは、

$$\bar{M} = a/2 \cdot (\cos \theta - \pi/2) \quad (21 \cdot 31)$$

$\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ のときは、

$$\bar{M} = a/2 \cdot (\cos \theta + \pi/2) \quad (21 \cdot 32)$$

一方、式(21・25)より $M = -1/4 \cdot a^2(p_i - q_i) \cos 2\theta$ であるから、(21・27)に代入して、

$$\begin{aligned} \therefore \delta_M &= \int \frac{M \bar{M}}{EI} ds \\ &= \frac{1}{EI} \int \frac{a}{2} (\cos \theta - \frac{2}{\pi}) (-\frac{a^2}{4}) (p_i - q_i) \cos 2\theta \cdot a d\theta \\ &= \frac{a^4}{8EI} (p_i - q_i) \int (2 \cos^2 \theta - 1) (\cos \theta - \frac{2}{\pi}) d\theta \\ &= -\frac{1}{EI} \cdot \frac{a^4}{8} (p_i - q_i) [\frac{1}{6} \sin 3\theta - \frac{1}{\pi} \sin 2\theta \\ &\quad + 1/2 \sin \theta] + A \end{aligned} \quad (21 \cdot 33)$$

0° と 90° では符号反対の同じ値のはずであるから、

$$\begin{aligned} \delta_M &= -\frac{a^4}{8EI} (p_i - q_i) [\frac{1}{6} \sin 3\theta - \frac{1}{\pi} \sin 2\theta - \frac{1}{2} \sin \theta] \\ &\quad + \frac{a^4}{12EI} \end{aligned} \quad (21 \cdot 34)$$

$$\begin{aligned} \theta = 0^\circ \text{では、} \delta_M &= (a^4/12EI)(p_i - q_i) \\ \theta = 90^\circ \text{では、} \delta_M &= -(a^4/12EI)(p_i - q_i) \end{aligned} \quad (21 \cdot 35)$$

ここに、 δ_M ：モーメントによる変位、 δ_N ：軸力による変位、 $\delta = \delta_M + \delta_N$ 、 δ_N は前章で求めたのと同じである。（20・30）式より

$$\delta_N = a \frac{(1 - \nu_c^2)}{E} \cdot \frac{a}{t} \cdot \frac{p_i + q_i}{2} \quad (21 \cdot 36)$$

上式より、支保工と地山の変位量が一致するところを求めることができる。

【計算例6】前回と同じで、ただ側圧係数が $k=0.25$ になった場合について、応力分布や変位量を求めよ。 $\gamma = 2.0 \text{ t/m}^3$ 、 $H = 200.0 \text{ m}$ 、 $p = -\gamma H = -400 \text{ t/m}^2 = -40$

表-20・1 吹付けコンクリートの厚さを変えたときの計算

吹付けコンクリート厚さ (cm)	作用地圧 (kg/cm ²)	たわみ(半径あたり) (cm)	軸力 (kg/cm)	曲げモーメント (kg-cm/cm)	コンクリート応力 (kg/cm ²)
5	-1.77±0.0002	2.484±4.66	887	30	177±6
10	-3.33±0.0019	2.383±4.68	1669	242	166±14
15	-4.72±0.0065	2.292±4.66	2360	822	157±20
20	-5.97±0.0156	2.212±4.68	2985	1950	149±28
30	-8.09±0.0526	2.074±4.68	4045	6586	134±42
40	-9.83±0.1344	1.961±4.70	4918	15048	122±58
50	-11.30±0.2423	1.865±4.70	5652	30284	113±72
60	-12.55±0.4168	1.784±4.64	6276	52112	104±86

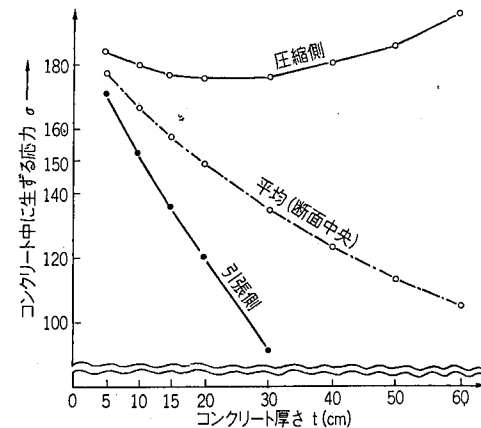


図-21・10 吹付けコンクリートの巻厚を変えたときのコンクリート内の応力の変化

kg/cm²、 $k=0.25$ 、 $E=10,000 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\sigma_{ad}=100.0 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\nu=0.2$ 、 $a=500 \text{ cm}$ 、 $p_i=0$ （支保工なし）として、(20・9)式より $\theta=0^\circ$ と 90° （天端と側壁）について内空面の変位量 u_a を求めると、

$$u_a = -3.48 \text{ cm (天端)}$$

$$u_a = +0.48 \text{ cm (側壁)}$$

弾性変形のときは、トンネルは縦方向にはかなり縮むが水平方向にはかえって拡大していることがわかる。

天端部に $\sigma_c > 0$ （引張り）の部分ができるが、岩石の引張り強度はあまり強くないので、この部分にひび割れができて、天端の岩石が落下してくる危険性があることがわかる。

【計算例7】前節の例題と同じで、吹付けコンクリートの支保工（厚さ $t=10 \text{ cm}$ 、 $t=15 \text{ cm}$ 、または $t=30 \text{ cm}$ など）をした場合について、変位、支保工の応力を求めよ。地山 $E=10,000 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\nu=0.3$ 初期地圧 $p_0=-60 \text{ kg/cm}^2$ 、 $q_0=-20 \text{ kg/cm}^2$ 、吹付けコンクリート $E_c=50,000 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\nu_c=0.2$ 、地山の変形が30%終わってから吹付けるものとする。

【答】地山の変形 平均変位（支保工設置後）は

$$u_a = \frac{p_0 - p_c \times 30\%}{E/(1 + \nu) + E_c \cdot t/a/(1 - \nu_c^2)} \cdot a$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-(60+20)/2 + (60+20)/2 \times 0.3}{10,000/1.3 + 50,000 \cdot t/500/(1-0.2^2)} \cdot 500 \\ &= \frac{-28 \times 500}{7692.3076 + 104.1666 \times t} \end{aligned}$$

無支保の場合の変位は(20・15)(20・16)より

天端

$$\begin{aligned} u_a &= 2(1-0.3 \cdot 0.3)/10,000 \cdot (-60) \cdot 500 \\ &\quad - 1.3 \cdot 0.4/10,000 \cdot (-20) \cdot 500 = -5.46 + 0.52 \\ &= -4.94 \text{ cm} \end{aligned}$$

側壁

$$\begin{aligned} u_a &= 2(1-0.3 \cdot 0.3)/10,000 \cdot (-20) \cdot 500 \\ &\quad - 1.3 \cdot 0.4/10,000 \cdot (-60) \cdot 500 = -1.82 + 1.56 \\ &= -0.26 \text{ cm} \end{aligned}$$

平均変位は、 $u = (-4.94 - 0.26)/2 = -2.6 \text{ cm}$ で、前節（計算例1）で求めたものと同じである。

支保工の平均変位も前節と同じになる。したがって、 $t=15 \text{ cm}$ のとき、平均支保工反力 $(p_i + q_i)/2 = -4.72 \text{ kg/cm}^2$ でつり合う。側壁と天端、または底盤との支保工圧力の差は、地山側からは(21・18)より、

$$\begin{aligned} \delta_a &= \left(\frac{p - q}{2} - \frac{p_i - q_i}{2} \right) \frac{(1 + \nu)(3 - 4\nu)}{E} \cdot a \\ &= \left(\frac{-40}{2} - \frac{p_i - q_i}{2} \right) \frac{1.3 \times 1.8 \times 500}{10,000} \end{aligned}$$

支保工側からは(21・35)式より、

$$\delta_M = \frac{(p_i - q_i) \cdot a^4}{12E'I} = \frac{(p_i - q_i) \cdot 500^4}{12 \cdot 50,000/0.96 \cdot t^3/12}$$

$\delta_a = \delta_M$ 、また両方の $p_i - q_i$ は等しいとおけば、つり合いのときの荷重、変位、曲げモーメントなどが得られる。また、(20・30)式より平均支保工反力=(変位/トンネル径)×支保工剛性であるから、

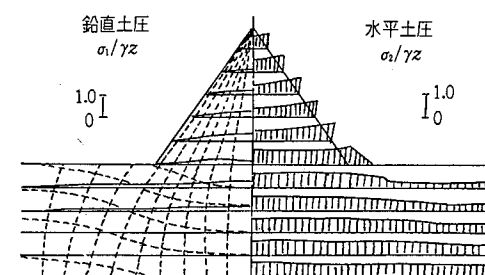
$$(p_i + q_i)/2 = \{-28.0 \cdot 500 / (7692.3 + 104.16 \cdot t)\} / 500 \times (104.16 \times t)$$

また、(20・25)式より軸力=外力×トンネル半径

$$T = p_i \cdot r = q_i \cdot r$$

$$(21 \cdot 25) \text{式より曲げモーメント } M_{\max} = (p_i - q_i) a^2 / 4$$

薄肉シェルと考えれば、コンクリート応力 $\sigma_c = N/A \pm$



右半分: $\sigma_v/\gamma Z$ の分布 (ただし、 Z は各点と山頂との鉛直距離)

左半分: $\sigma_h/\gamma Z$ の分布と主応力方向線

図-21-11 屋根形地形の岩盤内の応力分布 (岩石力学とその応用²⁰⁾, P230)

M/Z

厚肉のときは、

$$\sigma_c = N/A + M/\rho + \eta/(\rho + \eta) \\ \cdot M/[(\int \eta^2/(\rho + \eta) dA)]$$

これらの式を連立させて解いた答を表-20-1および図-21-10に示す。

これを見ると、コンクリートの厚さ t を増やしても応力 σ はほとんど減らず、薄いコンクリートの方が有利なこと、あまり厚いコンクリートはかえって不利なことがよくわかる。

Rabcewicz は薄肉の覆工が有利なことを提唱し、実験でも示しているが、この計算でもそれが裏づけられる。
§21-3 インバート閉合しない巻き立ての計算

吹付けコンクリートにせよ、H支保工にせよ、インバートを閉合して輪(リング)にするのは、一般にかなり後であり、場合によっては遂に閉合しない場合も多い。そこで、その場合についての支保工の剛性を求めてみよう。

図-21-6では下端固定の輪を考えた。いま考えるトンネルの支保工では下端のインバートが閉じてないわけであるが、計算の都合上、この図をそのまま使って話を続けることにする。

さて、そうすると M_0 , N_0 , Q_0 は(21-24)のかわりに片持ち梁として次のように求められる。

$$M_0 = 2q_1 a^2 \quad N_0 = 2q_1 a \quad Q_0 = 0 \quad (21-37)$$

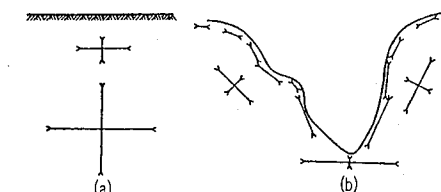
ゆえに、

$$M = M_0 - N_0 a(1 - \cos \theta) + 1/2 p_1 a^2 \sin^2 \theta \\ + 1/2 q_1 a^2 (1 - \cos \theta)^2 \\ = 1/2 p_1 a^2 \sin^2 \theta + 1/2 q_1 a^2 (1 + \cos \theta)^2 \quad (21-38)$$

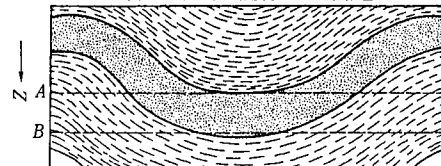
$$N = N_0 \cos \theta - Q_0 \sin \theta + p_1 a \sin^2 \theta + q_1 a \cos^2 \theta \\ = -q_1 a \cos \theta$$

$$= p_1 a \sin^2 \theta + q_1 a \cos \theta (1 + \cos \theta) \quad (21-39)$$

天端より θ の点 c 点に仮想荷重 P , Q が働いたときの天端 A 点の曲げモーメントと軸力は、



(a) 地形が初期応力に及ぼす影響



(b) 不均質な層状岩盤で褶曲が鉛直応力に与える影響

図-21-12 地形や褶曲が地山内の圧力に与える影響²⁰⁾

$$\bar{M} = Q \cdot a(1 - \cos \theta) + P \cdot a \sin \theta$$

$$\bar{N} = P \cdot \sin \theta + Q \cdot \cos \theta$$

$$\bar{Q} = P \cdot \cos \theta + Q \cdot \sin \theta \quad (21-40)$$

これを次式に代入して、変位を求める。

$$\delta = \int \frac{M \bar{M}}{EI} ds + \int \frac{N \bar{N}}{EA} ds \quad (21-41)$$

$$\delta_H = \int \frac{a^2(1 + \cos \theta)}{EI} [1/2 p_1 a^2 \sin^2 \theta + 1/2 q_1 a^2 (1$$

$$+ \cos \theta)^2] d\theta + \int \frac{a}{EA} [p_1 a \sin^2 \theta + q_1 a \cos \theta (1$$

$$+ \cos \theta)] \cos \theta d\theta + C$$

$$= \frac{a^4}{24EI} [p_1 (6\theta - 3 \sin 2\theta) + q_1 (3\theta + 4 \sin \theta$$

$$+ 9 \sin 2\theta + \sin 3\theta)] + \frac{a^3}{12EA} [p_1 (6\theta - 3 \sin 2\theta)$$

$$+ q_1 (6\theta - 9 \sin \theta + 3 \sin 2\theta + \sin 3\theta)]$$

$$\delta_H \text{ 鉛直変位は } P=1, Q=0 \text{ として求められる。}$$

$$\delta_v = \frac{1}{EI} \int [1/2 p_1 a^2 \sin^2 \theta + 1/2 q_1 a^2 (1$$

$$+ \cos \theta)^2] a \sin \theta \cdot a \cdot d\theta + \frac{a^4}{2EI} [p_1 a \sin^2 \theta$$

$$+ q_1 a \cos \theta (1 + \cos \theta)] a \sin \theta \cdot a \cdot d\theta$$

$$= \frac{a^4}{24EI} [p_1 (16 - 15 \cos \theta - \cos 3\theta) + q_1 (22$$

$$- 15 \cos \theta - 6 \cos 2\theta - \cos 3\theta)]$$

$$+ \frac{a^3}{12EA} [p_1 (8 - 9 \cos \theta + \cos 3\theta)$$

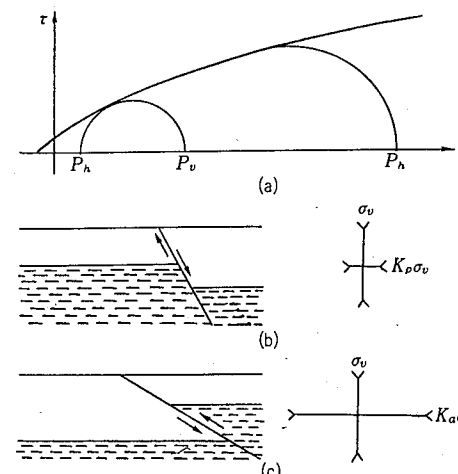
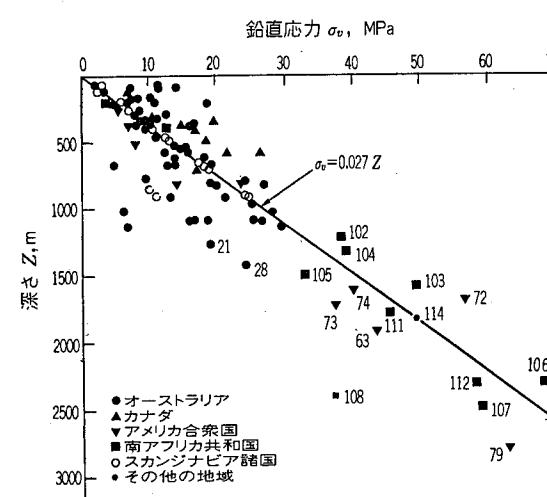


図-21-13 正断層と逆断層を発生させる応力状態²⁰⁾



(a) 深さと鉛直土圧の関係

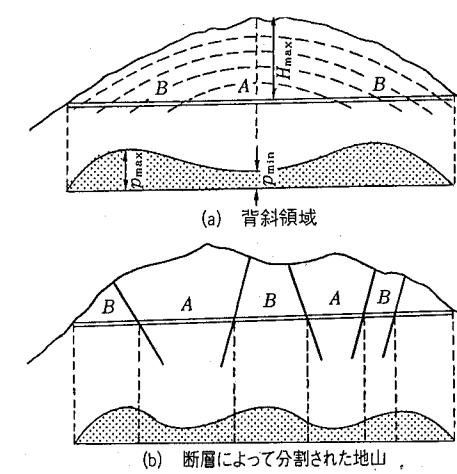
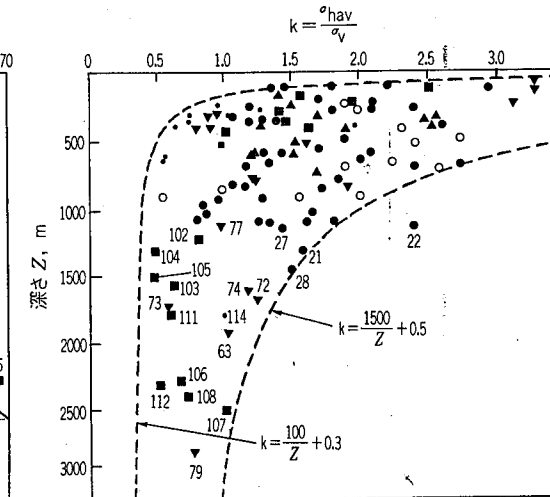


図-21-14 地質構造の条件による土かぶり圧の影響²⁰⁾



(b) 深さと側圧係数の関係

図-21-15 地山内の初期応力の実測例²⁰⁾

$$+ q_1 (7 - 3 \cos \theta - 3 \cos 2\theta - \cos 3\theta)]$$

$\theta = 90^\circ$ (側壁) の変位は、

$$\delta_H = \frac{a^4}{24EI} [3\pi p_1 + (15\pi + 40)q_1] + \frac{a^3}{12EA} [3\pi p_1 \\ + (3\pi - 10)q_1]$$

$k_h = 0.2$ とすると、

$$\delta_H = \frac{a^4}{24EI} \times 26.8 p_1 + \frac{a^3}{12EA} \times 9.3 p_1$$

となり、インバートを閉合して輪になった支保工の

$$\delta_H = \frac{a^4}{12EI} \times 0.8 p_1 + \frac{a^3}{2EA} \times 1.2 p_1$$

と比べると、一桁以上大きくなることがわかる。

注1) 側圧係数がいくつになるかは、つぎのように考えられる。

弾性体の材料を平らに地表に積重ねて、地山ができていと考えれば、鉛直圧力は $p_v = -\gamma H$ になる。積重なった地層の広さが相当大きければ、地山は横方向には移動できなくなる。水平方向の土圧を p_h とすると、横方向への膨張は $\epsilon_h = p_h/E - \nu(p_h + p_v)/E$ で、これがゼロになるはずであるから、

$$\therefore p_h = [\nu/(1 - \nu)] p_v$$

ゆえに、側圧係数は $k = \nu/(1 - \nu)$ となる。

地表が水平でない場合は、最大主応力の方向は地表の傾斜の方向にやや傾く。平松、岡²⁰⁾、Goodman²⁰⁾らが数値解析などを試みている (図21-11参照)。

当初、氷河の重さなどの地表面載荷重 q があり、後にこれが取去られた (氷河が溶けた、地表面の土砂や岩が侵蝕されたなど) とすると、当初、鉛直圧力は $p_v = -$

$\gamma H + q$, 水平圧力は $p_h = -(\gamma H + q)\nu / (1 - \nu)$ となる。水河が溶けた後に、鉛直圧力 p_v は、地質学的にみれば比較的短時間で上にあった荷重 q の分は減り、 $-\gamma H$ になり、重みがなくなった分だけ上に持ち上がるが、水平方向には伸びるところがないので水平圧力 p_h はほとんど減らない。そこで、側圧係数 k は $\nu / (1 - \nu)$ より大きくなる。スウェーデンなどでは側圧係数が 1.0 を越えた例も報告されているが、岩石が柔らかい場合にはリラクゼーション（応力緩和）と言う現象が起こり、側圧係数はそんなに大きくならない。

造山運動などの強い地質的営力（水平力）を受けて地山が隆起した場合も、側圧係数 k は大きく 1.0 より大きい場合もある。水平力により地山が盛上がったと考え、鉛直方向が受動土圧となり粘着力 $c=0$ の場合 $k = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)$ となる（図-21-13b, 14）。ヒマラヤ、アルプス、日本列島の大山脈は大陸移動による水平力で隆起したものと考えられるので、これに相当する。

地表の傾斜によっては主応力の方向が傾く（図-21-12 a）。

高温の火成岩、凝灰岩が冷却しながら固結した岩石では、温度降下のため水平、鉛直両方向に収縮する。一般に、鉛直方向には移動ができるし、圧力は上に重量が乗っているので減らないが、水平方向には収縮が拘束されるので、水平圧力は低下し、玄武岩や高溶結凝灰岩などのように水平圧力 q が引張りとなり、著しいたて方向の割目ができている例もある。

土かぶり圧力 γH が地山の強度 σ_{sa} を越えるような地中深いところはもはや弾性体ではなく、塑性状態になっていて側圧係数は 1.0 と言う考え方もある。その代表は Heim の静水圧説である。

「せん断力がゼロであるような力の理想的つり合い状態は静水圧的状态であり、この場合、主応力はともに等しい。したがって、深部の岩盤は常にこの状態に向かおうとしている。この点に関してスイスの地質学者 Albert Heim が、1878年に地球深部では応力が静水圧状態になっている可能性がある」と述べたことに注意する必要がある。この説は、いったん岩盤が破壊の限界を越えると、岩盤の塑性化が進行するに違いないという考えに基づいたものである。深部における力は地殻の自重によって発生していることは明らかであるから、かぶりの大きさと関係するはずである。もちろん、その理論を支えているそ性と破壊の概念はいろいろな批判を受けるべき性質のものであるが、巨視的にみれば Heim の直感的見解は正しいのではなかろうか」（Talobře; 岩盤力学 3.1.2）²⁰。

このような地下深いところにトンネルを掘ることには、相当の困難が伴うと考えられる。

Hoek²⁰ は、多くの実測例から次のように述べている。

- (1) 1000m より深いところでは鉛直圧力 $p_v = 2.6 \times H$ ではば表される (H ; 深さ)。
- (2) 1000m より浅いところでは水平圧力 p_h は鉛直圧力 p_v より一般に大きい。500m のところでは、平均して p_h は p_v の 1.5 倍で、より浅いところでは、この比はさらに大きい（圧力をプラスとして）。
- (3) 1000m 以上のところでは、 p_v と p_h は等しくなる傾向にある。

御牧・他⁵⁰ も、水平力の方が大きい計測例を報告している。その他にも、水平圧力の方が大きいと言う報告があるが、トンネル掘削時の現象と矛盾する点もあるので、今後検討を要する問題であろう。

2) 側圧係数が $k=1.0$ から 0 に変化すると、トンネル中心高さの側壁部の切線方向応力 σ_t は $2.0p_v$ から $3.0p_v$ に変化する。この計算より、土かぶり圧力 $p_v = \gamma H$ と地山の軸圧縮強度 σ_{sa} との比、地山の比強度（地山強度比） $\sigma_{sa} / \gamma H$ （地山の軸圧縮強度 ÷ 土かぶり圧力）が、 $2.0 \sim 3.0$ 以下になると、トンネルの掘削は相当困難になることが考えられる（仲野の説⁴⁰）。

3) トンネル天端部と底盤部の切線方向の応力 σ_t は側圧係数 k が $1/3$ 以上ならば圧縮だが、 $1/3$ 以下ならば引張りになる。岩盤の引張り強度はゼロに近いので、 σ_t が引張りになると、天端にひび割れがはいり、その部分の岩石片は落ちてくると考えられる。側圧係数 k を正しく見積もることはトンネルの安全設計上重要な要素となる。また、この場合、引張り応力の働く部分の自重を支保工で支えると考えれば、支保工に働く荷重はトンネルの直径 a に比例することになる。

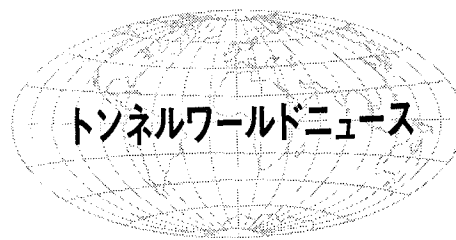
4) 側圧係数がある値のときは、水平方向に測った内空変位がゼロになることがある。（20・5）式に $\theta = 90^\circ$, $r = a$ を代入して水平方向の内空変位を求めると、

$$2u = (2pa/E) [-(1+\nu)(1-2\nu) + k(1+\nu)(2-\nu)]$$

$$[]$$
 内がゼロになると、水平方向の内空変位はゼロになる。いま、 $\nu = 0.3$ とすると、

$$k = (1-2\nu)/(2-\nu) = 0.2760$$

のとき、水平方向の内空変位はゼロになる。弾性状態のトンネルでは水平方向の内空変位だけでトンネルの応力状態や安全度を知ることがきわめて困難なことがわかる。鉛直方向の変位は測定がむずかしく、精度も悪いので計測管理には使えない。



(社) 日本トンネル技術協会
国際委員会国内広報ワーキング

特別機能を追加できる吹付け装置

フィンランドの Normet 社は、15t 級のトラックまたはクローラー、ないしはレール式台車に装着できる着脱型湿式吹付け装置を開発した。この装置は、Spraykit 1400WPC によって、機械の移動なしに断面積 $15 \sim 210\text{m}^2$ の吹付け範囲をカバーし、天端は 14m の高さまで届く。この装置は、作業時にスタビライザーとして使用する油圧操作式の脚と $75 \sim 90\text{kW}$ のコンプレッサーを装備している。このほかに、照明と高圧洗浄装置が含まれている。Spraykit basket は、オプションとして金網取り付けや支保工を持ち上げるための装置を装備することができる (T&T, '91-6)。

上水貯蔵トンネルが竣工

ロンドン南西部 Kempton および Hampton の両浄水場を結ぶ延長 2km の上水貯蔵トンネルが Costain Civil Engineering 社のトンネル部門によって完成された。

このトンネルはセグメント内径 2.54m で、Thames Water の London Water Ring Main（ロンドン環状上水幹線）の一環をなすもので、Markham 社製のバックホーで掘削された。

一方、別工事であるが、Costain 社のトンネル部門は Kempton の深さ 45m の立坑をクボタ社製の 3t ミニ・バックホーを使って完成した。

立坑は直径 7m で、そのグラウト工事にはドイツの Gebhardt & Koenig-Gesteinsund Tiefbau 社の Bullflex System が採用された。この立坑はロンドン環状上水幹線の最終工事の出入り口の一部としても使用される予定である。

Thames Water はこの最終工事（第 4 期）のコントラクターを間もなく選定する予定である。第 4 期工事は Ashford Common ~ Barnes 間のトンネルも含んでいる (T&T, '91-6)。

パリのプロジェクトに世界が注目

世界中の建設業者がパリの総額 50 億ポンドに上る民間 1991 年(平成 3 年)12 月

地下自動車道の建設に興味を表明した。MUSE (Maille Urbaine Souterraine Express) として知られるこの有料道路は 100 億ポンドに上る地下自動車道プロジェクトの一環をなすもので、パリ市内および周辺の既存交通網にリンクするものである。

英国企業やフランスの大手建設業者に混じって、米国やカナダのグループもこの民営事業に興味を示している (T&T, '91-6)。

GENOA 地下鉄

イタリア・Genoa 市の臨海地区で延長 1.0km の双設の地下鉄トンネル工事が始まる。そのルートは、老朽ビルや高架道路にはさまれている。

トンネルの位置する地盤は、地下水位が高く、泥灰土、泥灰土質石灰岩、礫混じり砂、粘土および崩壊土からなる。

請負業者は、シールド工法を採用し、機械は James Hawden Ic Company 社の泥水加圧式シールドで幅広い地質対応を持っている。トンネルの線形は曲線半径 150m の区間があり、余掘りを最小限にするために、そのシールドは 16 個のアーティクレーション・ラムと 4 個のステアリング・シューで 2 度まで中折れすることができる。シールド径は前面 6,260mm、後面 6,250mm である。

カッターヘッドは 3 個のロールベアリングにマウントされ、ピック 120 個、ディスクカッタ 37 個を取付け最小掘削径は 6,286mm である。回転速度は $0 \sim 4.5\text{rpm}$ でリバースが可能である。カッターヘッドは 9 個の油圧モーターにより駆動する。21 個の推進ラムがあり、総推力は 38,792 KN。3-ブラシ式テールシールドは、繊維質ブリスにより密着する。

ずりは、外径 750mm スクリューコンベヤにより、 $265\text{m}^3/\text{hr}$ で処理される。スクリューコンベヤは出力 355kW の油圧モーター 2 台で駆動される。

シールドには、セグメントを組み立てるために、油圧モーター 2 台で駆動する回転リング式エレクトアが装備されている。エレクトアの最大回転は $\pm 200^\circ$ である。

真円保持装置はテールスキンプレートが離れるとき組み立てセグメントリングの環状を保持する。セグメントは内周寸法 5,500mm、外周寸法 6,100mm、奥行寸法 1,200mm、重量 2.5t。

セグメントリングは 6 分割セグメント + K 型セグメントとなっており、すべてボルト継手である (T&T, '91-6)。

世界最強の TBM

スウェーデン電力省の最新の水力発電所計画である Klippen 計画の一環として計画された延長 10.8km の取水用トンネルの建設には、Atlas Copco 社が新たに

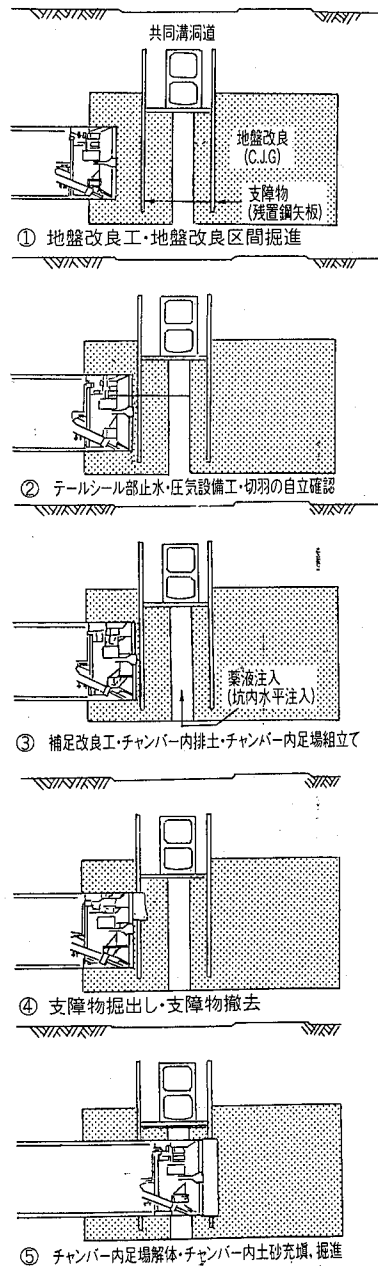


図-15 密閉式シールドの支障物撤去図

- ③可燃ガスおよび有毒ガスの確認
④撤去作業の効率化
⑤シールド機の改造および特殊設備の採用
⑥経済性

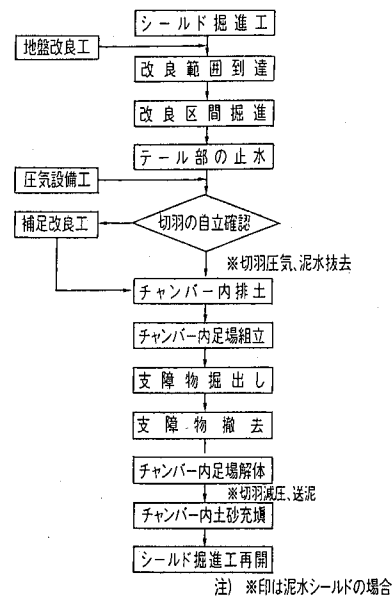


図-16 密閉式シールドの支障物撤去作業手順

このような施工事例として、シールド機内よりシートパイルを撤去した事例を図-15, 16に示す。

16-6 おわりに

近年のシールドトンネル工事においては、支障物対策はきわめて重要であり、その必要性は年々増加の一途である。しかし、シールド工法は密閉式シールド工法が主流となっており、手掘式シールドに比べて撤去作業は前述のように複雑である。

また、作業による既設構造物、他の地下埋設物を考慮するとトラブルの発生は都市機能への影響も大きく、社会的な問題となる。また、撤去作業自体も危険性の高い作業となるため、施工に際しては十分な調査と適切な計画を行い、慎重、かつ確実な施工をすることが必要である。

参考文献

- 1) 西林聖武・矢萩秀一：高層ビル群のアンダーピニング，トンネルと地下，Vol. 21, No.3, 90-3.
- 2) 前田誠・竹内雄三・ほか：近接併設シールドで土かぶりの浅い軟弱地盤を掘進，トンネルと地下，Vol. 20, No.2, 89-2.
- 3) 瀧田正一：大規模地下駅および大口径シールドトンネルの施工，トンネルと地下，Vol. 12, No.12, 81-12.
- 4) 吉田保：シールドトンネルの新技術，トンネルと地下，Vol. 21, No.7, 90-7.
- 5) パンフレット：Underpinning，間瀬建設。



わかりやすいトンネルの力学(6)

福島 啓一

§22 円形トンネルの弾性解析（自重を考慮した場合）

実際のトンネルの荷重は、穴のあいた板に外から圧力をかけたものではなく、地山の重量そのものが地球の万有引力で引っ張られる結果生ずるものであって、機械の部品などに起きる状態とは大いに違うはずだと考える人も多いであろう。非常にもっともな意見であり、次に上述を考慮した計算式を紹介する。

重力の影響を考慮してトンネル周辺の地山の応力を求める方法は、山口昇⁵⁰⁾、Mindlin⁵⁰⁾などによって研究されている。山口は、地表面はトンネル中心より十分遠いとして解き、Mindlinは、さらに厳密に地表面に近い影響も入れて論じているが、まずは山口氏の式を紹介する。ただし、記号を一部改め、内圧の項を加筆した。

地山の自重を考慮した場合のトンネル掘削以前の応力は、

$$\sigma_v = -\gamma H, \quad \sigma_h = -k\gamma H$$

となる。

ここに、 H ：地表からの深さ、 γ ：地山の密度、 k ：側圧係数、

これをトンネル中心を原点とする極座標になおすと次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{\gamma h}{2}(1+k) - \frac{\gamma h}{2}(1-k)\cos 2\theta \\ &\quad + \frac{\gamma r}{4}(3+k)\cos \theta + \frac{\gamma r}{4}(1-k)\cos 3\theta \\ \sigma_\theta &= -\frac{\gamma h}{2}(1+k) + \frac{\gamma h}{2}(1-k)\cos 2\theta \\ &\quad + \frac{\gamma r}{4}(1+3k)\cos \theta - \frac{\gamma r}{4}(1-k)\cos 3\theta \\ \tau_{r\theta} &= (1-k)\left[-\frac{\gamma r}{4}\sin \theta + \frac{\gamma h}{2}\sin 2\theta - \frac{\gamma r}{4}\sin 3\theta\right] \end{aligned} \quad (22.1)$$

ここに、 h ：地表からトンネル中心までの深さ、

山口は、この式を利用して次のように Airy(エアリー)の応力関数を求めた。

$$\begin{aligned} F &= a^2[A_0 \log(r/a) + A_1\{(r/a)\theta \sin \theta \\ &\quad - 1/2(1-k)(r/a)\cos \theta\} + B_1\{(r/a)\theta \cos \theta \\ &\quad + 1/2(1-k)(r/a)\log(r/a)\sin \theta\} \\ &\quad + C_1(a/r)\cos \theta + D_1(a/r)\sin \theta \\ &\quad + \sum_{m=2}^{\infty}\{a^{m-2}r^{-m+2}(A_m \cos m\theta + B_m \sin m\theta) \\ &\quad + a^m r^{-m}(C_m \cos m\theta + D_m \sin m\theta)\}] \quad (22.2) \end{aligned}$$

トンネル内空面($r=a$)において、 $\sigma_r=0$ になるように境界条件をとると、

$$\begin{aligned} A_0 &= (1+k)\gamma h/2, \quad A_1 = -\gamma a/2, \quad A_2 = -(1-k)\gamma h/2, \\ A_3 &= (1-k)\gamma a/8, \quad C_1 = 0, \quad C_2 = (1-k)\gamma h/4, \\ C_3 &= (1-k)\gamma a/12 \\ C_4 &= -(1-k)\gamma h/12 \end{aligned} \quad (22.3)$$

となり、これより次のように応力分布を求めた。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -(\gamma h/2)(1+k)(1-a^2/r^2) + (\gamma a/4)(3 \\ &\quad + k)(r/a - a/r)\cos \theta - (\gamma h/2)(1-k)(1 \\ &\quad - 4a^2/r^2 + 3a^4/r^4)\cos 2\theta + (\gamma a/4)(1-k)(r/a \\ &\quad - 5a^3/r^3 + 4a^5/r^5)\cos 3\theta + p \cdot a^2/r^2 \quad (22.4) \\ \sigma_\theta &= -(\gamma h/2)(1+k)(1+a^2/r^2) + (\gamma a/4)\{(1 \\ &\quad + 3k)(r/a) + (1-k)(a/r)\}\cos \theta + (\gamma h/2)(1 \\ &\quad - k)(1+3a^4/r^4)\cos 2\theta - (\gamma a/4)(1-k)(r/a \\ &\quad - a^3/r^3 + 4a^5/r^5)\cos 3\theta - p \cdot a^2/r^2 \quad (22.5) \\ \sigma_z &= \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (22.6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\theta} &= -(\gamma a/4)(1-k)(r/a - a/r)\sin \theta \\ &\quad + (\gamma h/2)(1-k)(1+2a^2/r^2 - 3a^4/r^4)\sin 2\theta \\ &\quad - (\gamma a/4)(1-k)(r/a + 3a^3/r^3 - 4a^5/r^5)\sin 3\theta \end{aligned} \quad (22.7)$$

$$\tau_{\theta z} = \tau_{rz} = 0 \quad (22.8)$$

(Mindlin⁵⁰⁾は、山口の式に一つだけ符号の誤りがあると指摘しているので、修正した式を示した。これは、山口の論文を丁寧に追っかけていけば容易にわかる程度の間違いである。

この式で、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\sin 3\theta$ 、 $\cos 3\theta$ の項が、

*飛鳥建設(株)技術本部技術企画部担当部長

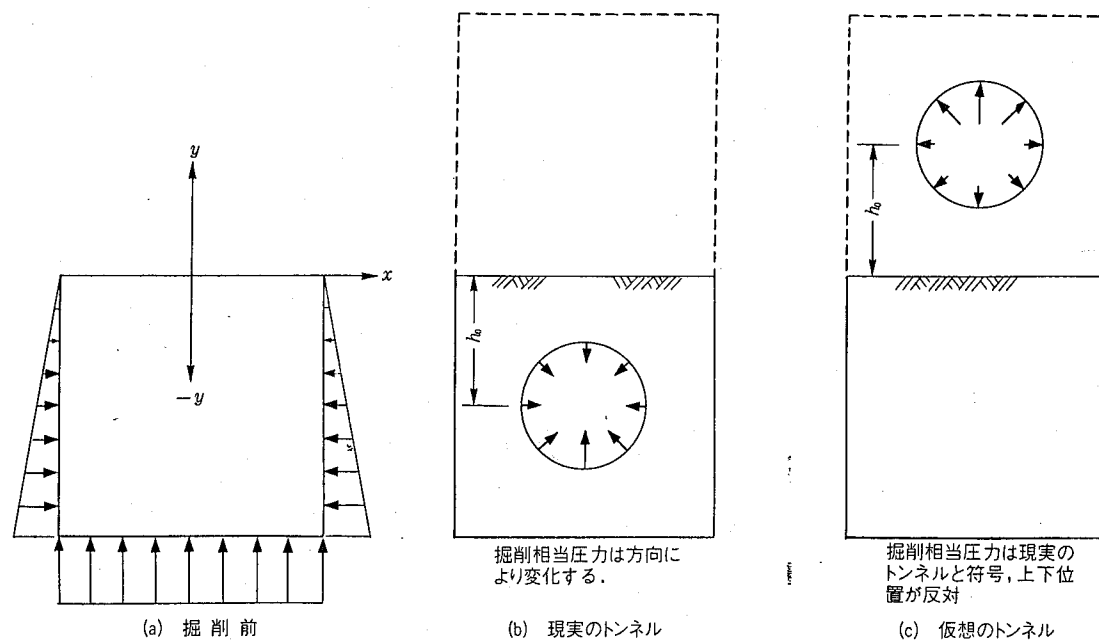


図-23・2 地表に近いトンネルの計算 (3 ケースの計算を加える)

要するに足し算を行うだけであるが、極座標のままだと足し算が難しいので、ここは直角座標になおして計算する (前章で山口の式などを直角座標に直したのは、ここで使うためである)。応力でも、このように直角座標にして足し算をすれば、もち論求められるわけで、Mindlinは余分な苦勞をしたことになるが、当時はコンピュータがなかったので、なるべく数値計算が少なくて済むような式を解いたと考えられる。

図-23・2に示す3つの場合について、山口の式を用いて解き、重ね合わせることにする。ただし、(b)、(c)のケースは式(22・4~12)から(a)のケースの式(22・1)を差し引きして求める必要がある。

Jeffreyの式、Mindlinの式では双極座標 (図-23・3) を使うが、これは二つの極からの離れが一定の比 $r_1/r_2 = e^R$ になっている曲線 (円曲線) と、二つの極に対して引いた直線の挟む角度 θ が一定な曲線 (これも円曲線) と、互いに直交する二つの曲線群からなる座標である。式で表すると、

$$z = ih_1 \cot h(R + i\theta)$$

または、 $R + i\theta = \ln\{(z + ih_1)/(z - ih_1)\}$ (23・1) となる。地表は $R=0$ (すなわち $r_1=r_2$) で、トンネル内空間は $R=R_1$ で表される。

まず、現実のトンネルの深さ h_0 よりも Δh だけ浅いところを計算上のトンネル中心 (極 $R=\infty$, すなわち $r_1/r_2=\infty$) にするが、これはJeffreyの式より、

$$R_1 = \ln(r_2/r_1) \quad (23・2)$$

トンネル内周面の座標から、

$$R_1 = \ln[(2h_0 - \Delta h - a)/(a - \Delta h)] \quad (\text{トンネル天端})$$

$$= \ln[(2h_0 - \Delta h + a)/(a + \Delta h)] \quad (\text{トンネル底盤})$$

を利用すると、次のように求められる。

$$\Delta h = h_0 - \sqrt{h_0^2 - a^2} \quad (23・3)$$

あとは山口の式から導いた応力や変位のうち、トンネル掘削前の分を差し引いたものを直角座標になおし、現実のトンネルと仮想トンネルの分を足せばよい。この場合、トンネル掘削前からある応力や変位は仮想トンネルについては考える必要がないので、これを差し引くことが大切である。

計算式は、山口の式と同様であるから、それを参照していただきたい。

地表面の沈下量だけならば、この式に $r_1=r_2$, $\theta_1=\theta_2$, $x=r \sin \theta_1$, $h_1=r \cos \theta_1$, $\cos \theta_1 = \frac{h_1}{\sqrt{x^2+h_1^2}}$, $r = \sqrt{x^2+h_1^2}$ を代入して、次のように求められる。

$$u_y = \frac{1+\nu}{E} \cdot \left\{ -\frac{ah_1}{x^2+h_1^2} \{p_1 + \gamma h(2-k-2\nu+2k\nu)\} \right. \\ \left. + \frac{a^2(h_1^2-x^2)}{(x^2+h_1^2)^2} \cdot \frac{\gamma a}{48} (1-k) \{18-4\nu \right. \\ \left. - (3+8\nu) \frac{a^2}{x^2+h_1^2}\} - \frac{ah_1(h_1^2-3x^2)}{(x^2+h_1^2)^2} \cdot \frac{\gamma h}{2} (1 \right. \\ \left. - k) \left(\frac{x^2+h_1^2-a^2}{x^2+h_1^2} + \frac{a^2(x^4-6x^2h_1^2+h_1^4)}{(x^2+h_1^2)^2} \right) \cdot \frac{\gamma a}{48} (1 \right. \\ \left. - k) \{12-20\nu - (9-8\nu) \frac{a^2}{x^2+h_1^2}\} \right\} \quad (23・4)$$

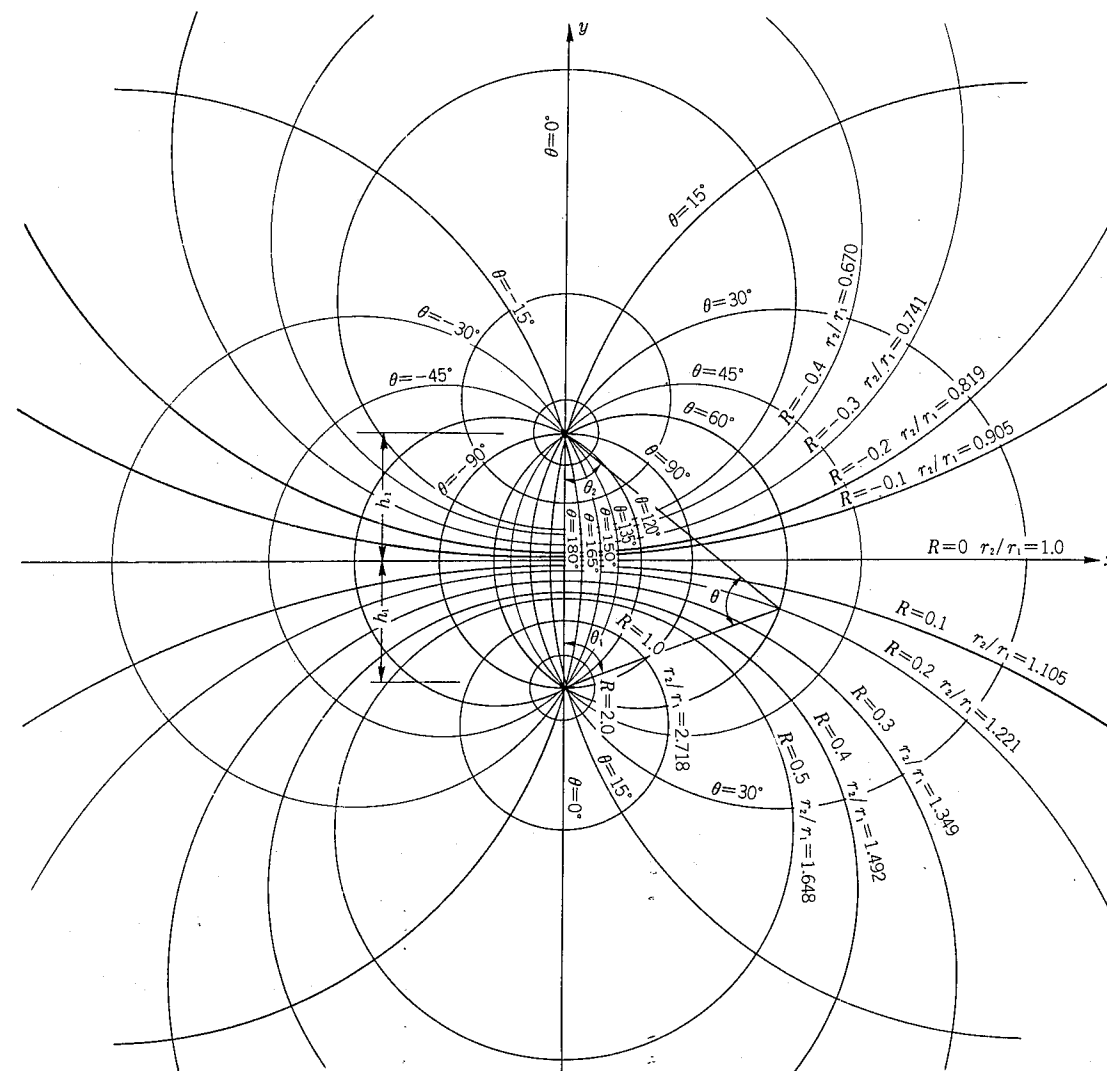


図-23・3 双極座標

沈下量の分布は、確率密度曲線などで簡単に近似できる曲線ではないが、一番影響が大きいのは第一項でほぼ $x^2+h_1^2$ に逆比例する分布になる。

トンネル直上の地表面の沈下の計算式は、

$$U_{y\max} = \frac{1+\nu}{E} \cdot 2a \left\{ -p_1 \frac{a}{h_1} - \gamma h \frac{a}{h_1} \{1-2\nu+2k\nu \right. \right. \\ \left. \left. + (1-k) \frac{a^2}{h_1^2} \right\} + \frac{\gamma a}{8} (1-k) \frac{a^2}{h_1^2} \{5-4\nu - \frac{2a^2}{h_1^2} \} \right\} \quad (23・5)$$

◎多くの本にいろいろな計算式が示してあるが、これらはすべて正しいとは限らない。そこで、計算式の間違いを検査する方法を考えてみる。まず正統的な方法は、式を追いかけることであるが、これには相当の数学力が必要である。それに、本に式の誘導が書いてあることが普

通は前提である。そのほかには、次元が合っているかを調べてみる、いろいろな数字を入れてみる、または極端な数字を入れてみて、経験や実測と合うかを調べてみる、数式の意味するところを図やグラフに表してみる、どの数値がどう効いているか数式をよくみる、他の本も調べてみるなどが考えられる方法である。

◎地表面沈下量を計算する式として、Limonov^{3),57)} はJeffreyの式から次のような地中変位の式を導いている。

$$U_y = -(1+\nu) \frac{p}{E} a^2 \left\{ -\{2(1-\nu) \frac{h_0}{h_1} \right. \right. \\ \left. \left. - (1-2\nu) \right\} \frac{\cos \theta_1}{r_1} + \{2(1-\nu) \frac{h_0}{h_1} \right. \right. \\ \left. \left. + (1-2\nu) \right\} \frac{\cos \theta_2}{r_2} - \frac{\gamma}{h_1} \{ (h_0-h_1) \frac{\sin 2\theta_1}{r_1^2} \right. \right.$$

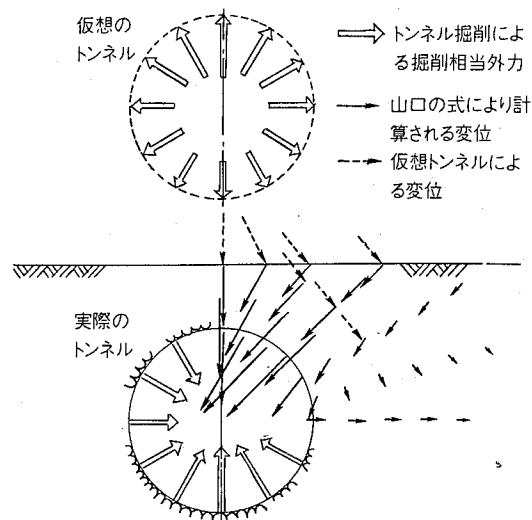


図-23-4 地表に近いトンネルの変位の計算

$$V_z = -(1+\nu) \frac{p}{E} a^2 \left[\{2(1-\nu) - (1-2\nu) \frac{h_0}{h_1}\} \frac{\sin \theta_1}{r_1} - (h_0+h_1) \frac{\sin 2\theta_2}{r_2^2} \right] \quad (23\cdot6)$$

$$+ \{2(1-\nu) + (1-2\nu) \frac{h_0}{h_1}\} \frac{\sin \theta_2}{r_2} + \frac{\nu}{h_1} \left\{ (h_0-h_1) \frac{\cos 2\theta_1}{r_1^2} - (h_0+h_1) \frac{\cos 2\theta_2}{r_2^2} \right\} \quad (23\cdot7)$$

トンネルの真上の地表の沈下は、この式に $\theta_1=\theta_2=0^\circ$, $r_1=r_2=h_1$ を代入して、次のように求められている。

$$U_{\max} = (1-\nu^2) \frac{p}{E} \cdot \frac{4a^2 h_0}{h_0^2 - a^2} = (1-\nu^2) \frac{\gamma h_0}{E} \cdot \frac{4a^2 h_0}{h_1^2} \quad (23\cdot8)$$

さて、この式が正しいか、式の誘導が書いてないので検算するのは楽ではない。そこで、極端な数値を入れて計算してみる方法ではどうか。トンネル内空面で内側向きに働く圧力 p は深さ h_0 に比例すると考えてよいので、この式からは深さが増えても地表沈下はほとんど変わらないという結果が得られる。しかし、これは経験に反するようであるが、どうであろうか。

3θ , 4θ の項, $p-q$ の項がないということは、側圧係数や自重は考えていないようである。軸対称のときの変位量 $u = \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{pa^2}{h_0}$ に比べると約4倍になっているが、これはどう見ても大きすぎで、約2倍になるのが正解のはずである。図-23-1, 23-4を見るとわかるように、実際のトンネルと仮定のトンネルとの影響は、地表面では応力は両方の影響が相殺されてゼロになり、一方、変位は鉛直方向では双方の影響が足し合わされて地表が遠いときの二倍になり、水平方向では両方の影響が相殺さ

れてゼロになることがわかる。そこで、Limonovの式をよくみると、 r_1 , θ_1 を含む項と r_2 , θ_2 を含む項とは鉛直変位については同じ値、水平変位では符号逆で値は同じ関係になるはずであるが、どうもこうはならない。少し符号を変えると、上述に説明したとおりになることがわかる。つまり、この式では、式の誘導の細部には誤りはないと思われるが、符号が少し違ったのではないかと推定される。そこで、(23-4, 5)の式の符号を上記説明したように変えてみるトンネル直上の沈下の式は、

$$U_{\max} = \frac{1+\nu}{E} \cdot 2pa^2 \frac{1}{h_1} [2(1-\nu) \frac{h_0}{\sqrt{h_0^2 - a^2}} - (1-2\nu)]$$

となる。これだと先に導いた式とほぼ同じになる（これが正しいかは別の問題で、式の誘導を初めから追いかけてみる必要がある）。計算式の誘導で、符号を間違える初歩的な間違いが立派な論文にはないような気がするが、しかし、このような初歩的な間違いは結構あるのが事実である。兼好法師も「あやまちはやすき所になりて必ず仕ることに候ふ」といっているが、式の誘導もプラス、マイナスの簡単な符号こそ一番むずかしいといえる。

トンネルが深くなくても沈下量が減らないのは、経験では広い範囲で沈下するのがとらえられないからである。◎地表面沈下量だけを問題にするならば、山口の式で計算して2倍にすればほぼ正しい値が得られることがわかる。そうすると、Limonovの式は少し大きすぎる結果（約2倍）を与える。木山⁵⁷⁾の式は無限に速いところでも沈下することになり、現実と合いそうもないが、式のどこかが違っているのか筆者にはわからない。もしかすると、有史以来の地山そのものの沈下も計算に入っているのであろうか。

◎この計算は、弾性範囲では重ね合わせの原理がなり立つことをうまく利用したものである。筆者が代数学をはじめ勉強した入門書は藤森良蔵の「代数学初歩学び方考へ方と解き方」であるが、この本は真にユニークなおもしろい本で、例えば、計算をするときには大きな紙によく尖らせた鉛筆でしっかりと字を書きなさい、決して紙の端っこに小さい字で走り書きしたりしてはいけないとか精神論的なことも書いてあったが、ときどき計算式の途中で a と a を間違えたような論文を見るとこの本を再版したら日本の科学技術がもう少し進歩するのではないかと思うことがある。

さて、余談が長くなったが、藤森代数学でもう一つ強く印象に残っていることは「なぐって」「さすれば」同じことだ、「借りて」「返せば」同じことだとの言葉があった。心は加えて、引いても答は変わらない。掛けて、割っても答は変わらない。と言うことで、代数式の計算法を

面白く、印象に残りやすいように言っている。弾性計算もこれと同じで、「押して」「引いても」変わらない。力が掛かっているものに孔をあけても、孔のあいているものに力を掛けても同じことである。したがって、トンネルの計算をするときは、トンネルの内面に相当するところにもともとあった土圧と絶対値が等しくて符号が反対の引っ張り力が加わったと考えて計算する。これを掘削相当外力などと呼んでいる。仮定トンネルには、圧縮の掘削相当外力が加わったことになる。現実には、「なぐって」「さする」と、「さすって」「殴る」のでは違うように、弾性計算では重ね合わせの原理がなり立っていても、現実にはそのとおりにはいかない場合もある。しかし、この重ね合わせの原理がなり立っていると計算が楽だけでなく、ひずみや変位の計測から応力状態を逆算するなどと言うこともできるわけであるから、これがなり立っているかどうかをよく判断し、成り立っているときには、この性質を最大限に利用するのが賢いやり方である。

§24 だ円孔まわりの応力

実際のトンネルは、円孔でない場合が多い。だ円孔の場合も応力や変位が求められれば、現実に近い解が得られそうである。弾性解に限り、しかも最大集中応力を問題にするのなら、ほとんどいろいろの形の空孔まわりの応力集中問題はだ円の解を応用して求められることは、Inglis⁵⁸⁾やNeuber⁵⁹⁾も述べていることである（例えば、図-24-2の場合などは、最大応力を求めるだけならば、隅角部の半径が等しい点線のだ円と置き換えることで近似して計算できる。トンネル内空の凹凸の影響も図-24-7のように考えて計算できる）。また、後でGriffith理論や円形トンネルの弾塑性問題で、側圧係数 k が1.0でない場合を解くときも、だ円孔まわりの応力や変位を求める式が必要になるので、次にだ円孔についての解を求めることにする。

だ円孔を解くには、だ円座標（だ円と双曲線を組合わせた座標）と複素関数を用いる（図-24-1参照）。だ円座標と通常用いるデカルト座標（ $x-y$ 座標）の関係は次のようになる。

$$\begin{aligned} x &= c \cosh R \cos \theta \\ y &= c \sinh R \sin \theta \\ z &= c \cosh \omega \\ &= c \cosh R \cos \theta + ic \sinh R \sin \theta \end{aligned} \quad (24\cdot1)$$

ここに、 $z=x+iy$, $\omega=R+i\theta$, c は焦点の x 座標で、だ円の長径 a と短径 b からつぎのように求められる。

$$c^2 = a^2 - b^2 \quad (24\cdot2)$$

R を一定にし、(24-1)式と三角法の公式 $\sin^2 \theta + \cos^2$

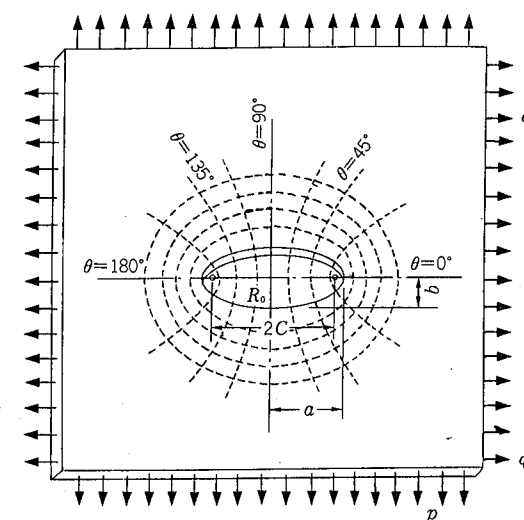


図-24-1 だ円座標

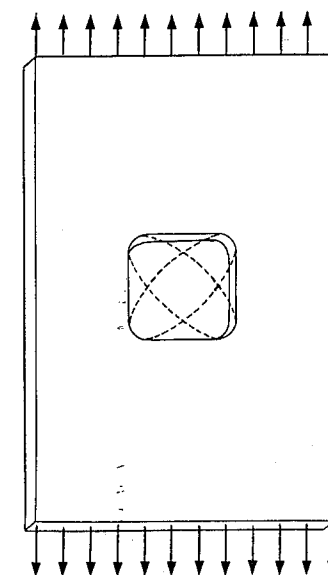


図-24-2 開口部まわりの最大応力

$\theta=1$ を組合わせると次のようなだ円の式が求められる。つまり、 R がある一定値の曲線はだ円をあらわす。

$$\frac{x^2}{c^2 \cosh^2 R} + \frac{y^2}{c^2 \sinh^2 R} = 1 \quad (24\cdot3)$$

だ円の内空面を $R=R_0$ であらわすと、 $a=c \cosh R_0$, $b=c \sinh R_0$, $\tanh R_0 = b/a$ となる。次に θ を一定とし、(22-1)式と双曲線関数の公式 $\cosh^2 R - \sinh^2 R = 1$ を組合わせると次のような双曲線の式が得られる。つまり、 θ が一定値の曲線は双曲線になる（ θ は偏角とも呼ばれる。 θ と極座標で使う一般の角度との関係を図-24-3に示す。補助円の半径は $c \cosh R$ になる）。

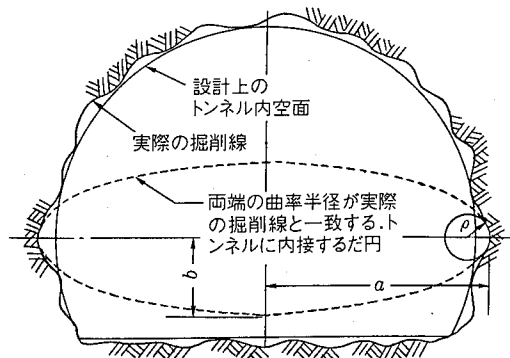


図-24-3 トンネルに生じる最大応力の計算

$$\frac{x^2}{c^2 \cos^2 \theta} - \frac{y^2}{c^2 \sin^2 \theta} = 1 \quad (24.4)$$

また、だ円の先端の最少曲率半径を ρ とすると、 $a/\rho = \cosh R_0$ 、 $\rho = b^2/a$ となる。

エアリーの応力関数 F は、曲線座標では一般に二つの適当に選ばれた解析関数（正則な複素関数） $\phi_1(z)$ 、 $\phi_2(z)$ を用いて、次のようにあらわすことができることがわかっている⁶⁰⁾。

$$F(x, y) = \operatorname{Re}[\bar{z}\phi_1(z) + \phi_2(z)] \\ = (1/2)[\bar{z}\phi_1(z) + z\bar{\phi}_1(\bar{z}) + \phi_2(z) + \bar{\phi}_2(\bar{z})] \quad (24.5)$$

ここで、 Re は [] 内の複素数の実部をあらわす。また、 $\bar{\phi}_1(\bar{z})$ 、 $\bar{\phi}_2(\bar{z})$ は、それぞれ関数 $\phi_1(z)$ 、 $\phi_2(z)$ の共役関数である。これより応力、変位は次のように求められる（式の誘導は省略する）。（Timoshenko⁶⁰⁾、§61, 96～98式参照）。

$$\begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= \sigma_R + \sigma_t = 2[\phi_1'(z) + \bar{\phi}_1(\bar{z})] \\ &= 4 \cdot \operatorname{Re}[\phi_1'(z)] \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= 2[\bar{z}\phi_1''(z) + \phi_2''(z)] \\ \sigma_t - \sigma_R + 2i\tau_{Rt} &= 2\exp(2i\alpha)[\bar{z}\phi_1''(z) \\ &\quad + \phi_2''(z)] \\ 2G(u - iv) &= [(3 - \nu)/(1 + \nu)]\bar{\phi}_1(\bar{z}) \\ &\quad - \bar{z}\phi_1'(z) - \phi_2'(z) \\ 2G(u_R - iv_R) &= \exp(i\alpha)[(3 - \nu)/(1 + \nu)]\bar{\phi}_1(\bar{z}) \\ &\quad - \bar{z}\phi_1'(z) - \phi_2'(z) \end{aligned} \quad (24.6)$$

ここに、 $\phi_1'(z)$ および $\phi_1''(z)$ 、 $\phi_2''(z)$ は、それぞれ $\phi_1(z)$ 、 $\phi_2(z)$ の z に関する一回微分および二回微分である。また、 α ; x, y 座標と R, θ 座標のなす角度、 $\exp(2i\alpha) = \sinh \omega / \sinh \bar{\omega}$

だ円孔の問題は、 $\phi_1(z)$ 、 $\phi_2(z)$ を次式のようにとれば境界条件を満足することができる。

$$\begin{aligned} 4\phi_1(z) &= Ac \cosh \omega + Bc \sinh \omega \\ 4\phi_2(z) &= Cc^2 \omega + Dc^2 \cosh 2\omega + Ec^2 \sinh 2\omega \end{aligned} \quad (24.7)$$

ここに、 A, B, C, D, E は定数である。

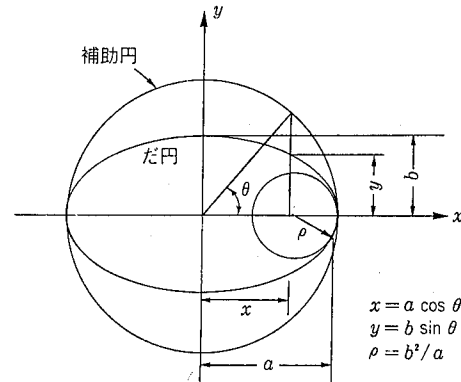


図-24-4 だ円と補助円

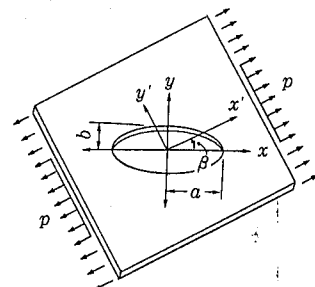
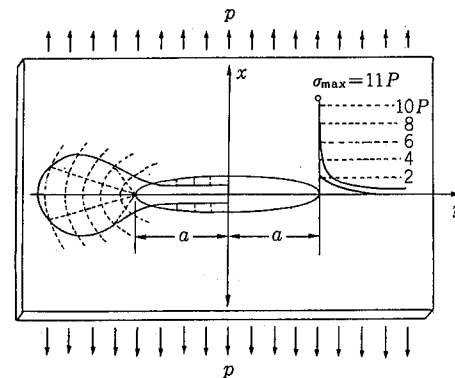
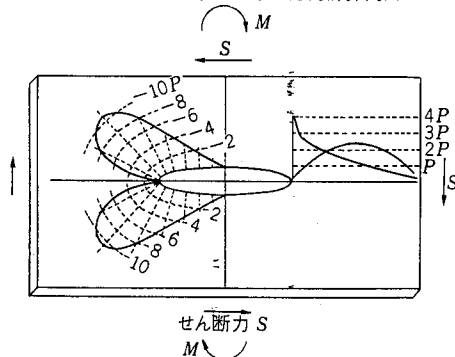


図-24-5 だ円形開口部に働く外力

図-24-6 だ円孔まわりの応力計算例(1)⁶⁰⁾図-24-7 だ円孔まわりの応力計算例(2)⁶⁰⁾

いま、だ円の軸と角度 β の方向の遠方から引張り応力 p を受ける板について考えると、(図-24-5) 複素ポテンシャル $\phi_1(z)$ 、 $\phi_2(z)$ は次のように求められている。

$$\begin{aligned} 4\phi_1(z) &= pc[\exp(2R_0) \cdot \cos 2\beta \cosh \omega \\ &\quad + \{1 - \exp(2R_0 + 2i\beta)\} \sinh \omega] \\ 4\phi_2(z) &= -pc^2[(\cosh 2R_0 - \cos 2\beta) \omega \\ &\quad + (1/2)\exp(2R_0) \cdot \cosh 2(\omega - R_0) \\ &\quad - i\beta] \end{aligned} \quad (24.8)$$

これを(24.6)式に代入すると、だ円孔のまわりの応力や変位を求めることができる。ただ、あまりにも面白い式の誘導が長々と続くし、トンネル力学を利用するためには、そこまで必要とは考えられないので省略する。

トンネル周辺の切線方向の応力 σ_t は、弾性状態の場合はトンネル内空面沿い ($R=R_0$) がもっとも大きい。変位も同じく内空面沿いがもっとも大きい。一般に必要なものは内空面沿いの値であることが多いので、その式を示す。

$$\sigma_t = \frac{(p+q)\sinh 2R_0 - (p-q)\{1 - \exp(2R_0)\cos 2\theta\} + 2S\exp(2R_0)\sin 2\theta}{\cosh 2R_0 - \cos 2\theta} \quad (24.9)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに、} J^2 &= c^2(\cosh^2 R_0 - \cos^2 \theta) = c^2(\sinh^2 R_0 + \sin^2 \theta) \\ &= a^2 - c^2 \cos^2 \theta = b^2 + c^2 \sin^2 \theta = a^2 \sin^2 \theta \\ &\quad - b^2 \cos^2 \theta = (c^2/2)(\cosh 2R_0 - \cos 2\theta) \end{aligned} \quad (24.10)$$

せん断力 $s=0$ の場合（つまり、だ円の $x-y$ 軸に並行に力が働くとき）は、次のように書きなおすことができる。

$$\sigma_t = p + q - \frac{2(a \cdot p - b \cdot q)(a \sin^2 \theta - b \cos^2 \theta)}{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta} \quad (24.11)$$

これに対して、内圧 p_i 、 q_i が働いているときは、次のようになる。

内空面に $\theta=0^\circ$ および $\theta=90^\circ$ の方向から $q_i=q$ 、 $p_i=p$ の内圧が働くと、全体は均等な応力

$$\begin{aligned} \sigma_R &= (p/2)(1 - \cos 2\alpha) + (q/2)(1 + \cos 2\alpha), \\ \sigma_t &= (p/2)(1 + \cos 2\alpha) + (q/2)(1 - \cos 2\alpha), \\ S_{Rt} &= -(p/2)\sin 2\alpha - (q/2)\cos 2\alpha \end{aligned}$$

となることから求められる。ただし、 α はだ円座標と直角座標とのなす角度で次式から求める。

$$\exp(2i\alpha) = \sinh(R+i\theta)/\sinh(R-i\theta)$$

せん断力 $S=0$ で、 $\theta=0^\circ$ および 90° の場合について求めると、

$$\begin{aligned} \theta &= 90^\circ \text{ (天端)} \\ \sigma_t &= -(p-p_i) + (q-q_i)(a+2b)/a \\ &\quad + (p_i+q_i)/2 + (p_i-q_i)\cos 2\alpha/2 \\ &= -p+p_i + (q-q_i)(a+2b)/a + q_i \end{aligned}$$

$$\sigma_r = p_i \quad (24.12)$$

$$\theta = 0^\circ \text{ (側壁)}$$

$$\begin{aligned} \sigma_t &= -(q-q_i) + (p-p_i)(2a+b)/b \\ &\quad + (p_i+q_i)/2 + (p_i-q_i)\cos 2\alpha/2 \\ &= -q+q_i + (p-p_i)(2a+b)/b + p_i \end{aligned} \quad (24.13)$$

だ円の先端部の曲率半径 ρ は、 $\rho = b^2/a$ で求められるので、上記の式を a と ρ 、または c と ρ であらわしている論文もある。

p, q, s が同時に働くときの長いだ円孔周辺の応力の最大値はだ円の先端付近で起きる。これが次章で述べる Griffith の破壊理論のもとになっている。

だ円内空面のだ円の直角および平行方向の変位を u_R および v_t とすると次のようになる。

$$\begin{aligned} u_R &= \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{c}{\cosh 2R_0 - \cos 2\theta} \\ &\quad \left[\frac{p+q}{2} \sinh R_0 \cosh 2R_0 \cos \theta \right. \\ &\quad \left. + \frac{p-q}{2} \cdot (\exp 2R_0 \cdot \sinh 2R_0 - 1) \sinh R_0 \cos \theta \right. \\ &\quad \left. - s \cdot \exp 2R_0 \cdot \cosh R_0 \cosh 2R_0 \sin \theta \right] \end{aligned} \quad (24.14)$$

$$\begin{aligned} u_t &= \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{c}{\cosh 2R_0 - \cos 2\theta} \\ &\quad \left[\frac{p+q}{2} \sinh R_0 \cosh 2R_0 \sin \theta \right. \\ &\quad \left. + \frac{p-q}{2} \cdot (\exp 2R_0 \cdot \sinh 2R_0 - 1) \cosh R_0 \sin \theta \right. \\ &\quad \left. + s \cdot \exp 2R_0 \cdot \sinh R_0 \cosh 2R_0 \cos \theta \right] \end{aligned} \quad (24.15)$$

◎だ円の計算をすると、複素関数というむずかしいようなものが出てくる。ここで、 $i = \sqrt{-1}$ ということは高校の数学でも習うことであるが、それ以上のことはなかなかむずかしい。 i のついた数はメンデルの法則で言う劣性遺伝子みたいなもので計算の途中で出てくるが、最終的な答では表に現れない、または別の要素の答を表していると考えたら少しはわかったような気がする。オモテとウラ、タチマエとホンネ、ヒカリとヤミと世の中には二つの世界があり、一見別々のようでもあるが、微妙に関係していることもある。これを実数と虚数であらわし、計算式をつくとうまく表現できる。これが複素関数の式だと筆者は解釈している。複素数の理論は、とてもむずかしいが、ここでは直交座標の反対の要素も互いに影響してくる計算を便利にできる数学だということと理解しておいていただきたい。

◎だ円の縦・横の比が大きくなると、応力集中も激し

くなることがわかる。鉛直土圧の方が大きい場合だと、側壁部の応力集中が激しくなる。ただし、応力集中度がただちに破壊の程度に比例するとは限らない。破壊に近いところではもはやフックの法則がなり立たないようになることが多いからである。

◎トンネルに必要なのは内空断面積だけで、形状は問わない場合ならトンネル内空沿いの応力がすべて等しい形が、土圧に対してもっとも有利な形である。 $\sigma_r(90^\circ) = \sigma_r(0^\circ)$ とて(22・6)式を解くと、

$$-p_0 + p_a(a+2b)/a = -p_a + p_0(2a+b)/b$$

$$\therefore b/a = p_0/p_a$$

したがって、側圧係数 $k=1$ なら円が、 $k=0.5$ なら $b/a=2$ の縦長いトンネルが応力上もっとも有利なことがわかる。

ようするに側圧係数とトンネルの縦横の比が等しい形が一番よいということである。ただし、弾性状態のときに限る。

◎トンネルの天端部では、引張り応力が働くことがある。岩石は引張りに弱いので、その部分に支保工がなければ落ちてくるし、支保工があれば荷重として働くと考えられる。その範囲をだ円の公式を用いて推定すると次のようになる。

長径 a 、短径 b のだ円を考えたとき、天端で $\sigma_r=0$ になったとする。

$$\sigma_r = -p_0 + p_a(a+2b)/a \leq 0$$

$$\therefore k \geq p_a/p_0 = a/(a+2b)$$

これより側圧係数がわかれば、少なくとも天端部に引張り応力が生じないために必要なトンネルの形がわかるし、それよりも偏平なトンネルでは上記で求めた a 、 b よりも偏平な分の自重は荷重と考えた方が安全との考え方があがる。

側圧係数 $k_a=1.0$ のとき、どのような形でも引張りは生じない。

$k_a=0.5$ のとき $b/a > 0.5$ なら引張りは生じない。

$k_a=0$ のとき 天端に必ず引張りが生じる。

ただし、この引張り応力が地山の引張強度を越えたとトンネルが壊れるのかというと、それはまた別の問題である。

例えば、Hoekら²⁰⁾は、次のように述べている。「 $K < 0.33$ の場合のみ、引張クラックが天端と床面に生じる。この引張クラックによって応力開放が生じるが、必ずしも不安定にはならない。節理のない岩盤では、このクラックが天端および床面から短い距離だけ伝播して安定となり、破壊過程にはそれ以上の役割をほとんど果たさない」『模型を用いた実験的研究に関し前節で説明したように、この引張クラックは、トンネルの安定に余り重要な影響

を与えない。トンネルの尖った隅角部におけるせん断破壊は比較的小さな載荷レベルで始まる。しかし、この隅角部から離れるにしたがって、最大および最小主応力値は急激に減少するので、過剰応力を受ける領域は、その広がり非常に限られている。……このようなせん断破壊領域は、通常空洞の安定に関しては主要な問題とはならない」。

◎トンネルの内空面には凹凸があるので、例えば円形のトンネルでも §20～23 で求めた値より部分的には大きな応力が発生する。その値は、図-24・3 のようにしてだ円の式から求めることができる。吹付けコンクリートで極端な凹部を埋めた場合の効果もこの式で計算できる。そこで、もしトンネルが地山内のどこかで生じた最大応力が地山の許容強度を越えたなら壊れるのであれば、地山内の応力分布をFEMなどを用いて正確に計算する必要はなく、最大応力の値だけがわかればよい。つまり、だ円の応力計算式で十分である。それどころか、FEM計算で現在普通に行われているように設計図どりの断面で計算するのではなく、発破掘削に伴う凸凹まで入れた断面で計算しなければならないことになる。しかし、局所的な集中応力ではトンネルは壊れないとの説もある。

破壊の確率は高い応力の部分の体積に比例するとの説もある。つまり、Weibullの理論によると破壊の確率は各部分の破壊確率に体積を掛けて積分したものに比例することになっているので、ごく小さな部分に高い応力が発生することを精密に計算することは余り意味がないようにも思われる。また、NATMになってからトンネルの内空形状を応力集中が生じないように丸みを持たせたものにしたり、地山発電所などの大空洞の掘削にあたっては各段のベンチ面の角を丸くしたりして努力しているが、どれだけ効果があるかはかなりむずかしい問題のようである。

§25 球形空洞周りの応力と変位

トンネルの切羽付近は平面ひずみ状態で近似するのは、すこし正確さを欠く。また、切羽付近はトンネルの力学現象を正しく理解するうえではぜひ詳しく調べ、解明しなければならないところである。つまり、切羽付近ではトンネル周辺の地山は一時的に支保工なしの状態になるが、これは比較的短時間であることと、平面ひずみ状態のアーチ作用でなく、切羽の拘束があるため、立体的なアーチ作用（ドーム作用）が働くので、平面ひずみ状態に比べて切線方向の応力が比較的小さいために崩壊しにくいものと思われる。しかし、このときの潜在的なひずみが後のトンネルの安定に関係する可能性もある。

一般に3次元の応力問題を解くには非常にむずかしい

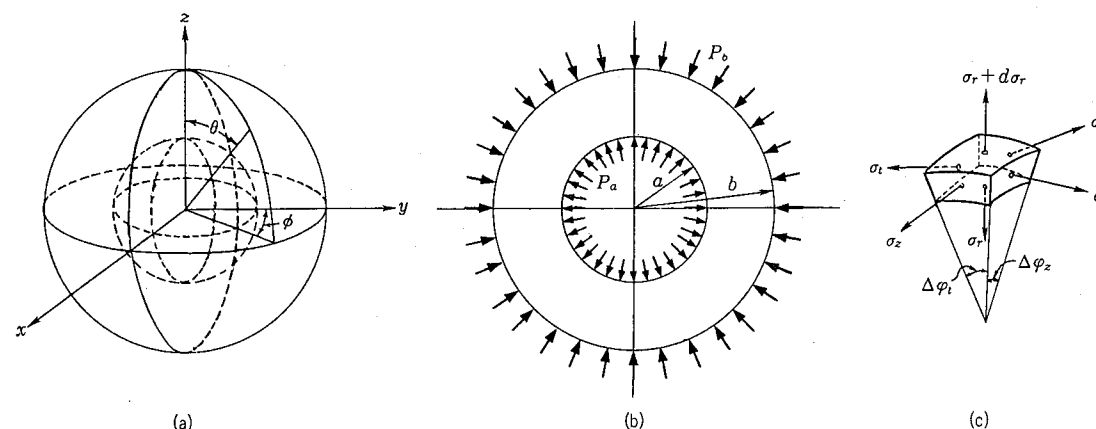


図-25・1 厚肉球殻に働く圧力と応力

ので、まず静水圧状態の地山内に球形の空洞を掘った場合について考えて見る(図-25・1(a))。

いま、等分布の内圧、外圧を受けている球形容器を考える。 a 、 b をこの容器の内径、外径、 p_a 、 p_0 をそれぞれ内、外面に働く圧力とする。図-25・1(c)の微小要素に働く力の半径方向のつり合いを考えると次式がなり立つ。

$$-\sigma_r(rd\phi)(rd\phi) + (\sigma_r + d\sigma_r)(r+dr)^2 d\phi d\phi - \sigma_t(rdrd\phi)d\phi - \sigma_t(rd\phi dr)d\phi = 0 \quad (25 \cdot 1)$$

いまの場合、 $\sigma_t = \sigma_r$ のはずであるから、上式から次のような力のつり合いの式が得られる。

$$2(\sigma_r - \sigma_t) + r d\sigma_r/dr = 0 \quad (25 \cdot 2)$$

変位の適合条件からひずみと変位の関係は次のようになる。

$$\epsilon_r = \epsilon_t = [(r+u)d\phi - rd\phi]/(rd\phi) = u/r \quad (25 \cdot 3)$$

$$\epsilon_r = [(u+du)-u]/dr = du/dr \quad (25 \cdot 4)$$

Hookeの法則より応力とひずみの関係を求め、それに上式を代入すると、

$$\sigma_r = \sigma_t = [E/(1+\nu)(1-2\nu)](u/r + \nu du/dr)$$

$$\sigma_r = [E/(1+\nu)(1-2\nu)][2\nu u/r + (1-\nu) du/dr] \quad (25 \cdot 5)$$

この σ_r を r で微分すると、

$$d\sigma_r/dr = [E/(1+\nu)(1-2\nu)][2\nu(rdu/dr - u)/r^2 + (1-\nu)d^2u/dr^2] \quad (25 \cdot 6)$$

これらの式を(25・2)式に代入して、整理をすると、

$$d^2u/dr^2 + (2/r)du/dr - 2u/r^2 = 0 \quad (25 \cdot 7)$$

これを解くと、

$$u = A/r + Br + C \quad du/dr = -2A/r^2 + B$$

$$d^2u/dr^2 = 6A/r^3 \quad (25 \cdot 8)$$

ここに、 A 、 B は境界条件により決まる定数である。これを(25・5)式に代入すると σ_r 、 σ_t を求めることができる。 $r=a$ のとき $\sigma_r=p_a$ 、 $r=b$ のとき $\sigma_r=p_0$ の境界条件を入れて解くと、

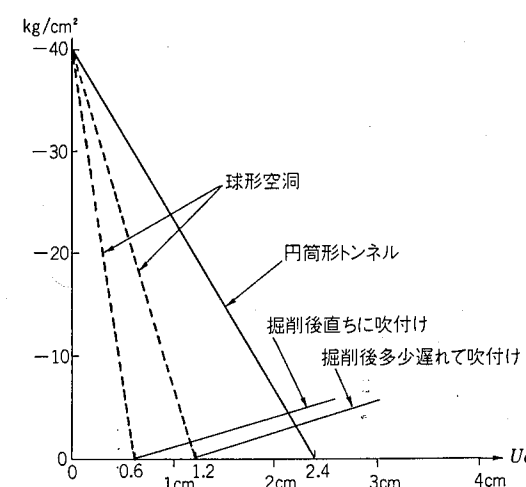


図-25・2 地山応答曲線(球形空洞を掘った時点で支保をし、後で円筒形に切抜けたと考えた場合)

$$\sigma_r = -p_0 \frac{a^3(2r^3+b^3)}{2r^3(b^3-a^3)} + p_0 \frac{b^3(2r^3+a^3)}{2r^3(b^3-a^3)} \quad (25 \cdot 9)$$

$$\sigma_t = -p_0 \frac{a^3(r^3-b^3)}{r^3(b^3-a^3)} + p_0 \frac{b^3(r^3-a^3)}{r^3(b^3-a^3)} \quad (25 \cdot 10)$$

無限遠 ($b=\infty$) の地山の外側から $p_0=p_0=-\gamma h$ の圧力が、トンネル内空面には支保工の反力 p_i が働いているときの応力は次のようになる。

$$\sigma_r = -p_i a^3/2r^3 + p_0(2r^3+a^3)/2r^3 = p_0 + (p_0-p_i)(a^3/2r^3) \quad (25 \cdot 11)$$

$$\sigma_t = p_i a^3/r^3 + p_0(r^3-a^3)/r^3 = p_0 - (p_0-p_i)(a^3/r^3) \quad (25 \cdot 12)$$

トンネル内空に支保工がなく、 $p_i=0$ とすると、 $r=a$ のところで $\sigma_r=1.5p_0=-1.5\gamma H$ になる。平面ひずみ状態のときは、 $\sigma_t=2p_0=-2.0\gamma H$ であるから、球形空洞の方が円形トンネルより切線応力が25%小さくなることがわかる。

変位は式(23・8)に積分定数を代入して、次のように求められる。

$$u = A/r^2 + Br$$

$$= -\frac{1}{r^2} \cdot \frac{(p_a - p_b) a^3 b^3 (1 + \nu)}{2E(b^3 - a^3)}$$

$$= \frac{r(p_a \cdot a^3 - p_b \cdot b^3)(1 - 2\nu)}{E(b^3 - a^3)} \quad (25 \cdot 13)$$

$b = \infty$ のときは、

$$u = -\frac{(p_a - p_b)(1 + \nu)}{2E} \cdot \frac{a^3}{r^2} + \frac{p_b(1 - 2\nu)}{E} \cdot r \quad (25 \cdot 14)$$

ただし、第2項はトンネル掘削前に起こった変位を表しているの、トンネル掘削に伴う変位としては、これを省略して、

$$u = -\frac{(p_a - p_b)(1 + \nu)}{2E} \cdot \frac{a^3}{r^2} \quad (25 \cdot 15)$$

同じ地山に円筒形のトンネルを掘ったときの変位は式(19・11)より、

$$u_a = -[(1 + \nu)/E](a^2/r)(p_i - p_o) \quad (19 \cdot 11 \text{再記})$$

であるから、内空面の変位で比べると球形空洞の変形は円筒形トンネルの半分で、しかも、はなれ r の増大に伴って急速に減衰することがわかる。

次にひずみ分布を求める。

$$\epsilon_r = \frac{u}{r} = \frac{(1 + \nu)(p_o - p_i)}{2E} \cdot \frac{a^3}{r^3} + \frac{1 - 2\nu}{E} p_o \quad (25 \cdot 16)$$

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr} = -\frac{(1 + \nu)(p_o - p_i)}{E} \cdot \frac{a^3}{r^3} + \frac{1 - 2\nu}{E} p_o \quad (25 \cdot 17)$$

これらの式により、変位は $(a/r)^2$ に対して、応力、ひずみは $(a/r)^3$ に対して分布図を描けば直線になることがわかる。(25・9)(25・10)式より $I_1 = \bar{\sigma}_r + 2 \cdot \sigma_t = \text{一定}$ であるから、応力とひずみを同じ図上に表すこともできる。

[計算例] $p_o = -\gamma H = -40 \text{ kg/cm}^2$ 、側圧係数 $k = 1.0$ 、ヤング率 $E = 10,000 \text{ kg/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.2$ の地山内に半径 $a = 5.0 \text{ m}$ の球形空洞を掘り、円筒形トンネルに切り広げる場合について、地山内の応力分布、変位分布、地山応答曲線 (Fenner-Pacher 曲線) を求めよ。

短期的には地山はヤング率 $E = 20,000 \text{ kg/cm}^2$ になっていて、その時点で厚さ $t = 15 \text{ cm}$ の吹付けコンクリートを施工した場合と、少し遅れて $E = 10,000 \text{ kg/cm}^2$ になってから吹付けをした場合について求めよ。

[答] $p_i = 0$ (支保工なし) のとき、(23・14)式より、

$$u_a = -\frac{40(1 + 0.2)}{2 \cdot 10,000(\text{または } 20,000)} \cdot \frac{500^3}{500^2}$$

$$= -1.2$$

または、 -0.60 cm

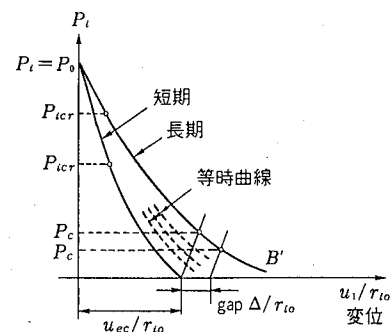


図-25・3 Ladanyiの提案したFenner-Pacher曲線

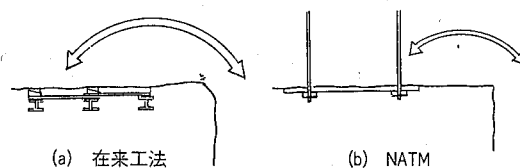


図-25・4 切羽付近のアーチ作用の比較

円筒形トンネルでは、式(19・11)より、

$$u_a = -[40(1 + 0.2)/10,000](500^2/500) = -2.4 \text{ cm}$$

この計算によれば、全変位の25~50%が起こった時点で支保工の設置ができることになる。吹付けコンクリートの荷重負担は計算例1と同じく、

$$p_i = T/a = 50,000 \cdot 15 \cdot u_a / [500(1 - 0.2^2)] = 3.125 u_a$$

以上の計算をまとめると図-25・2のようになる。

また、 $p_i = 0$ のときの地山内の応力およびひずみ分布を計算すると、次のようになる (図-25・5)。

$$\text{応力 } \sigma_r = -40 + (-40 - 0) \cdot 500^2/2r^3$$

$$\sigma_r = -40 = (-40 - 0) \cdot 500^2/r^3$$

ひずみ

$$\epsilon_r = \frac{1.2 \cdot (-40)}{2 \cdot 10,000(\text{または } 20,000)} \cdot \frac{500^3}{r^3}$$

$$+ \frac{+0.6 \cdot (-40)}{10,000(\text{または } 20,000)}$$

$$= -300,000/r^3 - 0.0024$$

$$\epsilon_r = 600,000/r^3 - 0.0024$$

◎トンネルの荷重を支保工が負担するのはトンネルの内空変形は掘削後ただちに起こるのではなく、その一部分は支保工設置後に起こり、その変形量に相当する荷重を支保工が負担する (もっと遅れた変形の方は巻立てコンクリートも負担する) のものと考えられる。Ladanyi⁽⁵¹⁾ は短期間と長期間では地山のヤング率 E 、強度特性 c 、 ϕ が低下するので、図-25・3のように時間によって何本かのFenner-Pacher曲線が描かれること、支保工と地山と接触した後での地山の変位量に見合う荷重を支保工と巻立てが負担することを提唱した。ここでは、さらに3次元的なドーム作用をも考えに入れようとするもので

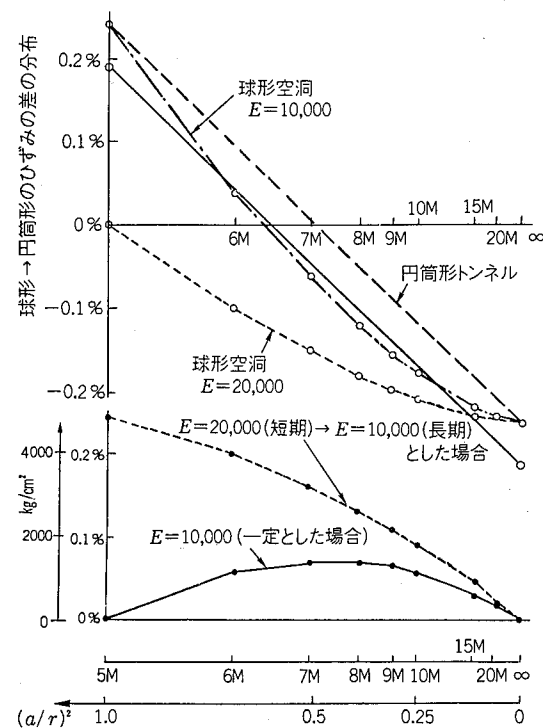


図-25・5 ロックボルト応力の計算

ある (時間による E, c, ϕ の低下については後で述べる)。

◎切羽地山による支持効果は、掘削から支保工設置までの時間と距離のほかに、トンネルの断面分割の方法によっても変わる。底設導坑先進などの工法では支保工設置前の変形が大部分を占めるが、吹付けコンクリートとロックボルトで支保する多段ベンチ工法の場合などは常識的に想定される以上に、支保工が荷重を負担することがあるので注意する必要がある。支柱式や鋼支保工などの矢板を使う工法では、矢板と地山の間の空隙を考えに入れる必要がある。逆に、吹付けコンクリートとボルトを主体に支保をするときは、支保工の負担率が従来の経験以上に増えることになる。支保工法の違いによる切羽解放度の目安として図-25・4のような説明がある。

◎球形空洞の状態でもロックボルトを打設し、その後円筒形空洞になったとすると、ボルトに働く強制変位=ボルトに働く応力の分布は、瞬間的に円筒形のトンネルを掘削するとして §20 で計算したものとかなり違ってくる (図-25・5参照)。切羽で打ったボルトの長さ方向の強制変位、つまりはボルトの長さ方向の応力分布、または地中変位計で測った地中のひずみの分布は単純に二次元

で計算したものの何%となるわけではなく、ボルトの打設時期、計器の設置時期により変わることが予想される。

静水圧でなく、ある方向にだけ外圧が働く場合について、極座標を図-25・1のようにとった場合の応力は Neuber⁽⁵²⁾ (1946) により次のように求められている。Terzaghi, Richart⁽⁵³⁾ は違う形式の座標系で、この解を示しているが、これも変換すると同じ答になった。

$$\sigma_R = [-p_i - \frac{36B}{R^5} + \frac{(8 + \alpha)C}{R^3}] \sin^2 \theta + p_i + \frac{24B}{R^5}$$

$$- \frac{2A}{R^3} - \frac{(6 + 2\alpha)C}{R^3} \quad (25 \cdot 18)$$

$$\sigma_\theta = [p_i - \frac{21B}{R^5} + \frac{(1 - \alpha)C}{R^3}] \sin^2 \theta - \frac{12B}{R^5}$$

$$+ \frac{A}{R^3} - \frac{(2\alpha - 1)C}{R^3} \quad (25 \cdot 19)$$

$$\sigma_\phi = [\frac{15B}{R^5} + \frac{3(1 - \alpha)C}{R^3}] \sin^2 \theta - \frac{12B}{R^5}$$

$$+ \frac{A}{R^3} - \frac{(2\alpha - 1)C}{R^3} \quad (25 \cdot 20)$$

$$\tau_{r\theta} = [-p_i + \frac{24B}{R^5} + \frac{(\alpha - 4)C}{R^3}] \sin \theta \cos \theta \quad (25 \cdot 21)$$

$$\tau_{\theta\phi} = 0, \tau_{r\phi} = 0 \quad (25 \cdot 22)$$

ここに、 $R = r/a$ 、ただし、 a ；空洞の半径

$\alpha = 2(1 - \nu)$ 、ただし、 ν ；ポアソン比

p_i ；鉛直方向の等分布外力

$$A = -\frac{2 + 5\alpha}{2(4 + 5\alpha)} p_i = -\frac{6 - 5\nu}{14 - 10\nu} p_i$$

$$B = \frac{p_i}{(4 + 5\alpha)} = \frac{p_i}{14 - 10\nu}$$

$$C = \frac{5p_i}{(4 + 5\alpha)} = \frac{5p_i}{14 - 10\nu} \quad (25 \cdot 23)$$

側圧係数が1でない場合の応力分布は、この式を90°ずつ回転させたものを組合わせて求めることができる。

いま、 x, y, z 方向から外力 p_x, p_y, p_z が働いているときの赤道上の内空面での応力は次のようになる。

$$\sigma_R = 0$$

$$\sigma_\theta = \frac{27 - 15\nu}{2(7 - 5\nu)} p_x + \frac{15\nu - 3}{2(7 - 5\nu)} p_y - \frac{3 + 15\nu}{2(7 - 5\nu)} p_z$$

$$\sigma_\phi = \frac{15\nu - 3}{2(7 - 5\nu)} p_x + \frac{27 - 15\nu}{2(7 - 5\nu)} p_y - \frac{3 + 15\nu}{2(7 - 5\nu)} p_z \quad (25 \cdot 24)$$

$$\sigma_\phi = \frac{15\nu - 3}{2(7 - 5\nu)} p_x + \frac{27 - 15\nu}{2(7 - 5\nu)} p_y - \frac{3 + 15\nu}{2(7 - 5\nu)} p_z \quad (25 \cdot 25)$$

いま、水平外力 $p_x = p_y = 0$ とすると、内空面の接線方向応力 $\sigma_\theta = (27 - 15\nu)p_z / (14 - 10\nu) = 24p_z / 12 = 2p_z$ で、円筒形トンネルの場合の応力集中係数3に比べると、2と小さいことがわかる (ただし、 $\nu = 0.2$ とした)。

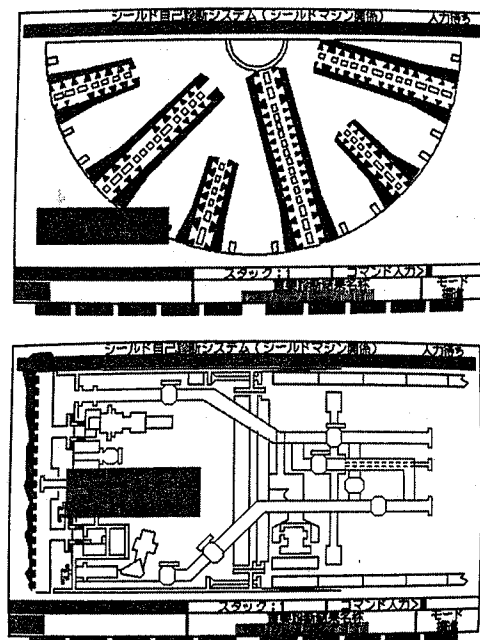


写真-3 自己診断システムのモニタリング例

17-6-2 カプセル輸送

掘削土砂の搬出方法としては、泥水式シールドでは流体輸送方式が採られており、それ以外のシールドでは一部でポンプ圧送方式が採用されているが、一般的にはずり鋼車が使われている。そこで、将来の全自動化に向けて、ポンプ圧送に適さない掘削土砂の搬出技術として開発されたのがカプセル輸送である。このシステムは空気圧力によってパイプライン内を搬送する空気搬送方式の一種であり、実用化されつつある。さらに、このシステムを発展させて、掘削土砂以外にもセグメントや各種資機材をカプセルで輸送するシステムも開発中である。

17-7 まどめ

現在、シールド工場の自動化技術は各システムの基本的な開発が終了し、それらを充実・発展させる過程にあるといえる。そして、これら自動化技術の今後の開発動向としては、AI技術などの新しい手法を積極的に導入したシステムの開発もさることながら、開発の最終目的である完全自動化に向けてシステム群を有機的に結合した統合化システムの開発が行われるものと思われる。

自動化技術は社会的な要請ばかりでなく、施工者側からの要請も受けて開発が進められ、最近ではシールド自動化戦争と呼ばれるほど盛んに開発が進められている。しかし、これらの技術のなかには開発途上のものも多く、開発コストや信頼性などを考えると経済ベースでの実工事への適用がむずかしいものもある。この意味からも、今後はより実効的なシステム、すなわち、実際に運用し

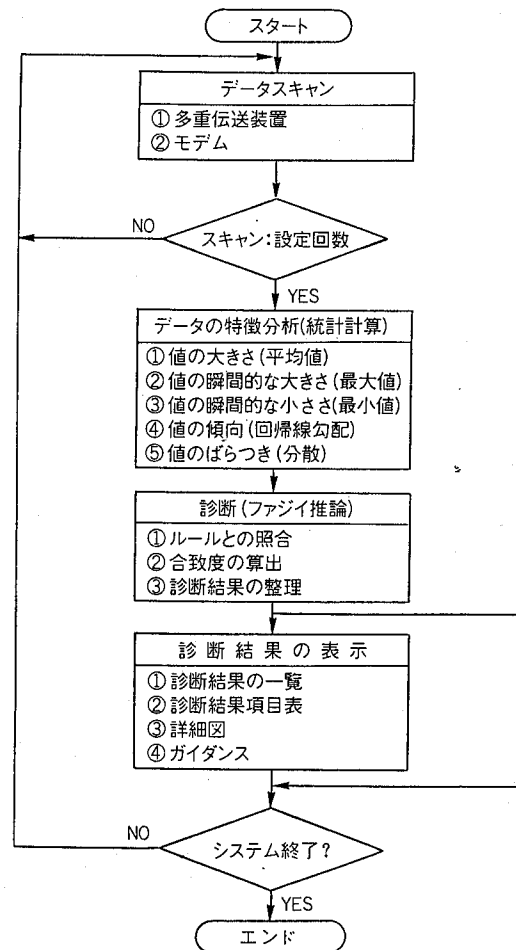


図-22 システム処理フロー図

て施工を行う現場にとって扱いやすく、かつ信頼性の高いシステムとして開発されることを希望して結びとする。

参 考 文 献

- 1) シールド工法自動化システム編集幹事会編：シールド工法の自動化システム，土木工学社，1987年2月。
- 2) 最新のシールドトンネル技術編集委員会編：最新のシールドトンネル技術，技術書院，1990年11月。
- 3) 小泉淳ほか：シールド工法の自動化・ロボット化とその導入/施工事例，技研情報センター，1990年2月。
- 4) 第25回施工体験発表会論文集—都市トンネルにおける自動化・ロボット化，日本トンネル技術協会，1989年11月。
- 5) 第1回建設ロボットシンポジウム論文集，土木学会ほか，1990年6月。
- 6) 第2回建設ロボットシンポジウム論文集，土木学会ほか，1991年7月。
- 7) 土屋幸三郎・今倉和彦：インテリジェントシールドシステム，土木学会誌，Vol.75，1990年8月。
- 8) 土屋幸三郎・今倉和彦：シールド施工管理の自動化，建設の機械化，1990年2月。



連載講座

わかりやすいトンネルの力学(7)

第4章 地山の降伏と破壊，弾性とそ性

第一は、明証的に真であると認めることなしには、いかなることをも真であるとして受取らぬこと、すなわち、よく注意して速断と偏見を避けること、そして、それを疑ういかなる隙もないほど、それほどまで明晰に、それほどまで判明に、私の心に現れるもののほかは、何ものをも私の判断に取り入れぬということ。

第二は、私の研究しようとする問題のおおの、できうかぎり多くの、そして、それらのものをよりよく解決するために求められるかぎり細かな、小部分に分割すること。

第三は、私の思索を順序に従ってみちびくこと、知るにもっとも単純で、もっとも容易であるものからはじめて、もっとも複雑なものの認識へまで少しずつ、だんだんと登りゆき、なお、それ自体としては互いになんの順序も無い対象のあいだに順序を仮定しながら。

最後のものは、何一つ私はとり落とさなかったと保証されるほど、どの部分についても完全に枚挙を、全般にわたって余すところなき再検査を、あらゆる場合に行うこと。

デカルト；「方法序説」

§26 そ性力学の基礎……弾性限度を越えた地山の挙動
前章までの計算で示したように、トンネル周辺の地山内の応力は土かぶりが大きくなると、かなり大きなものになり、いわゆる地山の強度を越えてしまうことも多い。この場合、十分な強度の支保工を施工すればそれを防げる場合もあるが、現在のところ入手できる材料、施工法では応力の増加を防ぐのは不可能な場合も多い。それではトンネルは壊れてしまうかと言うと、必ずしもそうではないから、多くのトンネルは何とか安定しているのである。そこで強度を越える応力が加わったとき、地山はどうなるかをまず考えてみよう。

*飛島建設(株)技術本部技術企画部担当部長

1992年(平成4年)2月

福 島 啓 一

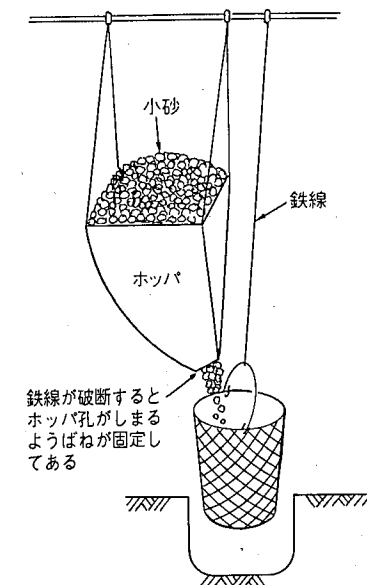


図-26-1 ダ・ヴィンチによる針金の引張り試験

材料にその強度を越えた力を加えると、すぐ壊れる場合もあるが、ただ力を取り除いても元に戻らないだけとか、力とひずみとの関係がフックの法則に従わないだけとかで、まだまだ耐力がある場合もある。鋼材は一般にこのような性質を持っている(図-19・2)。ましてや、われわれの相手にしているのは山の神である。この神様はなかなか一筋縄ではいかない。人間にも一見唐竹を割ったような人、粘り強い人、ずるい人、一見ひ弱そうでもなかなかしぶとい人、あきらめの早い人、素直な人、悪女の深情けといろいろあるように山にも八百万の神様がいらっしゃる。

余談はさておき、岩石の試験をするというときまず載荷試験を行うが、載荷試験と言うとどういうものを皆さんは考えますか。一番先に考えるのは図-26・1¹⁾のように、重りをぶら下げるものですが、これだと強度を越えたらドスンと物が落ちるだけだけれども多少切れるときブッ

ツリ切れるのか、縄などが切れるときなどのように少しづつきれていくのかという差がある（この図は実はレオナルド・ダ・ビンチが行った針金の載荷試験で、彼は、この試験で材料強度の寸法効果を試験したそうである。寸法効果については後で述べる）。

コンクリートや岩石の載荷試験などでは油圧ジャッキで押して壊れる荷重を測ると言うのが一般である。ところで載荷試験をしているのを見ているとたいてい荷重が最大値を越えて油圧計の針がちょっと下がり始めると、もう力を加えるのをさっさと止めて（戻りの油圧弁を急いで開いて）試験片（供試体）を外してしまう。さて、この外された供試体はもう壊れてしまつて強度ゼロになっているであろうか。なかなかどうして全盛期の力はなくてもまだまだしぶとく抵抗する力を持っているのが普通である。強度と一口に言っても、それでまったく参った、ギブアップだ、どうしようもないと言うものばかりでなく、まだまだしぶとく生きる力を少し残したものもあり、試験方法、あるいは載荷方法によっては残った力が無視できない場合も多そうである。はじめの載荷試験のやり方を応力方式、後の方をひずみ方式と呼ぶこともある（ひずみ方式の載荷方法は強度がピークを越えたときすばやくジャッキを戻すのが大切で実際はなかなかむずかしく、岩石でこれをはじめて行い報告したのはWarswickである）。

このひずみ方式で試験をすると降伏した後でもどのくらい粘りがあるかがわかる。谷川に丸木橋をかけるような場合の強度なら、応力方式でわかる最大値だけで十分であるが、複雑な構造物の場合にはこの粘り具合が全体の強度に効いてくるのでこれをよく試験する必要がある。

ところで、トンネルの載荷状態はどちらであろうか。トンネルがだんだん小さくなってしまひにはトロッコも通らなくなったので、やむを得ず切り広げをしたなどと言う報告があるくらいで、しぶとい山の神が多い。一方、山はねなどなかなか気の短い神様もおられるから用心が肝要である。しかし、一般にはトンネルの載荷状態はひずみ方式である。

ひずみ方式でも気が短い、諦めの早い、パツタリ倒れたらそれまでという人とそうでない人とがいる。参ったと言ったらすぐ力を緩めてもうパツタリ行ってしまう人もいれば、参った、参ったは口ばかりじゃないかと思われるような人もいます。

ところで、岩石の場合には一般に堅い岩石を一軸圧縮した場合には、その強度を越えたとただちに壊れるが、粘土や軟岩はなかなかしぶとい。また、ロックボルトや吹付けコンクリートで十分に補強した地山のような場合、いわゆる3軸応力の場合には、堅い岩石や砂でもかな

らずしもすぐ壊れてしまわず、しぶといが変形だけはどんどん増えていくと言う現象がみられる。1人だとすぐパツタリ行くが、家族がいたり恋人がいたりするとなかなかしぶとく粘るお父さんみたいなものである（あるいは、子持ちの山の神様か？）。このような現象を破壊と区別して降伏と言っている。

一般の構造物……橋、建物、船、機械などは、ほとんどの場合、部材が常に弾性限度内にあるように寸法や材料の強度を選ぶので弾性学をよく勉強しておけば一応1人前の技術者と言える。トンネルの場合には、支保工はとにかくとして、周辺の地山まで弾性限度内に保つことは不可能であったり、非常に不経済であったりする。また、弾性限度を越えてもただちに危険でない場合が多いことも経験的に知られている。

そこで、弾性限度を越えて降伏した場合の材料の力学的な性質や、それを取り入れたトンネル力学を研究する必要がある。本節では材料が破壊する原因、破壊または降伏するかどうかの判定基準、破壊、または降伏後の挙動などを説明し、次節以下ではその挙動を単純化した場合（理想弾塑性、または弾性完全塑性。図-26・4参照）についてトンネル力学を展開することにする。

§ 26-1 固体（結晶）の力学的性質^{(2), (3), (4)}

固体が壊れると言うことは、原子の次元でみれば、力を加えることで、原子と原子の間の距離が離れて行き、お互いの間に引力が働かなくなってしまい、力を取去っても元に戻らないことだと言えよう。固体の強度、弾性率などは原子間、または分子間の引力と斥力が統合されて発現したものだと考えられる。引力も斥力も、原子同士が遠く離れているときは小さく、近づくほど大きくなるが、斥力は主に一番外側にある電子同士の反発力が原因であるから、より急速に大きくなるので、差引きの原子間力（引力をプラスにとる）は遠くではゼロ、途中で最大値になる点があり、ある安定距離でゼロで、それより近づくともマイナスになる（図-26・2参照）（斥力は温度が上がると大きくなるので、この安定距離は温度とともに増える。これが熱膨張の原因である）。原子間の力（引力と斥力）は一般に次の式で表される。

$$F = A/r^m - B/r^n \quad (26 \cdot 1)$$

これより、 F_{max} の値を越えていない場合は力を抜くと元に戻ること、 F_{max} を越えて力を加えると、今度は逆に多少押し戻しても元に戻らない、壊れたものはくっつかないことがわかる。また、この図から圧縮では壊れそうにないこともわかる。

二原子間の位置のエネルギーは、上の式を積分して次のように求められる。

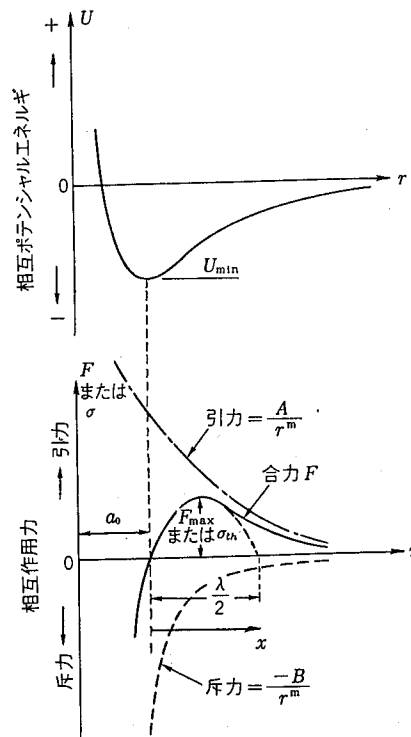


図-26・2 原子間相互ポテンシャルエネルギー U および相互作用力 F と距離 r との関係

$$U_r = \int F dr = -\frac{A}{m-1} \cdot \frac{1}{r^{m-1}} + \frac{B}{n-1} \cdot \frac{1}{r^{n-1}} + C_1 \quad (26 \cdot 2)$$

離れ $r=\infty$ の位置ではエネルギー $U=0$ とすると、積分定数 $C_1=0$ となる。通常は合力 $F=0$ 、つまり位置のエネルギー U の最小値のところ、原子間の距離 a_0 のところ、引力と斥力が釣り合っていて、安定している（エネルギーが最小の場所とは、人間に例えれば不快指数が最低のところのようなものである）。さて、この物体に引張り、または圧縮の力 P を加えると、 $F+P=0$ のところ、 $a=a_0+\Delta a$ まで伸びたり縮んだりする。そして、力 P と伸びの量、 $\Delta l=l \cdot (a-a_0)/a_0$ 、ひずみ $\varepsilon=(a-a_0)/a$ は力が小さい間はほぼ比例する（ひずみはせいぜい $1/1000 \sim 2/1000$ くらいであるから、図-26・2で見ても直線としてほとんど誤差はないことが分る）。フックはこの関係を実験的に求めたわけである。さて、この力をさらに大きくして引っ張って行くと、結合力 F の最大値を越えて、そこで力を加えるのを止めても、結合力が減る方向、ますます伸びる方向へ変形は進むことになる。つまり壊れる。ちぎれる（これに反して、圧縮では、決して壊れそうにないことが図-26・2からわかる）。これが

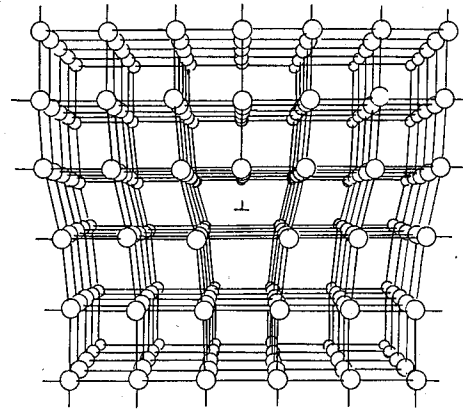
材料強度ということになる。

しかし、この説明ではおかしいところが出てくる。まず、これではフックの法則にしたがわない。力 P と伸び Δl の関係が直線でなくなる。次に分子間の引力や斥力は物質の表面張力や蒸発エネルギーなどの物理的な測定値から求めることができ、その大きさはおよそヤング率の $1/10$ になることがわかっている（図-26・2で $a=a_0$ の所で接線を引き、 $a=2a_0$ のところの結合力の値（ヤング率 E に相当）と、結合力の最大値 F_{max} （その材料の理論強度 σ_a ）を比べると約 $10:1$ になっている）。例えば、鉄ではヤング率 $E=21,000 \text{ kg/mm}^2$ であるから理論強度 σ_a は $2,100 \text{ kg/mm}^2$ くらいになる。ところで実際の普通鋼材の強度は $30 \sim 40 \text{ kg/mm}^2$ くらい。PC鋼棒で 110 kg/mm^2 、PCケーブルで 170 kg/mm^2 、鋼材としてはもっとも強いと言われているピアノ線でも最高 350 kg/mm^2 くらいで、理論強度の $1/10 \sim 1/100$ くらいしかない。このように理論と実際がよく合わない。

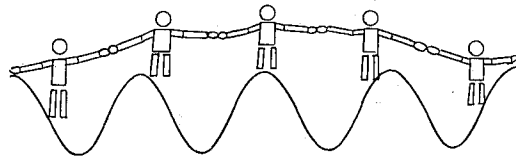
（図-26・2からみると、ほとんどの材料はもとの長さの2倍くらいまで伸びようであるが、実際はゴムなどの例外を除けば $20 \sim 30\%$ どまりである。これも理屈にあわない。原子間の力—変形の関係の図-26・2と材料全体の応力—ひずみの関係図-19・2が相似になるはずだと考えられるが、そうはなっていない）。

物体に力を加えると、引張り、または圧縮の力の他に斜め方向にずれ（せん断）の力が働き、このずれの力（せん断応力）で壊れることもある。いま、原子が規則正しく格子状に並んでいるとすれば、せん断に対する抵抗力はほぼ $\sin$ 曲線で表わせる。この抵抗力の最高点、または最低点を越えて右または左にずらして行くと、原子が格子一目分ずれる。これが何回も起こって、全体がずれるのが、せん断破壊であると考えられる。このときの理論せん断強度は $\tau_a = G/2\pi$ と計算されている。しかし現実のせん断強度は、この理論せん断強度の $1/1000 \sim 1/10,000$ しかない。これも理論に合わない。

圧縮または引張りで壊れるように見えても、実際はせん断で壊れるのがほとんどである。せん断で壊れるのであれば、引張りにも圧縮にも同じように抵抗するはずであり、鋼材はほぼそのとおりであるが、岩石やコンクリートは圧縮には強いが引張りには弱い。これも理論に合わない点である。これらの疑問に答えるものとして、Griffithの潜在ひびわれ説(1920)、Orowan, Taylor, Polanyi(1934)の三人により別々にほぼ同時に提出された格子欠陥による転位説がある。材料の強さという問題はなかなかむずかしい問題で、まだわからないことだらけであるが、この二つの理論でおおよそそのところはわかるので先ずこれについて説明しよう。



(a)



(b)

図-26-3 格子欠陥 (概念図と力学モデル)

§ 26-2 格子欠陥による転位

結晶は原子が規則正しく立体的に並んでできているものと考えられていたが、必ずしも完全に規則正しくはなっていないで、ところどころに並び方に乱れがあり、そのためせん断強度が小さくなるとOrowanなどは考えた。結晶なるものは神様がつくったもっとも完全なものの一つで、原子が規則正しく並んでいると素人目には考えられるが、実は数1000個に一つくらい規則を破るハズレモノがいるようで、このため強度が1/1000以下になると言うことである。図-26-3で規則正しく並んでいる原子は位置のエネルギーの最低点 (不快指数の最低点、もっとも快適な点) にいて安定しているが、格子欠陥のところの原子は右からも左からも引張られてかろうじて平衡を保っている。つまり、エネルギーの最高点付近、言うならば山の頂上付近、もっとも不快なところにいるようなものである。ここでわずかなせん断力を受けると、一目分、横にずれる。そうすると今度は隣にある原子Bが不安定な状態になる。山の頂上にくる。このように不安定な状態にある原子、あるいはあるべきところに原子がない状態 (格子欠陥) が、物体の端から端まで順次動いて行って、原子間隔の一単位 a_0 分のすべりないし横ずれが生じ、これを何回もくり返して、連続して生じるのが物体のせん断だと考えると、最初に考えた全体の原子が一斉に一目分ずれる理論強度よりも相当小さな力でせん断が起こることになる。Orowanは、この様子を蛇またはみみずが進む様子で模擬したと言う。パイエルス

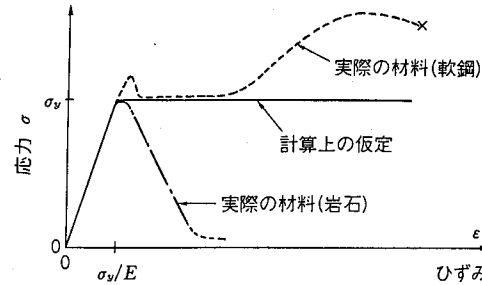


図-26-4 応力とひずみの関係

とナバロは単純立方格子の結晶の場合について、この力を計算して次のように理論強度を求めた。

$$\tau_p = \frac{2G}{1-\nu} \exp(-2\pi w/b) \quad (26.3)$$

この式で $\nu=0.35$, $w=b$ (正方形の格子) とすると、 $\tau=G/5000$ となり、先に求めた $G/2\pi$ に比べると大分現実的な値となる。しかし、実際の値はさらにこの1/5くらいである。その理由としては次のようなことが考えられる。

① ポテンシャル関数を単純な $\sin$ 関数としたことによる誤差。

② 図-26-3で、紙の奥行き方向にはキレイに欠陥が並び、それが一斉に移動すると考えたが、実際は奥行き方向にもばらつきがある (Orowanの蛇、またはみみずのたとえに倣えば、敷きつめた広い絨毯の端にしわをつくり、そのしわを順次押して行って、じゅうたん全体をゆっくり動かして行くのに譬えられよう)。

③ 原子は熱により振動しているもので、もっと動きやすいところに振動してきたときに力が加われば、より小さな力で動く (これより、温度が上がると強度が低くなること、また、力を加える速度が速いと、この熱による振動を利用できないので、大きな力が必要、ゆっくりと力を加えると、振動を利用できるので、多少小さい力でもよいことがわかる)。

④ 物体はかならずしも単純立方格子ではないこと、不純物も含まれていること、結晶粒界の影響、その他。

ここで、これ以上の精密な研究の紹介をするつもりもないが、格子欠陥の存在はエッチピット、電子顕微鏡などにより確認されていることをつけ加えておく。

この格子欠陥による転位論より、理想的な塑性変形の場合には次のようになることがわかる。

① せん断降伏変形はある一定のせん断力で始まり、その力が働いている限りどこまでも続く。その間、応力は一定である。応力とひずみの関係は図-26-4の直線のようなになる (実際は不純物などで転位が妨げられて、強度が上がるが多い)。ただし、変形がどんどん続けば、

例えば、棒を引張った場合、棒がくびれて力を受ける面積が減り、ついには切れてしまう (しかし、例えば金の塊、わずか1グラムを上手に伸ばせばなんと2,000mの金糸ができる。1.5gの金から10cm角の金箔が100枚も取れるという。ただし、これは非常に上手にした場合の話で、この金箔を叩き伸ばすのに狸の皮に挟んでやったらしく、狸の金玉千畳敷きと言うのはその辺から出たらしい⁶⁵⁾。閑話休題)。

② せん断降伏変形は、力を取去っても元に戻らない。

③ せん断降伏変形に伴って体積変化は起こらない。

§ 26-3 Griffithの微小ひび割れ理論

A. A. Griffith^{66), 67)}は、理論強度と実際の強度との間に大きな差があるのは、物質中に小さなひび割れがあり、そこで応力の集中が起こるためだと考えた。Griffithの理論は、二つの部分よりなりたっている。

① 物体中にはもともと小さいひび割れがある。このひび割れがさらに大きくなるためには (長くなるためには)、外から働く力 P のなす仕事の方がひび割れが伸びることによる表面エネルギーの増加よりも大きくなければならない。

② 物体に力が加わると小さいひび割れの周りには、平均応力よりもはるかに大きい集中応力が生じ、そこから壊れ始める。物体は圧縮では壊れないので、ひび割れの周りの応力集中による引張り応力がその材料の引張り強度を越えるかどうかで、壊れるか壊れないかが決まる。

第2の部分は、引張り強度と圧縮強度が違うことを説明できるので、岩石やコンクリートの強度理論として広く知られている。また、ひび割れの周りの応力集中は拘束圧力の影響を受けるが、これより拘束圧力を上げると強度が増える岩やコンクリートの性質をうまく説明できる。

Griffithの時代には転位論はまだ出されていなかったし、応力集中についても、平板に円孔やだ円孔をあけた場合しか計算できなかったで、平板内に非常に平たいだ円孔があり、孔の縁に生じる引張り応力で壊れる場合について計算した。実際には、割れ目は立体的であるだろうが、傾向としては、この計算とあまり違わないはずだとした。次には、かならずしもGriffithの論文の順序によらず、わかりやすい順に説明する。

まず、やさしく計算できるものとして、いままでせっかく丸いトンネルについての弾性力学を勉強したので、これを利用してみよう。つまり、丸い穴がズーッと通っているものを考える。また、孔同志はかなり離れているものとする (弾性学はこのような1mm以下の小さい孔についても、地下大空洞についても使える非常に応用範囲の広い力学である)。

いま、引張り力 T 、平均応力 $p=T/(a \times t)$ を受けている板に丸い穴が合っている場合を考える。§ 21よりA点には $3p$ の引張り力がB点には $-p$ の圧縮力が生じることがわかる。この板は圧縮では壊れず、引張り応力の最大値が引張り強度 σ_u になったときに壊れるものとすれば、そのときの平均応力は圧縮応力 $p=-\sigma_u$ 、または引張り応力 $p=\sigma_u/3$ である。つまり、引張り強度は圧縮強度の1/3である。同じようにして、この板に縦、横から力 p と q が働いているときの降伏条件は、

$$\text{天端では、} \sigma_u = -p + 3q \quad \therefore p = 3q - \sigma_u$$

$$\text{側壁では、} \sigma_u = -q + 3p \quad \therefore p = q/3 + \sigma_u/3$$

これをまとめると、図-24-8(b)のように降伏条件をあらわせる。モールの応力円であらわせれば図-26-5のようになり、内部摩擦角 $\phi=30^\circ$ となる。しかし、これでは理論引張り強度と実際の引張り強度の比は3ということになり、実際に求められた値と違いすぎる。

そこで、ウンと細長い孔があった場合について考えてみると、応力集中がもっと激しくなり、実際とうまく合いそうである。同じような板に、細長いだ円の穴が働いているときの応力集中は§ 24より求められる。縦、横から引張り応力 p, q が働いている場合は、 p, q に対し斜め方向を向いただ円穴の先端近くで最大の引張り応力や圧縮応力が生じる⁶⁸⁾。その値は式(24-9)より求められる。

$$\sigma_t = \frac{(\sigma_x + \sigma_y) \sin^2 2\theta_0 + (\sigma_x - \sigma_y) \{e^{2R_0} \cos 2\theta - 1\} + 2\pi_{xy} \cdot e^{2R_0} \sin 2\theta}{\cos h 2R_0 - \cos 2\theta} \\ = p_0 + p_a - \frac{2(a \cdot p_0 - b \cdot p_a)(a \sin^2 \theta - b \cos^2 \theta) + 2\pi_{xy} \cdot \exp(2R_0) \sin 2\theta}{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta} \quad (26.4)$$

このだ円は非常に扁平で、つまり、 $a \gg b$, $R_0 \ll 1$ であるとする。最大応力は $\theta=0$ 付近で生じることがわかっている。そこで $\theta \ll 1$ とおく。そこでの応力は b , θR_0 の2次以上の項を省略すると、 $1 \gg b/a$, $1 \gg \theta$, $\sin \theta \approx \theta - \theta^3/6 + \dots \approx \theta$, $\sin 2\theta \approx 2\theta$, $\cos \theta \approx 1 - \theta^2/2 + \dots$, $\cos 2\theta \approx 1 - 2\sin^2 \theta \approx 1 - 2\theta^2$, $\sin h R_0 \approx R_0 + R_0^3/6 + \dots \approx R_0$, $\cos h R_0 \approx 1 + R_0^2/2 + \dots$, $\cos h 2R_0 \approx \cos h^2 R_0 + \sin h^2 R_0 \approx 1 + 2 \cdot R_0^2$, $\sin h 2R_0 \approx 2 \sin h R_0 \cdot \cos h R_0 \approx 2R_0 \cdot \exp(2R_0) \approx 1 + 2R_0 + (2R_0)^2/2 + \dots \approx 1 + 2R_0 + 2R_0^2$ であるから、(26-4)式は次のようになる。

$$\sigma_t = \frac{2(\sigma_x R_0 + \pi_{xy} \theta)}{R_0^2 + \theta^2} \quad (26.5)$$

σ_t の最大値を生じる点を求めるために、これを θ で偏微分して $\partial \sigma_t / \partial \theta = 0$ とすると、

$$\tau_{xy}(R_0^2 + \theta^2) - (\sigma_x R_0 + \pi_{xy} \theta) 2\theta = 0 \quad (26.6)$$

(26・5)式と(26・6)式より、

$$\sigma_t = \tau_{xy} / \theta_m \quad (26 \cdot 7)$$

ただし、 θ_m ；切線方向の応力 σ_t が最大になる位置の座標。式(26・5)に代入して θ_m について整理すると、

$$\left(\frac{1}{\theta_m}\right)^2 - \frac{2\sigma_x}{R_0 \tau_{xy}} \left(\frac{1}{\theta_m}\right) - \frac{1}{R_0^2} = 0 \quad (26 \cdot 8)$$

となる。2次方程式の解の公式に代入して $1/\theta_m$ を求めると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\theta_m} &= \frac{\sigma_x}{R_0 \tau_{xy}} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{R_0 \tau_{xy}}\right)^2 + \frac{1}{R_0^2}} \\ &= \frac{1}{R_0 \tau_{xy}} [\sigma_x \pm \sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{xy}^2}] \end{aligned} \quad (26 \cdot 9)$$

これより最大応力 σ_{max} を生じる位置 θ_m がわかる。

これを(26・7)式に代入して、

$$\sigma_t = (\sigma_x \pm \sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{xy}^2}) / R_0 \quad (26 \cdot 10)$$

これを p, q であらわせば、

$$\sigma_t = \frac{p+q-(p-q)\cos 2\phi}{\pm \sqrt{2(p^2+q^2)-2(p^2-q^2)\cos 2\phi}} \quad (26 \cdot 11)$$

ここに、 $\pm$ は、 σ_t が引張りで壊れる場合は+を、圧縮で壊れる場合は-を取る。

いま、だ円の短辺方向と最大圧縮応力 p の方向とが、どのような角度 ϕ_m のとき、応力集中 σ_t が最大になるかを知るために、 $-\pi/2 < \phi < \pi/2$ の範囲で σ_t を ϕ で微分すると、

$$\frac{\partial \sigma_t}{\partial \phi} = \frac{p+q}{R_0} \sin 2\phi [1 \pm \frac{p+q}{\sqrt{2(p^2+q^2)-2(p^2-q^2)\cos 2\phi}}] \quad (26 \cdot 12)$$

この式より σ_t が最大または最少になる条件を検討すると、

$$\sin 2\phi_m = 0, \text{ または } [] = 0$$

$$\sin 2\phi_m = 0 \text{ のとき, } \phi_m = 0, \text{ または } \phi = 90^\circ$$

これは p または q が引張りのときのみ成立し、

$$\sigma_t = 2q/R_0 \text{ または } \sigma_t = 2p/R_0 \text{ となる。}$$

次に $[] = 0$ より、 $\sqrt{2(p^2+q^2)-2(p^2-q^2)\cos 2\phi_m} \pm (p+q) = 0$

ただし、 $\sqrt{}$ は正なので、 $p+q > 0$ のときは、 $\pm$ は-を、 $p+q < 0$ のときは $\pm$ は+を取る。

これより最大値を生ずる方向 ϕ_m は次式のように求められる。

$$\cos 2\phi_m = (p-q) / \{2(p+q)\} \quad (26 \cdot 13)$$

ただし、この式が成立するためには $-1 < \cos 2\phi_m < 1$ であるから、

$$p+q > 0 \text{ のときは } -2(p+q) < p-q < 2(p+q)$$

$$\therefore p+3q \geq 0,$$

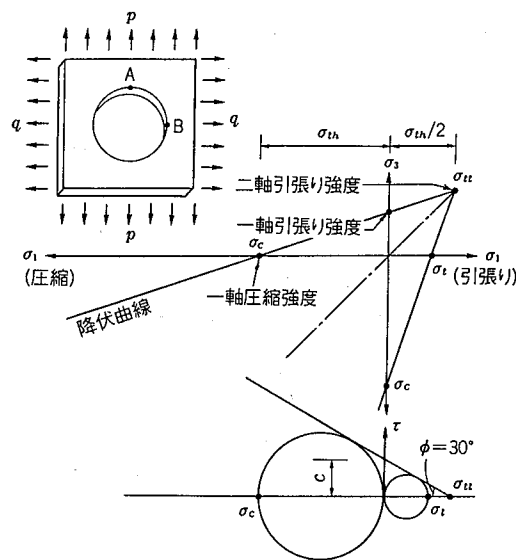


図-26・5 円筒形空洞があるときの破壊曲線

$$p+q < 0 \text{ のときは } -2(p+q) > p-q > 2(p+q)$$

$$\therefore p+3q \leq 0$$

でなければならない。

この ϕ_m の値を(26・11)式に代入すると、

$$\sigma_t = (1/2R_0) [1/(p+q)] [(p+q)^2 - (p-q)^2/2 \pm \sqrt{2(p^2+q^2) - (p-q)^2}]$$

$$= (1/2R_0) [(p^2+6pq+q^2)/2/(p+q) \pm p+q]$$

$$\therefore \sigma_{max} = -(p-q)^2 / \{4R_0(p+q)\} \quad (26 \cdot 14)$$

$$\text{または, } \sigma_{max} = (3p^2+3q^2+10pq) / \{4R_0(p+q)\}$$

$$(26 \cdot 15)$$

が得られる。後者はだ円穴のまわりの圧縮強度で決まる場合の強度であらわしているが、しばらく無視する。

(26・12)式より $[] \neq 0$ の場合は、 $\sin 2\phi = 0$ 、つまり $\phi = 0$ のとき、つまり、ひび割れが最大引張り応力の方向と直角のとき、 σ_t の最大値が生じる。そのときの応力は(26・11)式に $\cos 2\phi = 1$ と置いて、

$$\begin{aligned} \sigma_t &= [2q/2 \pm \sqrt{(1/2)(q^2+q^2)}] / R_0 = [q \pm |q|] / R_0 \\ &= 2q/R_0 = 2\sigma_m/R_0 \end{aligned} \quad (26 \cdot 16)$$

ここに、 σ_m ；材料の引張り強度

(26・14)式に、(26・16)式より $\sigma_t = 2\sigma_m/R_0$ を代入すると、

$$(p-q)^2/(p+q) = 8\sigma_m \quad (26 \cdot 17)$$

となり、この式はGriffithひび割れが引張りで破壊するときの p と q の関係を示す。図-26・6の $\sigma-\tau$ 座標上にモールの応力円を表すには、包絡円の接線と応力円の接線が一致することから、

$$\tau^2 = 4\sigma_m(\sigma_m - \sigma)$$

$$\text{または, } (p-q)^2 + 8\sigma_m(p+q) = 0 \quad (26 \cdot 18)$$

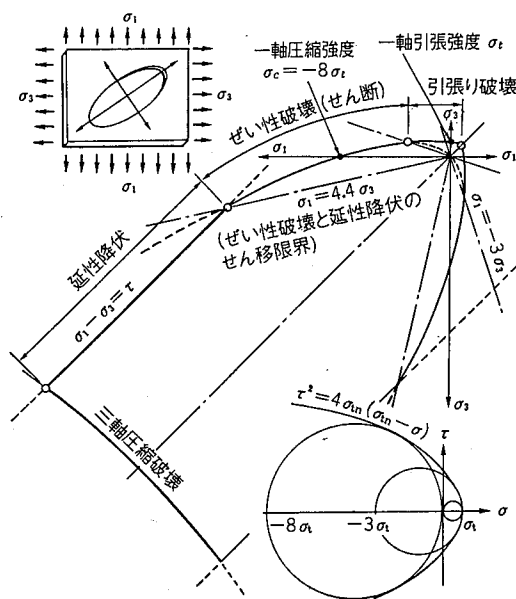


図-26・6 Griffithの破壊理論(だ円空洞があるときの破壊曲線)

という関係が得られる。 $p+3q > 0$ または、 $3p+q > 0$ では $p = \sigma_m$ または $q = \sigma_m$ となる。ここに、 σ_m は $q = 0$ のときの引張り強度(一軸引張り強度)である。これを p, q 座標およびモールの応力円であらわせば図-26・6のようになる。これはコンクリートや岩石に実験結果とよく合う。ひび割れの端の曲率半径 ρ は原子間の距離程度と考えられるので実際の強度と原子間に働く力がわかればひび割れの想定大きさ $2c$ が計算できる。

実際の材料の中のひび割れは細長い円孔やだ円孔の場合にはあまりなく、立体的な空洞であることが多いと考えられる。Griffithの理論では中間主応力の影響がわからないが、これも立体を考えるとわかりそうである。そこで、もっとも簡単な球形空洞の場合について考えて見る(軽石のようなものを考えてもらおうとよい) §25より、外力 p_x, p_y, p_z を受ける場合の球形空洞の内面での応力は、

天頂(北極)($x=0, y=0, z=a$)では、

$$\sigma_r = 0$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} &= -\frac{3+15\nu}{2(7-5\nu)}p_x + \frac{27-15\nu}{2(7-5\nu)}p_z - \frac{3-15\nu}{2(7-5\nu)}p_y \\ \sigma_{\phi\phi} &= -\frac{3+15\nu}{2(7-5\nu)}p_x + \frac{27-15\nu}{2(7-5\nu)}p_z - \frac{3-15\nu}{2(7-5\nu)}p_y \end{aligned} \quad (26 \cdot 19)$$

y 軸上の赤道($z=0, x=0, y=a$)では、

$$\sigma_r = 0$$

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{3+15\nu}{2(7-5\nu)}p_y + \frac{27-15\nu}{2(7-5\nu)}p_z - \frac{3-15\nu}{2(7-5\nu)}p_x$$

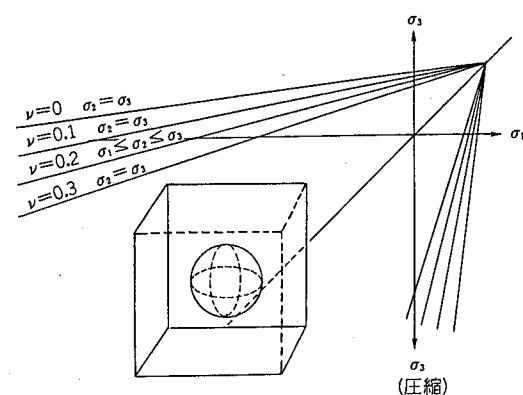


図-26・7 球形空洞がある場合の破壊曲線

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{3+15\nu}{2(7-5\nu)}p_y + \frac{27-15\nu}{2(7-5\nu)}p_z - \frac{3-15\nu}{2(7-5\nu)}p_x \quad (26 \cdot 20)$$

いま、引張り応力を正とし、 $p_x < p_y < p_z$ とすると、天頂の引張り応力 $\sigma_{\theta\theta}$ が材料の極限引張り応力 σ_m を越えたとき、破壊が起こると考えられる。ゆえに、

$$\sigma_m = \sigma_{\theta\theta} = -\frac{(3+15\nu)p_x + (3-15\nu)p_y + (27-15\nu)p_z}{2(7-5\nu)} \quad (26 \cdot 21)$$

が降伏条件になる。ここで、ポアソン比 $\nu = 0.2$ とすると p_y の項は消える。すなわち、中間主応力の影響はないことになるが、一般には中間主応力が影響する。 $\nu = 0 \sim 0.3$ の場合について、 p_x, p_y, p_z の破壊時の関係を図-26・7に示す。

Murrel⁽⁹⁾は、Griffithの式は平面的なひび割れを考えているが、これを立体的に改善することを考えた。このとき、彼は中間主応力も他の主応力と同じ効果を持つと考えた。別の言い方をすれば、Griffithの理論とvon Misesの降伏条件を単純に組合わせた、あるいは π 面の形を円形とした次のような式を提案した。

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + \alpha(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 0 \quad (26 \cdot 22)$$

また、Murrelは、引張り側では、降伏条件は $\sigma_1 = \sigma_m, \sigma_2 = \sigma_m, \sigma_3 = \sigma_m$ の三つの面で表されるとし、また、三つの面の交線が、(26・22)式の回転放物面と接して閉じると言う条件から $\alpha = 12\sigma_m$ とした。したがって、降伏条件式は

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 12\sigma_m(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 0 \quad (26 \cdot 23)$$

もっと正確には回転だ円形空洞のまわりの応力の式を解いて求める必要がある。そうすれば π 面の形が三角おむすび型になるなど、もっと現実の実験結果に近い中間主応力の影響が計算できる式が導かれるであろう。

Griffithの理論もそれを改良したもの、空洞まわりの引張り応力にだけ注目しているが、そのほかに、圧縮応力により空洞のまわりがせん断破壊される場合、または空洞に関係なく、全体がせん断される場合にも注目する必要がある。

まず、いちばん簡単な、円筒形の空洞について考える。四方から圧縮される場合 ($0 > q > p/3$ の場合) は、空洞周辺には引張り応力は起こらない。しかし、空洞ふちの接線方向圧縮応力の最大値は $3p - q$ になり、そこでの斜め方向のせん断応力 $\tau = \sigma/2 = (3p - q)/2$ が理論せん断強度 τ_u を越える場合が考えられる。また、外圧 p と q の差が大きくなり、空洞のまわりはまだ安全でも全体が格子欠陥の転位によりせん断されることも考えられる。

つまり破壊はひび割れのまわりの引張り応力によってだけでなく、圧縮応力でも起こり、または全体がひび割れに関係なくせん断されても起こる。

もう少し実数的な数値を得るために、Griffithの理論に最大圧縮応力で破壊する場合を組合わせて計算する。(26・15)式より圧縮応力が最大の場合を求めると、

$$\sigma_{cmax} = \frac{3p^2 + 3q^2 + 10pq}{4R_0(p+q)} \quad (26 \cdot 24)$$

全体が、ひびわれに関係なくせん断される場合も含めて図示すると図-26・6のようになる。茂木の脆性-延性の遷移条件も同時に示す。

Griffith理論について、圧縮力で微細なひびわれが閉じて、そこに摩擦力が働くとする修正理論も出されているが⁷⁰⁾、摩擦係数が1.0以上に大きくなるなどおかしい点もあって採用しがたい。

材料の中に空洞があるのでなく、砂や砂利のように粒が集まったものの強度についての理論的な研究も行われているが、ここでは省略する。

以上は理論からの降伏条件の考察であるが、実験により岩石やコンクリート、土などの降伏条件を求める研究もMohr, Coulomb, Hoek-Brown, 日比野⁷¹⁾, William & Warnke⁷²⁾, Lade⁷³⁾, 松岡, 中井により行われている。これらより、実際の降伏曲面は次のような性質があるとされている⁷²⁾。

- ① 全体は滑らかな外側に凸な表面を持つ
- ② 偏差応力面は圧縮応力が小さいときは三角おむすび形で、圧縮応力が大きくなるにつれて円に近づく。
- ③ 子午線の形は引張り側では、中立軸に直角、圧縮力が大きくなれば中立軸に平行に近くなる。

これによく合うのはLadeの理論、松岡, 中井, またはWilliam & Warnkeの式などである。

代表的なものとして、Ladeの理論、松岡, 中井, またはWilliam & Warnkeの式などである。

代表的なものとして、Ladeが粘着力のない土(砂)について提案した式を紹介する。

$$\left(\frac{I_1^3}{I_3} - 27\right) \left(\frac{I_1}{P_0}\right)^m = \eta_1 \quad (26 \cdot 25)$$

コンクリートや岩石に対しては、つぎのように修正⁷⁴⁾をして、この式を用いることができる。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_x &= \sigma_x + f_t \\ \bar{\sigma}_y &= \sigma_y + f_t \\ \sigma_z &= \sigma_z + f_t \end{aligned} \quad (26 \cdot 26)$$

ここに、 $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$, $I_2 = \sigma_1 \times \sigma_2 + \sigma_2 \times \sigma_3 + \sigma_3 \times \sigma_1$, $I_3 = \sigma_1 \times \sigma_2 \times \sigma_3$, P_0 : 大気圧, f_t : 一軸引張り強度, $m=1$ のとき、降伏面の子午線は直線, $m>1$ のとき、子午線は曲線、偏差応力面は全応力 I_1 が増えると三角形から円へと変わる。

松岡, 中井は I_1^3 のかわりに、 $I_1 \times I_2$ を用いる式を提案している。そのほか数多くの研究があるが、岩盤については実験などもむずかしく、研究も進んでいないようである。

ぜい性材料全体がせん断される場合について述べた論文はまだあまり見かけないが、W. F. Chen⁷⁵⁾ は次のように述べているので、全体せん断が存在することは十分承認されていると考えてよいと思われる。

“金属と高静水圧を受けるコンクリートに対しては、降伏値に及ばず静水圧の影響を無視してもよい。せん断応力は金属および高圧下のコンクリートの降伏の主要原因となるはずである。そのような場合、等方性の降伏基準 $f(s_1, s_2, s_3) = 0$ または $f(J_2, J_3) = 0$ を支配するせん断応力の関数形を決定することが問題となる。”

茂木の図(図-27・2)⁷⁶⁾は、延性降伏とぜい性破壊の境界を過ぎると、軸差強度は拘束圧力に関係なくなる(水平になる)ことを示しているし、西田らの実験結果(図-27・4)⁷⁷⁾は、ぜい性破壊の時の体積膨張、圧密破壊のときの体積収縮、 I_1 が大きくなったときの圧密破壊(end cap)を示している(なぜか、延性降伏のときの体積一定は見られないが)。

偏差応力面は、全圧縮応力 ($-I_1$) が小さいときは三角おにぎり形で、 $-I_1$ が大きくなると円に近づくと言われている。これをよく表している降伏条件式としては、Lade⁷³⁾の式、松岡, 中井の式、William & Warnke⁷²⁾の式などがあるが、2次元では子午線の形だけが問題でトンネルについてはあまり関係ない。end capはいったん緩んだ地山が再び圧密される現象に関係する。

◎ Griffith理論も、Murrell, その他の修正理論もいずれも応力を線形弾性理論で計算し、材料はある一定の応力に達すれば壊れると仮定しているが、材料が壊れる状態のときには線形弾性よりはるかに離れていることは

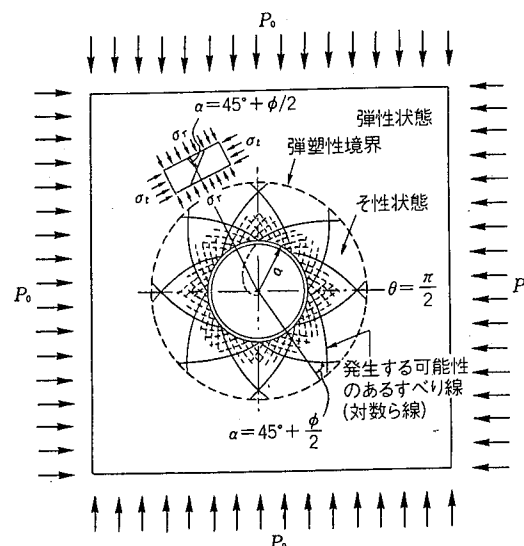


図-27・1 トンネルの周りにできるそ性域とすべり線

図-26・2からもあきらかである。したがって、だ円形ではなく、円盤形などのより複雑な形状を仮定して計算することは、学問上は興味があるとしても、結果が非常に正確になるとは考えられない。Griffith理論により、例えば鉛の強度を基にひび割れの大きさを計算すると、径1mmの針金のなかに、先端の丸み ρ は原子間の離れ程度で長さが1mmの大きさのひび割れがあることになるそうで⁶⁵⁾、まだまだわからないことが多いようである。厳密には、図-26・2に示したような関係を用いて計算し直すべきなのであろう。

しかし、現状のGriffith理論からでも、多くの本質をついた問題点を学ぶことができることは確かである。

◎ Griffithのひび割れ理論による破壊はある強度に達したら分離破壊するので脆性破壊に相当し、このような材料(ガラス、硬岩、無筋コンクリート)に対しては許容応力設計法は合理的な設計法である。

格子欠陥による転位の移動は完全弾塑性体に相当し、弾塑性設計は、このような材料に対し合理的な設計法である。実際の材料は粒子境界での格子欠陥の集積などがあり、塑性硬化を起こすことが多いので、弾塑性設計法も近似設計法になる。ロックボルトや吹付けコンクリートで補強した地山も弾塑性設計で一応近似できると考えられる。

◎ 全体が圧縮破壊する場合について述べた論文や実験もまだ少ないが、一部の人は注目している。ぜい性と延性の区別については、茂木⁷⁶⁾, Byerlee⁷⁸⁾の論文のほかにも定性的には認めている人は多いが、Griffith理論などの破壊理論と結付けた議論は見当たらない。したがって、ここに述べた議論はまだ学会の定説と言うわけでは

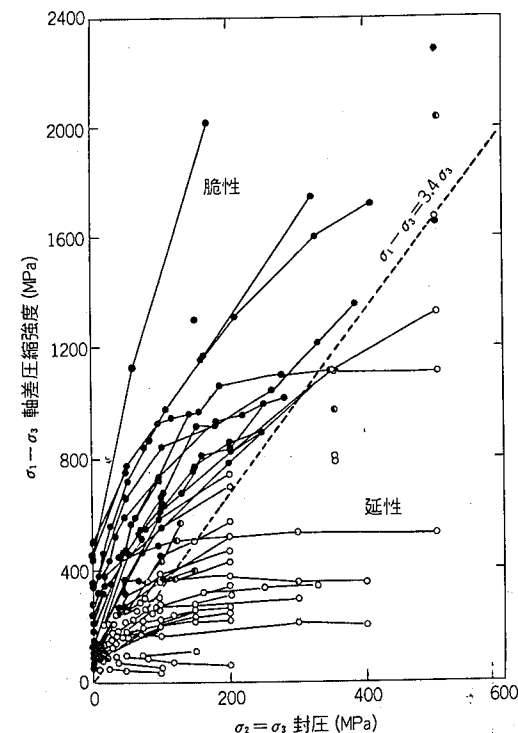


図-27・2 岩石のぜい性破壊と延性降伏の区別(1)

ない。多分に筆者の独断である。

§27 軸対称円形トンネル(Mohr-Coulombの降伏条件の場合)

§27-1 応力分布

20節で計算したように、静水圧状態の地山内にある円形トンネルでは、壁面上の切線方向の応力は $2p_0 - p_1$ (外圧 $\times 2$ - 支保工反力) になるが、この応力が地山の降伏強度を越えると、その部分の地山は降伏する。このような一部弾性、一部塑性の地山(図-27・1)についてまずもっとも解きやすい次のような条件の場合について解いてみる。

①地山は降伏後、その強度は一定のまま、流動化する(弾性完全塑性、または完全弾塑性)。すなわち、応力-ひずみ曲線は図-26・4の実線のようになる(純金の山の中を掘り進んでいるわけではないから実際はこのようにならない方が多い。しかし、まず、簡単な場合について解いてみて基本式をしっかりとつくり、順次複雑な方へ進むと言うのが間違いを少なくする最良の方法と考えられるので、このようにするわけである)

②降伏条件は、モール、クーロンの基準に従う。すなわち、せん断力が $\tau = c + \sigma_n \cdot \tan \phi$ に、主応力で表せば(27・1)式に達したとき降伏する(図-27・2)。

具体的に式を導くための条件は、

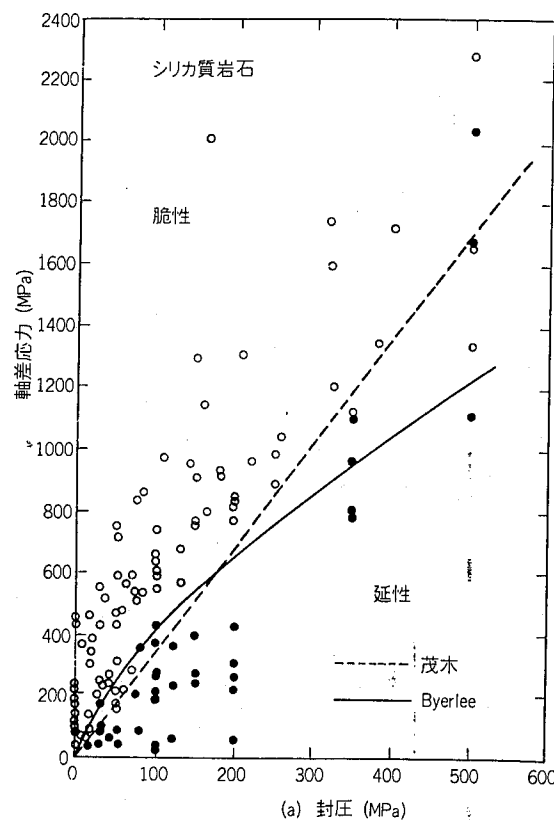


図-27-3 岩石のぜい性破壊と延性降伏の区別

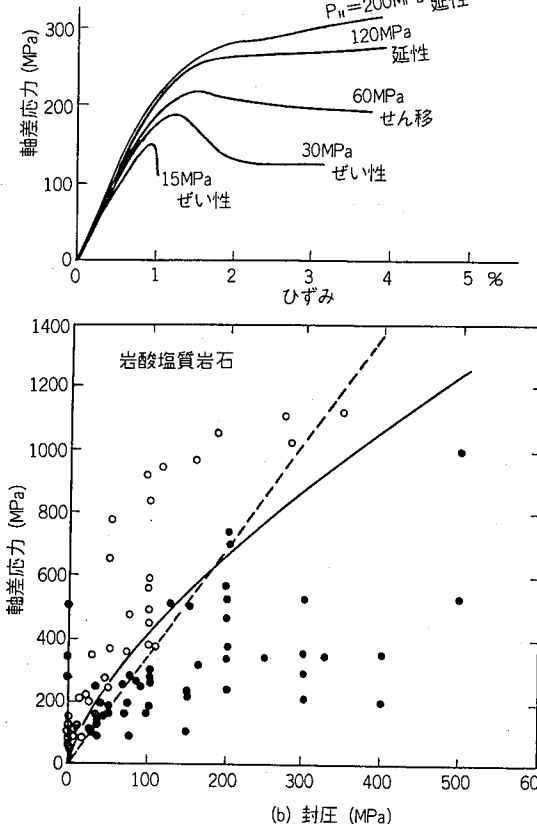
- ① 応力も変位も軸対称である。したがって、 σ_r 、 σ_t は主応力になる。
- ② 支保工の背面では支保工反力 p_i が働いている。
- ③ 弾塑性の境界 (半径 R) より外側の地山は弾性状態である (図-27-1)。
- ④ 弾塑性の境界 ($r=R$) とトンネル内空面 ($r=a$) の間は、塑性状態である。そこでは σ_t と σ_r の間にはモール・クーロンの降伏条件より導かれる次の関係がある。

$$\sigma_t = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi} \sigma_r - \frac{2c \cos\phi}{1-\sin\phi} \quad (27.1)$$

$$= \sigma_r \cdot N_\phi - 2c\sqrt{N_\phi}$$

$$= \sigma_r \cdot \lambda_\phi - \sigma_{sd} = \sigma_r(m+1) - s \quad (27.1')$$

ここに、 c ；地山の粘着力、 ϕ ；地山の内部摩擦角、 $\lambda_\phi = (1+\sin\phi)/(1-\sin\phi) = N_\phi = \tan^2(45^\circ + \phi/2) = m+1$ ；受動土圧係数、 $\sigma_{sd} = 2c \cos\phi / (1-\sin\phi) = 2c\sqrt{N_\phi} = s$ ；地山の1軸圧縮強度 (記号はプラスにとる)。 c や ϕ でなく、 m や s という記号を使ったわけは、この方が後々式を書くのにウンと楽になるからである。ただし、モール・クーロンの降伏条件はかなり簡略化したもので、実際はなかなかこのとおりにはならないが、これも、この場合についてしっかり間違いなく式を解いておくと、他



- ⑤ その性域でも応力のつり合いの式はなり立つ。したがって、式 (20.3) より

$$\sigma_r + r d\sigma_r / dr = \sigma_t \quad (20.3 \text{再記})$$

これは、軸対称であれば必ず成り立つ式である。さて、準備はこのくらいにして、この式にクーロンの降伏条件の式を代入すると、

$$-m\sigma_r + r d\sigma_r / dr = -s \quad (27.2)$$

これを移項して整理すると、

$$\frac{dr}{r} = \frac{1}{m} \cdot \frac{d\sigma_r}{\sigma_r - s/m} \quad (27.3)$$

両辺を積分すると、

$$\ln r = (1/m) \ln(\sigma_r - s/m) + A \quad (27.4)$$

ここに、 A は積分定数である。境界条件として $r=a$ のとき、 $\sigma_r = p_i$ (トンネル内空での支保工反力)、 $r=R$ のとき、 $\sigma_r = p_R$ (弾塑性境界での外圧) とすると次式が得られる。

$$\ln(a/R) = (1/m) \ln[(p_i - s/m)/(p_R - s/m)] \quad (27.5)$$

その性域内の任意の半径のところでは、

$$\ln(a/r) = (1/m) \ln[(p_i - s/m)/(\sigma_r - s/m)] \quad (27.6)$$

この式を解くと、

$$(p_i - s/m)/(p_R - s/m) = (a/R)^m \quad (27.7)$$

同様に、その性域内の任意の点の応力も次のように求められる。

$$\sigma_r = s/m + (p_i - s/m)(r/a)^m \quad (27.8)$$

$$\sigma_t = s/m + (m+1)(p_i - s/m)(r/a)^m \quad (27.9)$$

一方、弾性範囲については半径 R のトンネルの内面に弾性範囲に保つのにギリギリの圧力 (内圧) p_R を受けているものと考えることができる。すなわち、 $r=R$ のところでは σ_r と σ_t の間にモール・クーロンの降伏条件が成り立っているはずである。一方、弾性解析より $\sigma_r + \sigma_t = 2p_0$ であるから、

$$2p_0 = \sigma_r + \sigma_t = (m+2)\sigma_r - s \quad (27.10)$$

$$p_R = \frac{2p_0 + s}{m+2} \quad (27.11)$$

これは、§20で求めた地山を弾性範囲に保つためにギリギリ必要な最小限の支保工反力 p_i (20.38) と同じである。これを (27.7) 式に代入すると、

$$p_i = s/m + [2/(m+2)](p_0 - s/m)(a/R)^m \quad (27.12)$$

$$= c \cot\phi - (1-\sin\phi)(\gamma H + c \cot\phi)(a/R)^{2\sin\phi/(1-\sin\phi)} \quad (27.13)$$

これは、Rabcewicz が引用している Fenner の式 ((10.1)式、圧縮を+で表している) とわずかに違うが、基本的には同じである。Fennerの式の誘導に少し誤りがあったものと思われる (後で説明する)。 (27.5) 式を R について解くと、

$$\left(\frac{a}{R}\right)^m = \frac{p_i - s/m}{p_R - s/m} = \frac{p_i - s/m}{(2p_0 + s)/(m+2) - s/m} \quad (27.14)$$

$$\therefore R = a \left(\frac{2}{m+2} \cdot \frac{p_0 - s/m}{p_i - s/m} \right)^{1/m} \quad (27.15)$$

$$\text{または、} R = a \left(\frac{p_R - s/m}{p_i - s/m} \right)^{1/m} \quad (27.16)$$

(27.12)、(27.16)式より、支保工の反力 p_i を減らすと、塑性域 R が広がることがわかる。塑性域では、 s 、 m が s' 、 m' に低下するものとすれば、

$$R = a \left[\frac{2}{m+2} \cdot \frac{p_0 + s/2 - m s'/2m' - s'/m'}{p_i - s/m} \right]^{1/m} \quad (27.17)$$

その性域内の応力を地山の初期応力 p_0 の関数として表わせば、(27.12)とモール・クーロンの式より次のようになる。

$$\sigma_r = s/m + [2/(m+2)](p_0 - s/m)(r/R)^m \quad (27.18)$$

$$\begin{aligned} &= p_0 - (p_0 - s/m)m/(m+2) \\ &\quad - [2/(m+2)](p_0 - s/m)[1 - (r/R)^m] \\ \sigma_t &= s/m + \{(2m+2)/(m+2)\}(p_0 - s/m)(r/R)^m \end{aligned} \quad (27.19)$$

σ_r についての第二の式は、第1項がトンネル掘削前の応力を、第2項が弾性域で負担する荷重を、第3項が塑性域で負担する荷重を表している。差し引きの σ_r が支保工で負担すべき荷重を表している。

これらの式は $\phi=0$ 、または $m=2\sin\phi/(1-\sin\phi)=0$ のときは、このままでは不定になるので、次のように解く。

$$\begin{aligned} \phi \rightarrow 0, m \rightarrow 0 \text{ のとき,} \\ \sin\phi &= \phi - \phi^3/6 + \dots \rightarrow \phi \\ \cos\phi &= 1 - \phi^2/2 + \phi^4/24 \dots \rightarrow 1 - \phi^2/2 \\ \cot\phi &= 1/\phi - \phi/3 - \phi^3/45 \dots \rightarrow 1/\phi - \phi/3 \\ m &= 2\sin\phi/(1-\sin\phi) \rightarrow 2\phi/(1-\phi) \\ a^m &= 1 + m \ln a + (m \ln a)^2/2 + \dots \rightarrow 1 + m \ln a \\ c &= s(1-\sin\phi)/2 \cos\phi \rightarrow s(1-\phi)/2 \end{aligned}$$

であるから、これらを式 (27.12) に代入して、

$$\begin{aligned} p_i &= c(1/\phi - \phi/3) + (1-\phi)(p_0 - c/\phi + \phi \cdot c/3) \times \\ &\quad \{1 + 2\phi/(1-\phi) \ln(a/R)\} \\ &= p_0 + s\{1 + 2 \ln(a/R)\}/2 \end{aligned} \quad (27.20)$$

同様に、その性域内の任意の点の応力は、

$$\sigma_r = p_0 + s\{1/2 + \ln(r/R)\} = p_i + s \ln(a/r) \quad (27.21)$$

$$\sigma_t = p_0 - s\{1/2 - \ln(r/R)\} = p_i + s \ln(a/r) - s \quad (27.22)$$

このときの弾塑性境界の半径 R は (27.21) 式より、

$$\begin{aligned} \sigma_R &= p_0 + s/2 = p_i + s \ln(a/R) \text{ だから,} \\ R &= a \cdot e^{-(p_0 + s/2 - p_i)/s} \end{aligned} \quad (27.23)$$

◎ 弾塑性境界 $r=R$ での応力は、その性域の大きさに関係なく (27.11) 式より次のように求められる。

$$\begin{aligned} \sigma_R &= p_0(1-\sin\phi) + c \cos\phi \\ &= (2p_0 + \sigma_{sd})/(\lambda_\phi + 1) = (2p_0 + s)/(m+2) \\ &= p_0 - (m \cdot p_0 - s)/(m+2) \end{aligned} \quad (27.24)$$

この式で p_0 が荷重、 $(m \cdot p_0 - s)/(m+2)$ が弾性状態の地山が負担する荷重分、言い替えば弾性地山の支持力と考えられる。弾塑性境界での応力 σ_R と内空での反力 p_i (27.12) との差が地山アーチ (Rabcewicz の言う地山の支持リング) が負担する荷重であると考えられる。式 (27.11) と (27.18) より、地山支持リングの支持力は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta\sigma &= \{2/(m+2)\}(p_0 - s/m)[1 - (a/R)^m] \\ &= (p_i - s/m)[(R/a)^m - 1] \end{aligned} \quad (27.25)$$

この式をみると、Rabcewicz の式と違い、地山支持リングの支持力は地山の強度定数 c 、 ϕ 、その性域の大きさ R/a のほかに、 $p_0 - s/m$ (地山の初期圧力 + 強度指数)

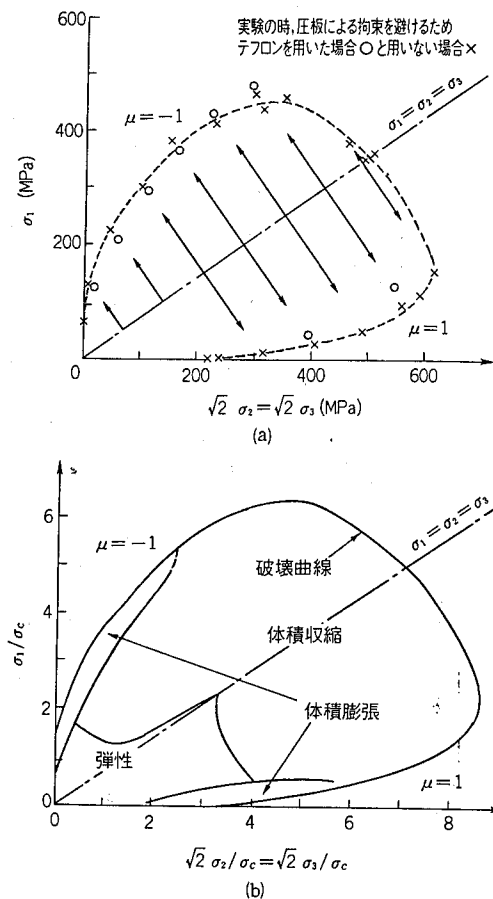


図-27-4 三軸試験による降伏曲線と体積変化

の関数となっている。むしろ、地山の初期圧力が何割かを負担すると考えた方がわかりやすい（正確には初期地圧に s/m だけ加えたものの何割か、 p_0 の記号がマイナスになっているので文章で述べるとこうなる）。地山が深いほど効果が大きい。吹付けコンクリートやボルトと同様なある一定の支持力を持った支持構造物とは根本的に違うものと考えが必要がありそうである。

また、 $c=0$ （したがって強度 s もゼロ）の砂などでは支保工がないといくら変形量を大きくしてもトンネルが安定しない。しかし、多少でも地山の強度があれば、そして、変形が大きくてもかまわないのであれば、トンネルはすべて支保工なしでも安全に自立することになる。これは、仮定が完全弾塑性や自重無視になっているからである。この仮定の甘さによる誤差については後で述べる。

一方、(27-25')式を見ると、支保工、吹付けコンクリートによる内圧 p_i に比例して支持アーチの耐荷力が増えるようであるが、塑性域の大きさ R が小さくなると言う関係もあり、この方の効果が大きい。

◎ Rabcewiczの地山の支持力の計算では、内空面で

の半径方向力を支持リング全体に適用しているので、支持力が小さく計算されている。このことについては彼も気がついていたようであるが、計算式が導けなかったであろう。次のような言いわけがましい説明¹⁰⁾をしている。これを次に引用する。“実際には σ_r , σ_θ および τ は縁から地山の内部に入ることによって増加していく。 τ および α の値を決定し、 σ_r に対して極限巻立て抵抗力 Σp_i （アンカ、吹付けコンクリートおよび、もしあれば補強鋼材）を求めることは支持リングの巻立て抵抗がある程度の安全のための余裕を持って計算されていることを意味する。このようにして得られた余分な安全は、縁から外側へ向かっての σ_r の増加の程度、および岩の特性曲線の角度 ϕ からのずれによって変わる。 σ_r の増加が少なく、特性曲線のゆがみが大きいほど、ここに仮定した単純化による誤差が小さくなる。より正確な値は、計算方法を測定結果に合うよう順次調節していくことにより求められよう。”

◎ 岩石を圧縮によりせん断破壊すると、図-27-1に示すように最大圧縮応力の作用方向に対して $45^\circ - \phi/2$ 、最小圧縮応力の作用方向に対して $\alpha = 45^\circ + \phi/2$ の角度をなしてせん断面が発達する。この方向がもっとも弱い。同じことがトンネル周辺の地山でも起こるので、半径方向に対して常に α の角度をなす曲線（対数らせん線、等角らせん線などと呼ばれる）沿いに地山がせん断される。このせん断線は、そ性域内にはどこでも同じ確率で発生する可能性があるが（図-27-1）、現実には応力や材料の中の強度の不均一な分布などのため、一般には、ひとつ、または二つのせん断面しか発生しないようである。このすべり面（せん断面）の軌跡は次のようにして求められる。図-27-1よりせん断面の傾き α は、次の式で表わされる。

$$r \cdot d\theta/dr = \tan \alpha \quad (27-26)$$

一方、モールの応力円より、

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{\{(\sigma_1 - \sigma_r)/2\} \cdot \cos \phi}{\{(\sigma_1 + \sigma_r)/2\} - \{(\sigma_1 - \sigma_r)/2\} \cos(90^\circ - \phi)} \\ &= \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi} = \sqrt{m+1} \end{aligned} \quad (27-27)$$

この二つの式を連立させて解けば、次のような対数らせんの式が得られる。

$$r = a \cdot \exp\{(1 - \sin \phi) \cdot \theta / \cos \phi\} \quad (27-28)$$

すなわち、Rabcewiczのせん断破壊説と同じ考えになる。

◎ 弾塑性計算による地山内の応力分布を $(a/r)^2$ に対して描くと、弾性域では直線になるが、そ性域では曲線になる。

◎ ここで述べた弾塑性計算は岩盤がぜい性 (brittle) 破壊せずに、延性 (ductile) 破壊をする場合にのみ成

り立つ。岩石は一般にはぜい性破壊をするが、拘束圧力を増やしてゆくと、破壊時の変形量はだんだん増えて、ついには延性破壊するようになることが知られている（図-27-2～3参照）。

地山の变形を許し、地山内のアーチを十分に発達させれば、支保工の耐力はほとんどゼロでもよいような計算式が得られたが、この式が成り立つためには地山が延性状態にあることが必要である（ほんとに計算どおりになるのは純金の中にトンネルを掘るときぐらいである）。茂木清夫¹⁰⁾はぜい性から延性への遷移条件について、岩石をシリカ質岩石と炭酸塩質の岩石にわけて、拘束圧力と軸差応力により、延性とぜい性が区別されるとした。James D. Byerlee¹¹⁾は、同じ考えで茂木と少し違う判別線を与えている（同図実線）。

岩盤についての実験結果はないが、Hoekら¹²⁾は“茂木は……ほとんどの岩石には次の関係が成り立つことを見出した。 $\sigma_1 = 3.4\sigma_3$ (49)……弱面を含む供試体、あるいはすでに破壊した供試体の三軸試験では、ぜい性から延性破壊への転移はインタクトで、かつ均一な岩石供試体試験のように明確には現れない。また、転移が生ずる場合は、インタクトな岩石の場合よりも σ_1 と σ_3 の比がより小さな値で現れるようである。この転移に関するガイドラインについての文献がないので、著者は岩石試験の結果の解析において式(49)の適用性の限界として $\sigma_1 = 2\sigma_3$ の関係を独断的に用いている(6.4)”と述べている。これは、茂木の論文の引用を少し間違っているのかどうか疑問がある（茂木の式は $\sigma_1 - \sigma_3 = 3.4\sigma_3$ である）。しかし、似たような関係があるものと思われる。

◎ 茂木の理論が正しいものとして、延性とぜい性との境界線とMohr-Coulombの降伏条件より求まる降伏時の $\sigma_r \sim \sigma_\theta$ の関係を重ねて書くと、延性変形させるために最少限必要な地山の強度特性 c , ϕ （または m , s ）別の拘束圧力が求められる（上の例では一軸圧縮強度 $\sigma_{cd} = 50 \text{ kg/cm}^2$ の岩石に対して $20 \text{ kg/cm}^2 \sim 70 \text{ kg/cm}^2$ ）。これ以下の拘束圧力の場合は、そ性変形に伴い相当のゆるみや強度低下が起こると考えられる。

施工途中も含めて常に地山が延性になるように、 σ_r と σ_θ の関係を保つように施工するのが望ましいが、完全に守るのは困難である。一般的に施工可能な内空反力としてはロックボルトで $1 \sim 2 \text{ kg/cm}^2$ 、吹付けコンクリートで $5 \sim 10 \text{ kg/cm}^2$ 程度であり、1軸強度 $25 \sim 30 \text{ kg/cm}^2$ の軟岩の場合が施工途中を含めて延性降伏させることのできるほぼその限度であろう。それ以上の1軸強度がある地山では、完全弾塑性の仮定は成り立たず、地山支持リングを利用しようとしても、何らかの強度低下が起こ

ると考えられる。また、施工途中は拘束圧力がさらに下がるので、それをできるだけ防ぎ、その時間をできるだけ短くしてゆるみを防止することが上手な施工と言えよう。だから以上に展開した計算は純金の山の中か、よほどの軟岩の中ではほぼ正しく成り立つが、かなりの強度のある地山内では相当の誤差がでる。しかし、現在多くの場合に行われているトンネルの計算は、99%このような完全弾塑性を仮定している。ゆるみの影響については後で説明する。

◎ 弾塑性境界での外圧 σ_{rn} は、支保工反力 p_i やそ性域の広さ R に関係なく無限遠点での外圧 p_0 と岩盤の強度特性 σ_{cd} , c , ϕ で決まる（式27-11）。したがって、この値をトンネルに働く荷重と考えると、そ性域内を地山アーチとする考え方とよく合う。Rabcewiczは、ロックボルトが打込まれている範囲だけを地山アーチとする考え方¹³⁾を示しているが、これはロックボルトによりぜい性破壊することを防止されて、延性破壊する範囲のみが有効と考えたのだとすれば、一応合理的である。しかし、そ性範囲よりはるかに短いボルトの絵が示されている論文もあり¹⁴⁾、この点でRabcewiczの考えは必ずしもはつきりしていないが、非常に軟弱な地山ではロックボルトなしでも十分な拘束圧力が得られることもあることを、示しているようである。施工上からは、ロックボルトの長さはトンネル径程度が一つの限度になっていて、そ性域がそれ以上にひろがってもやむを得ない。一部には長いボルトが有効だとして、数多くの長いボルトを打設した施工例もあるが、ボルトなしでも塑性域として有効に地山支持アーチになるとすれば余り有効とは考えられない。

吹付けコンクリートによる拘束圧力だけでも、延性破壊をさせるのに十分な場合が計算上はでてくるが、これは次のような理由によりあまり期待しない方がよいと考えられる。

a) 吹付けコンクリートは、ヤング率が高く、地山内にそ性域ができるほど変形することは一般にできない（隙間を設けて吹付けるなどの工夫が必要であるが、このときはロックボルトを併用する必要がある）。

b) 吹付けコンクリートはリング閉合して円筒形になるまでは信頼できる有効な内圧効果は期待できない（地質、断面の大きさなどにもよる、上半だけ、天端近くだけの吹付けコンクリートで十分有効な場合もある）。その場合は剛性は半分以下になる。

c) そ性変形に伴って、吹付けコンクリートがせん断されると、急激に耐力は低下する。耐力低下を上回る荷重低下があれば、再び安定して安全であるが、これは一般には期待できないことで避けるのが賢明である。

d) 地山がせん断破壊され、すべるときは、すべり面で膨張が起こるが、遠いところで拘束している場合は、比較的容易に中間の地山の弾性変形で、この膨張を吸収してしまう。そのため、拘束圧力は計算上求まる値そのものであり、比較的小さい。全面接着式のロックボルトの場合には滑り面をすぐ近くで拘束するので、すべり面での膨張により、拘束圧力は大幅に上昇する。そのため、拘束力は等質、等方体として計算したものよりも大きくなり、はるかに有効であり、信頼できる。

十分な量のロックボルトを併用した吹付けコンクリート、適切な時期に施工した、現場の条件によく合った吹付けコンクリートは、もち論非常に有効であるが、ボルトと吹付けコンクリートの効果を別々に計上できるものではないようである。また、ここに述べた簡単な計算にすべての効果が含まれているわけではない。

◎ 強度の低い地山は小さな拘束圧力で十分延性変形させることができるが、強度の高い地山では延性変形をさせることがむずかしいことが茂木の図からわかる。地山支持アーチを形成させれば、相当大きな土圧にも耐えられると言うことであれば、延性降伏させるのに必要な最少拘束力が実際の地山内でのトンネルの必要最少支保工ということになる。つまり、地山の強度が低いほど最少支保工は小さくて済むという一見常識に反するような結論がでる。

実際には変形はいくら大きくてもよいとは限らず、変形が大きくなり過ぎると、トンネルの使用目的に合わなくなるばかりでなく、支保工が破壊して、支保工耐力の方が減り、全体が破壊してしまうことになる。

地山強度が高ければ、延性変形させて地山支持アーチに期待するまでもなく、多少の支保反力があれば地山は弾性範囲内で安定するので、これは弾性問題であり、上に述べた最少支保工力よりも小さい支保で十分の場合が多いことになる（部分的に弱いところ、浮き石などを補強したり、凹凸による極端な応力集中を緩和したりするだけで十分である）。

ただし、土かぶりが数1000mもあるような深い鉱山などで、かなり強度のある地山なのに、作用荷重がその強度を上回るときは、地山支持アーチを形成させるために延性降伏させる必要があり、そのときは相当大きな支保工力が要ることになる。Issacsonの報告⁷⁹⁾などに見られるダイヤモンド鉱山などのかなり土かぶりの深いところで起こる山はねは、初期地圧が非常に高いところで、延性降伏させるほどの拘束圧力は得られず、地山と支保工がともにぜい性破壊してしまう現象と考えられる。

◎ Rabcewicz^{19), 20)}も引用しているFennerの式は、ここに紹介したものと少し違う。幸いTalobre²⁰⁾が式の誘

導を紹介しているので、それが、ここで導いたのとどう違うか見ていただきたい。

“ひび割れのある岩盤の場合の釣合の条件は、

$$\frac{\sigma_r + c \cot \phi}{\sigma_r + c \cot \phi} = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (a)$$

トンネル軸から距離 x にある点のつり合い条件は、つり合いの一般的関係から、

$$(\sigma_r - \sigma_t) dr = r d\sigma_r \quad (b)$$

この二つの関係から σ_t を消去すれば、次の式が得られる。

$$\frac{d(\sigma_r + c \cot \phi)}{\sigma_r + c \cot \phi} = \frac{dx}{x} \left(\frac{\sigma_r + c \cot \phi}{\sigma_r + c \cot \phi} - 1 \right) \quad (c)$$

故にこれを積分して、

$$\sigma_r = -c \cot \phi + A \left(\frac{x}{r} \right)^{2 \sin \phi / (1 - \sin \phi)} \quad (d)$$

弾塑性境界の応力は、両方から計算したものが等しいはずだから、

$$-c \cot \phi + A \left(\frac{R}{r_p} \right)^{2 \sin \phi / (1 - \sin \phi)} = p_0 (1 - r^2 / R^2) \quad (e)$$

塑性帯の境界面上では、

$$R^2 = r^2 / \sin \phi \quad (f)$$

$$\sigma_r = p_0 (1 - \sin \phi) \quad (g)$$

$$\sigma_t = p_0 (1 + \sin \phi) = p_0 (1 + r^2 / R^2) \quad (h)$$

これより、次のようになる。

$$p_i = -c \cot \phi + [c \cot \phi + p_0 (1 - \sin \phi)] \left(\frac{r}{R} \right)^{2 \sin \phi / (1 - \sin \phi)} \quad (i)$$

(g)(h)式は粘着力 c がゼロのときだけ成り立つのであって、他のところで c が出てくる式で使うのはおかしいわけであるが、わかってしまえば何と幼稚なところで間違っただけかなという気がするところである。(f)式の根拠も不明である。

しかし、これはある程度避けられない誤りではなかろうか。ちなみに、Kastnerの改訂版では訂正されている。

◎ Terzaghi⁷⁾は立坑まわりの土圧計算の式としてWestergaard(1940)の解いた次のような式を紹介している。

$$\sigma_r = \left(\sigma_0 + \frac{2c\sqrt{N_s}}{N_s - 1} \right) \left(\frac{r}{r_0} \right)^{N_s - 1} - \frac{2c\sqrt{N_s}}{N_s - 1}$$

$$\sigma_t = N_s \left(\sigma_0 + \frac{2c\sqrt{N_s}}{N_s - 1} \right) \left(\frac{r}{r_0} \right)^{N_s - 1} - \frac{2c\sqrt{N_s}}{N_s - 1}$$

この式は、Fennerの式と関係ないようであるが、表現を変えたらちゃんと上に導いた式と合っている。ただ、これは立坑の場合として引用されていて、水平のトンネルには利用していない。立坑の場合にしても、Rabcewiczのようにトンネルの土圧を減らす手段として利用しようというところまでは行っていない。学者であったTerzaghiと、実務的なトンネル屋であったRabcewiczの違いであろうか。

◎ Terzaghiの式、Fennerの式などが同じことを表しているも形がまるで違う。数式は世界共通語と言われることもあるが、こんな問題も常につきまとう。複素関数などが入ってくると、この傾向はますますひどくなる。ちょうど外国語の文献や暗号の入った文章でも読んでいるような具合である。違う本で同じことを書いてあっても記号が違ったり、式の表現法が違ったりとまるで違うことかと思ひ、学者の間でもまだ意見の統一がなくて、とても実用になる段階ではないと早合点したのだが、実は同じことを表すのに記号が違っていただけでしたなどと言うことがありえることになる $(1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)$ と $\tan^2(45^\circ + \phi/2)$ は同じだということは、三角関数の公式を調べてみればすぐわかることであるが、いつもそんな数学公式集を手元において本を読んでいるわけではないのでついつい違うことを書いてあると思ひ込んでしまうことが多い。

◎ 塑性域を広くしてやると (R を大きくすると) 支保工で受ける土圧が減ることはこれでわかるが、塑性域の広さは、弾性波試験かポアホールテレビなどで測ることができるはずである、それもなかなかむずかしい。それより、内空変位の方が簡単にわかるし、実際は影響も効果も大きいので次には内空変位と土圧の関係を求めてみましょう。

参考文献

- 51) L. Obert, W. I. Duvall; Rock mechanics and the design of structures in rock, John Wiley and sons Inc. 1967.
- 52) 日本材料学会; 岩石力学とその応用, 丸善, 1966.
- 53) R. E. Goodman (大西有三・谷本親伯訳); やかりやすい岩盤力学, 鹿兒島出版会, 1984.
- 54) 御牧陽一・蔵持慈男・工藤奎吾; 今市地下発電所の施工と空洞周辺岩盤の挙動について, 電力土木, No. 185, 1983, 7.
- 55) N. Yamaguchi; On the stresses around a horizontal circular hole in gravitating elastic solid, 土木学会誌, vol. 15, No. 4, 1929, 4.
- 56) R. D. Mindlin; Stress distribution around a tunnel, Proc. ASCE, Vol. 65, No. 4, Apr. 1939.
- 57) 木山英郎, 藤村尚; 地下浅所のトンネル掘削に伴う地表沈下の弾性解析, 土質工学会論文報告集, vol. 22, No. 3, Sept. 1982.
- 58) C. E. Inglis; Stress in a plate due to the presence of cracks and sharp corners, Trans. Inst. Naval Architects, vol. LV, 1913.
- 59) Neuber; 切り欠き応力論, 磯部茂生(訳), コロナ社, 1943.
- 60) Timoshenko, Goodia; 弾性論.
- 61) B. Ladayni; Use of the longterm strength concept in the determination of ground pressure on tunnel linings, Advance in Rock Mechanics, Proc. ISRM 3rd, vol. 2B, 1974.
- 62) 大南正瑛編; 材料強度学総論, 材料強度学講座 1, オーム社, 1984.
- 63) 横堀武夫; 材料強度学 第2版 岩波書店, 1974.
- 64) 大橋一利; 破壊のメカニズム, 丸善, 1987.
- 65) 幸田成康編; 100万人の金属学 基礎編, 株式会社アグネ, 1965, 1990改訂
- 66) Griffith, A. A.; Theory of rupture, Proc. 1st. Int. Conf. for Appl. Mech., 1924.
- 67) Griffith, A. A.; The Phenomena of Rapture and Flow in Solids, Philosophical Trans. of Royal Society, 221, Oct. 1920.
- 68) 今田徹; 岩盤力学入門(9) トンネルと地下, 1985, 10.
- 69) Murrell, S. A. F.; A Criterion for brittle fracture of rocks and concrete under triaxial stress, and the effect of pore pressure on the criterion, Fairhurst ed. Rock mechanics, 5th Int. Con. Rock Mech. Quarterly Colorado Sch. Mines所収
- 70) F. A. McClintock, J. B. Walsh; Friction on Griffith cracks in the rocks under pressure. 1962.
- 71) 日比野敏; 砂, 粘土, 硬岩や断層材料など地盤材料の非線形な物性について, 第10回土質工学会研究発表会
- 72) Chen, W. F.; コンクリート構造物の塑性解析, (色部誠, 河角誠, 安達洋監訳) 丸善, 1985.
- 73) Lade, P. V.; Three-parameter failure criterion for concrete, J. of the Engr. Mech. Div., ASCE, EM5, Oct. 1982
- 74) 茂木清夫; 地球科学 8 岩石力学と地震 岩波書店 1978.
- 75) 西田正, 江崎哲郎, 青木一男, 木村強, 安達健一; 一般応力下における岩石のひずみ制御試験と破壊曲面について, 岩盤力学シンポジウムNo. 17, 1985, 土木学会.
- 76) 木村強・江崎哲郎・青木一男・西田正; 塑性論に基づいたEnd Cap型の降伏関数について, 日本鉱業会誌, 1987, 2.
- 77) Mogi, K; Pressure dependence of rock strength and transition from brittle fracture to ductile flow, Bull. Earthquake Res. Inst. Tokyo Univ., 44, 215-232, 1966b.
- 78) Byerlee, James D.; Brittle-ductile transition in rocks, J. of Geophysical research, vol. 73, NO. 14, July 15, 1968
- 79) Issacson, I.; トンネルの力学, 鹿島出版会, 1971.

土木情報 No. 225

今月の主な入札結果

(1月11日～2月10日)

事業主体	工 事 名	請 負 会 社	請負額 単 位 百万円
東北地建	113号二井宿第2 T その2	三井建設	407
関東地建	那珂導水路水戸 T その1	五洋・フジタTV	1,266.9
"	" その2	大成・大林JV	1,246.3
中部地建	愛国-302号松戸共同溝その2	日本国土開発	553
中国地建	つばかめ山T (鳥取県)	三井・不動JV	1,328.7
四国地建	194号寒風山T (高知側)	熊谷・奥村JV	1,835
九州地建	佐賀導水路地区管路 (その1)	東急建設	406.85
"	" (その3)	戸田建設	466.59
"	" (その4)	間組	545.9
水資源公・関西	比奈知ダム・仮排水路T	日本土建	243
"・筑後川	山口調整地連絡T その3	地崎工業	234.84
道公・東京第2	上信越道太郎山T東 (その1)	大成・大日本JV	2,744.95
道公・新潟	磐越道竜ヶ岳T東その1	前田・青木JV	3,620.45
下水道事業団	西宮市西宮浜汚水幹線建設	鹿島・新井JV	930.09
千葉県	幕張C地区共同溝工事1工区	鹿島・りんかいJV	886.83
"	" 2工区	大成・大都JV	1,130.94
都水道局	大田区羽田5-3～羽田空港1-1地先間配水管	日産・伊藤JV	628
神奈川県	帷子川都市河川帷子川分水路軽井沢第1工区	日本国土・三菱・加藤JV	2,688.3
"	" 帷子川分水路羽沢立坑建設	大林・イワキ・日成JV	1,156.69
"	相模流域・大磯平塚幹線43-1工区	佐藤・勝村・小島JV	1,225
"	" 43-2工区	フジタ・大岩JV	972
山梨県	原浅尾葦崎線 (須玉町比志、霧山T 2工区)	国際・川手工業JV	153
広島県	432号松崎T	戸田・広成	1,287.5
川崎市	渋川雨水貯水留管その1付帯第177号 (幸区矢上、中原区木月)	大成・前田・フジタ・東急・ 白石・浅沼JV	520.97
大阪市交通局	高速電気軌道7号線・中央区南船場4・ 心斎橋停留場西部 (6工区)	佐藤・浅沼・東洋JV	1,720
"	高速電気軌道7号線・中央区南船場4・ 南船場3間・心斎橋停留場東部 (7工区)	飛島・松村・村本JV	2,460
"	高速電気軌道7号線・中央区南船場2・ 松屋町間・長堀橋停留場その1および地下 線路 (8工区)	フジタ・青木・日本国土JV	4,850
"	高速電気軌道7号線・中央区安堂寺町2～1間・ 谷町6丁目停留場 (9工区)	前田・東急・日産JV	4,250
尼崎市	仮称・阪神尼崎駅前駐車場建設	鴻池・阪神土木JV	2,960
都臨海副都心建設(株)	青梅地区供給管共同溝その2	フジタ・株木・大木・奈良JV	3,863
神奈川県内広域水企	径900mm送水管 (綾瀬・上今泉間)敷設 (その1)	東亜・国土開発JV	1,022
"	" (その3)	鉄建・相模土建JV	857
"	" (その4)	住友・京浜開発JV	1,157
"	" (その5)	小田急・中村JV	891
岡山県吉井川水企	南部幹線送水管敷設 (才崎工区)	五洋・元川JV	748.81
台北市	台北地下鉄建設工事板橋～南北線・市政府駅～ 松山駅間	地崎・泛亜工程建設JV	14,500



わかりやすいトンネルの力学(8)

0 § 27-2 変位およびひずみの求め方……体積一定とした場合

トンネル周辺の地山が塑性化した場合でも、トンネルの内空変位を求めることができればいわゆる Fenner-Pacher 曲線、地山応答曲線が計算できる。この地山応答曲線を利用してトンネルの掘削管理を行うことを、合理的なトンネル掘削法として推奨している人も多く、最近の研究報告も多い⁽⁸⁰⁾⁽⁸¹⁾⁽⁸²⁾。そこで、この曲線の計算法を検討してみよう。

弾性域 ($r > R$ の領域) のひずみや変形は、§ 20の方法で求めることができる。塑性域 ($a < r < R$) のひずみを求めるにあたっては、金属材料などの解析では塑性変形に伴う体積変化はないとしている場合が多いので、まず、それにのりた解析を行ってみよう (金属結晶間のすべりにより塑性変形する金属の場合は、理論的にも実験によっても塑性変形に伴う体積変化はないことが確かめられている。原子同志が手をつなぎあっている固体で、手をつなぎ相手を替えるだけと考えると、体積は別に変化しなさそうである。岩石の場合はそうもいかないようであるが、これについては後で述べる)。

いま、弾塑性境界 $r = R$ のところで ΔR の変化が起こり、トンネル内空 $r = a$ で Δa の変位が起こるとすると、体積一定の仮定より次の式が導かれる (図-27・5参照)。

$$(R^2 - a^2)\pi = [(R + \Delta R)^2 - (a + \Delta a)^2]\pi \quad (27 \cdot 29)$$

$$\therefore \Delta a = -a \pm \sqrt{a^2 + 2R \cdot \Delta R + \Delta R^2}$$

$$= -a \pm \sqrt{(a + R \cdot \Delta R / a)^2 - (R \cdot \Delta R / a)^2 + \Delta R^2} \quad (27 \cdot 30)$$

いま、±は+をとる ΔR^2 の項は、他の項に比べて小さいので無視することにとすると、

$$\therefore \Delta a = R \cdot \Delta R / a \quad (27 \cdot 31)$$

ここに、弾塑性境界の変位 ΔR は § 20 の (20・23) 式より、

$$\Delta R = -R(1 + \nu)(p_R - p_0)/E \quad (27 \cdot 32)$$

しかるに、(27・11) 式より弾塑性境界での圧力 p_R は、

*飛島建設(株)技術本部技術企画部担当部長

1992年(平成4年)3月

福島 啓一

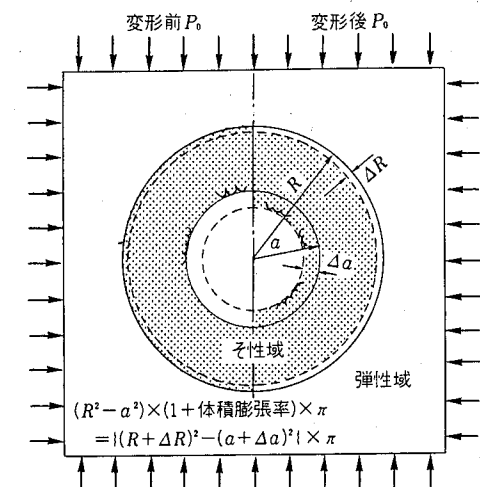


図-27・5 変位量の関係

$$p_R = (2p_0 + s)/(m+2) \text{ であるから、}$$

$$\therefore \Delta R = [(1 + \nu)/E] R \{m/(m+2)\} (p_0 - s/m) \quad (27 \cdot 33)$$

$$\therefore u_a = \Delta a = (R^2/a) [(1 + \nu)/E] \{m/(m+2)\} (p_0 - s/m) \quad (27 \cdot 34)$$

また、式(27・12)よりトンネル内空での支保工反力 p_i は、

$$p_i = \{2/(m+2)\} (p_0 - s/m) (a/R)^m + s/m$$

であるから、これより、内空変位 u_a と支保工に働く荷重 p_i との関係は次のように求められ、いわゆる地山応答曲線、ないし Fenner-Pacher 曲線を書くことができる。

$$u_a = \frac{1 + \nu}{E} \frac{(p_0 - s/m)^{1+2/m} \{m/2\} \{2/(m+2)\}^{1+2/m}}{(p_i - s/m)^{2/m}} \quad (27 \cdot 35)$$

(以上の計算ではトンネルを掘削する前の変位は含まれていないこと、それでよいことに注意のこと。実際に計算するときには R を仮定して、(27・34) と (27・12) より u_a と p_i を別々に計算する方がやりやすい)

次にひずみは変位を微分して求めることができる。た

だし、この場合のひずみにはトンネル掘削前の変位も含んでいなければならないので、次のようになる。

まず、上に求めた弾塑性境界の変位 ΔR に、(19・22)式を参考にして、トンネル掘削前の変位を加えると、

$$\therefore \Delta R = u_R = [(1+\nu)/E]R\{m/(m+2)\}(p_0-s/m) + [(1+\nu)(1-2\nu)/E]p_0 \cdot R \quad (27\cdot36)$$

$$\therefore u_r = [(1+\nu)/E](R^2/r)\{m/(m+2)\}(p_0-s/m) + [(1+\nu)(1-2\nu)/E]p_0 \cdot r \quad (27\cdot37)$$

これより、ひずみは軸対称の基本式(20・4)を用いて次のように求められる。

$$\varepsilon_r = du/dr = -\{(1+\nu)/E\}(R^2/r^2)\{m/(m+2)\}(p_0-s/m) + [(1+\nu)(1-2\nu)/E]p_0 \quad (27\cdot38)$$

$$\varepsilon_t = u/r = \{(1+\nu)/E\}(R^2/r^2)\{m/(m+2)\}(p_0-s/m) + [(1+\nu)(1-2\nu)/E]p_0 \quad (27\cdot39)$$

これを弾性変形と塑性変形、また、変形の段階ごとにわけるとまず半径方向のひずみは(図-27・9参照)。

$$\textcircled{A} \quad \text{トンネル掘削前} \\ \varepsilon_{r1} = \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{E} p_0$$

$$\textcircled{A} \rightarrow \textcircled{B} \quad \text{掘削による弾性変形} \\ \varepsilon_{r2} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{-m}{m+2} (p_0-s/m)$$

$$\textcircled{B} \rightarrow \textcircled{C} \quad \text{掘削による塑性変形} \\ \varepsilon_{r3} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{m}{m+2} (p_0-s/m) \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) \quad (27\cdot40)$$

次に接線方向のひずみは、

$$\textcircled{A} \quad \text{トンネル掘削前} \\ \varepsilon_{t1} = \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{E} p_0 = \varepsilon_{r1}$$

$$\textcircled{A} \rightarrow \textcircled{B} \quad \text{掘削による弾性変形} \\ \varepsilon_{t2} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{m}{m+2} (p_0-s/m) = -\varepsilon_{r2}$$

$$\textcircled{B} \rightarrow \textcircled{C} \quad \text{掘削による塑性変形} \\ \varepsilon_{t3} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{-m}{m+2} (p_0-s/m) \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) = -\varepsilon_{r3} \quad (27\cdot41)$$

一方、弾性域の変位は(20・22)式に(27・24)の弾塑性境界の圧力 σ_R を代入して、次のように求められる。

$$u_r = [(1+\nu)/E](R^2/r)\{m/(m+2)\}(p_0-s/m) + [(1+\nu)(1-2\nu)/E]p_0 \cdot r \quad (27\cdot42)$$

(この変位には掘削前の分も含んでいる)

これを見ると、(27・37)と(27・42)は同じであり、つまり、体積変化を無しと考える限りひずみや変位の分布は弾性域も塑性域も、同じ式で表されることがわかる。

[計算例 8] $E=1000\text{kg/cm}^2$, $\nu=0.4$, $\gamma=2.0\text{t}$

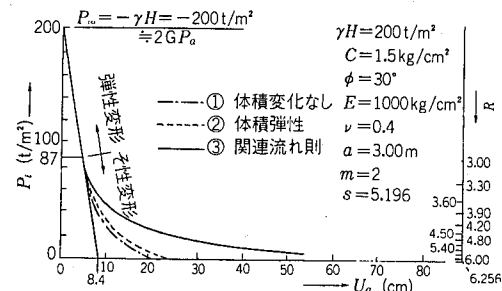


図-27・6 Fenner-Pacher曲線の計算例

$/\text{m}^3$, $c=1.5\text{kg/cm}^2$, $\phi=30^\circ$, $m=2$, $s=\sigma_{ad}=5.196\text{kg/cm}^2$ の軟岩中のかぶり $H=100\text{m}$, $\gamma H=-20\text{kg/cm}^2$ のところに、半径 $a=3.0\text{m}$ のトンネルを掘るとする。変形量と支保工反力の関係、地山内の応力分布、ひずみ分布を求めよ。

$$\begin{aligned} \text{[答]} \text{弾性体とすると(19・24)式より,} \\ u = (-20-p_i)[(1+0.4)/1000] \cdot 300 \\ = -8.4 - 0.42p_i \end{aligned} \quad (a)$$

$p_{cr}=0$ とすると、 $u_a=-8.4\text{cm}$ しかし、このときの応力 σ_t は -40kg/cm^2 になり、地山の軸強度 $\sigma_{ad}=s=5.196$ をはるかに越えている。ぎりぎり弾性状態を保つためには(25・7)式に $R=a$ とおいて、 $p_i=p_0(1-\sin\phi)+c\cos\phi=(2p_0+s)/(m+2)$
 $=-20.0(1-0.5)+1.5 \cdot 0.866=-8.7\text{kg/cm}^2$
(b)

の支保工反力が必要である。このときの変形量は(a)式より $u_a=-4.745\text{cm}$ である。次に $R/a=1.1, 1.2, \dots, 3.323$ について(27・12)式より p_i を、(27・34)式より u_a を求める。

$$\begin{aligned} p_i &= s/m + \{2/(m+2)\}(p_0-s/m)(a/R)^m \\ &= 5.196/2 + (2/4)(-20-5.196/2)(300/R)^2 \\ &= 2.598 - 11.299 \cdot (300/R)^2 \end{aligned} \quad (c)$$

$$\begin{aligned} u_R &= \{(1+\nu)/E\} \{2/(m+2)\} (p_0-s/m) R \\ &= (1.4/1000) \cdot 0.5 \cdot (-20-5.196/2) R = 0.0151818 R \end{aligned} \quad (d)$$

$$u_a = u_R \cdot R/a = 0.0052728 R^2 \quad (e)$$

以上の関係を図-27・6に示す。これより、塑性変形がはじまると急激に内空変形量が増えることがわかる。また、 $R=3.0\text{m}$, $R=4.5\text{m}$, $R=6.0\text{m}$ のときの地山内の応力、ひずみ分布を図-27・7, 8に示す。

◎地山応答曲線 ($p_i \sim u_a$ の関連図, Fenner-Pacher曲線)を全域にわたって描くためにRabcewicz-Pacherは半対数方眼紙を使ってみたり(図-10・4参照)、普通方眼紙を使ってみたりしている(図-11・1)。それに伴いRabcewicz¹⁸⁾²⁰⁾は最大土圧を σ_R にしたり、 p_0 にしたり、

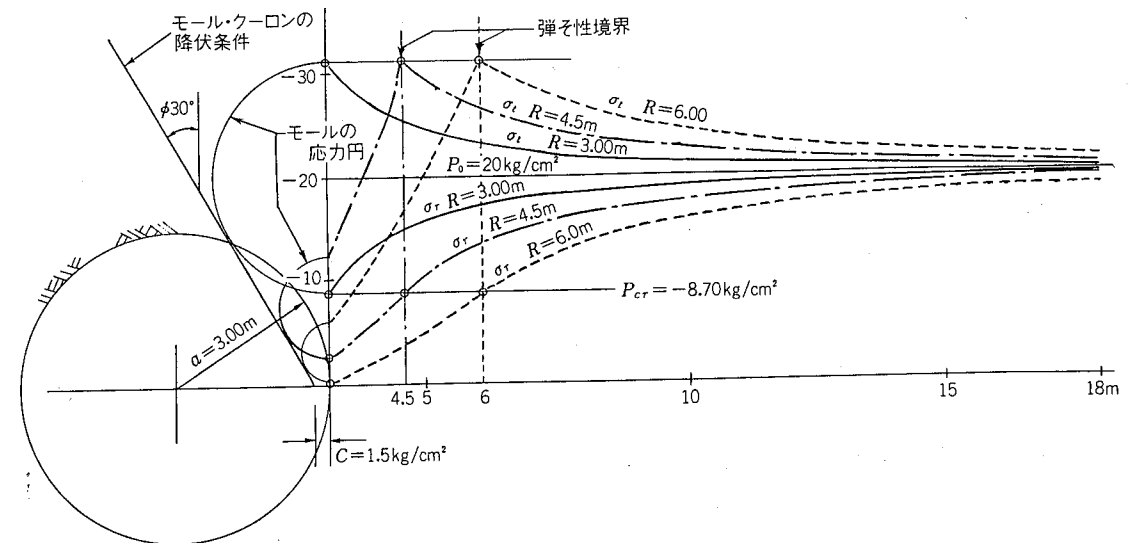


図-27・7 地山内の応力分布計算例

多少混乱した描き方をしている。しかし、普通方眼紙を用いた方が、作図のしやすさ、 $u_a=0$ のところも描ける必要もないこと、弾性域では $p_i \sim u_a$ は直線関係になることなどより便利であり、使いやすいので、ここでは普通方眼紙を用いる。ただし、Rabcewiczは弾性変形は掘削の瞬間に起こるので計測不可能と考え、図-10・4ではこれを無視して、弾塑性境界点以降の分のひずみだけを描いているようである。

◎Labasse²⁰⁾は弾塑性境界は動かないが、塑性領域の体積膨張があるとして変位の計算式を示しているが、これは誤りであり、弾塑性境界が動くことがトンネル変形の第一の原因である。塑性域の体積膨張を無視しても、塑性域で受け持つ応力が減るだけで、トンネルの変位は大幅に増えることが、ここでの計算からわかる。世上よく言われる膨張性地山なる言葉も少し訂正してもらう必要がありそうである。まず、弾塑性境界がわずかに変位することが、 R/r 倍に増幅されて内空変位に表れるが、その上に塑性域の体積膨張が重なることにより内空面のかなり大きな押し出しが生ずるものであり、モンモリロナイトなどの粘土鉱物による地山の膨張だけを考えたり、相関流れ則に伴う膨張だけを考えるのは片手落ちというものである。ほとんど動かない、動かざるごとく大地のごとくと言われる地山が実はわずかに動くこと、体積膨張がないと考えても、その動きが R/r に比例して大きくなること、それがトンネルの変形の第一の原因だと言うことを認識することが大切である。トンネルのごく近くの地山だけに着目したゆるみ荷重説から地山全体を考え、その中で地山自身で支持できない分を支保で補えばよい

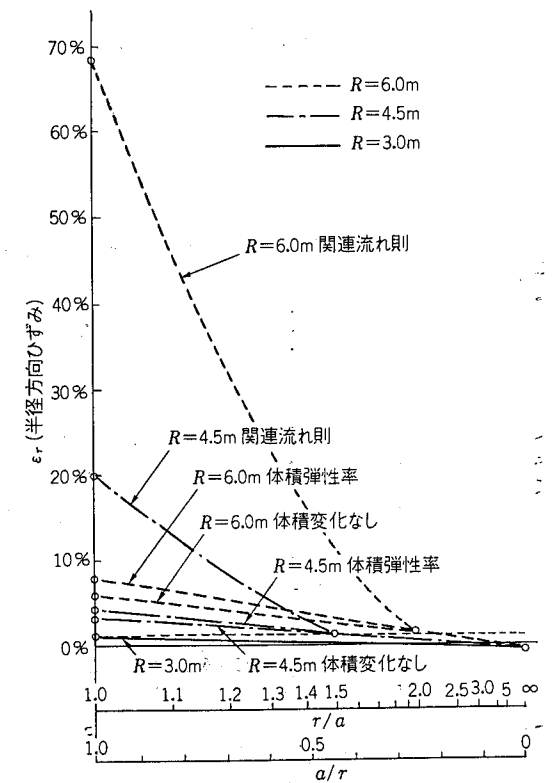


図-27・8 地山内のひずみ分布計算例

と考えたところにRabcewiczの発想の転換があったように、変位も地山全体から考えなければならない。トンネルに限らず、何か変わった現象が起きるとすぐ、その近くに原因を探そうとすることが多いが、第一の原因ははるか遠くにある。自殺だとか、いじめだとか、戦争だ

とか、その他もろもろの事件だとか、世間を騒がすこともトンネル内の現象も似たようなもので、微かではあるがはるか遠くの原因を見逃すと対策を誤ることになるのではあるまいか。ならば、塑性域では体積変化はないかと言えば、なかなかそうは参らぬので、次にはそこまで考えた解を紹介しよう。

§ 27-3 変位およびひずみの求め方——体積弾性率を考えた場合

一般の金属材料などを対象とした塑性学で考えている応力状態は、加工前および加工後はあまり大きな外力は働かず、加工中のみ、大きな外力が働くのがほとんどである。その場合は、塑性変形に伴う体積変化はゼロとしてもほぼ正しいが、トンネル問題のように、当初の圧縮応力が大きく、塑性状態になった後では、全圧縮応力 ($I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z$) はかえって小さくなる場合には体積弾性率に基づく膨張を考える必要がある。全ひずみは弾性ひずみと塑性ひずみの和と考えられるが、ひとまず、塑性体積ひずみはゼロとして、体積弾性率を考えた場合について解法を示す。

体積弾性率を考えるならば、これまでの検討では関係ないとして無視してきた中間主応力 σ_2 を求める必要がある。モール・クーロンの降伏条件では中間主応力 σ_2 に関係なく降伏が決まるが、逆に考えると、降伏条件からは塑性域内の中間主応力 $\sigma_2 (= \sigma_r)$ を計算では決定できず、 $\sigma_1 \leq \sigma_r \leq \sigma_3$ の条件より、 σ_r の範囲が決まるだけである。それでは体積弾性率に基づく変形の計算はできないので、ここでは弾性域と同じく $\sigma_r = \nu(\sigma_\theta + \sigma_z) \dots$ (20・15) の関係が、塑性域でも成立しているものと仮定する。 $\sigma_r > \sigma_\theta$, $\nu \leq \sigma_r/(\sigma_r + \sigma_\theta)$ の条件が成立せぬほど σ_r の絶対値が大きい (またはポアソン比 ν が小さい) 場合は σ_r が中間主応力でなくなることが考えられるが、現実にはほとんど起こらないと思われる (地山の比強度が小さくなると、またはかぶり圧が大きくなると、ポアソン比は大きくなり 0.5 に近づくので)。

いま、半径 $r+dr$ と r の間の微小幅の円環を考える。この環内の応力は、

$$\text{掘削前} \quad I_0 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 2p_0(1+\nu) \quad (27\cdot43)$$

掘削後 (27・8)(27・9)式より、

$$\begin{aligned} I_0 &= (1+\nu)(\sigma_r + \sigma_\theta) \\ &= (1+\nu)[s/m + \{2/(m+2)\}(p_0-s/m)(r/R)^m \\ &\quad + s/m + \{(2m+2)/(m+2)\}(p_0-s/m)(r/R)^m] \\ &= 2(1+\nu)[s/m + (p_0-s/m)(r/R)^m] \quad (27\cdot44) \end{aligned}$$

円環の体積は、

$$\text{掘削前} \quad V_1 = [(r+dr)^2 - r^2] \pi = (2rdr + dr^2) \pi \quad (27\cdot45)$$

$$\text{掘削後} \quad V_2 = [(r+dr+u_r+du_r)^2 - (r+u_r)^2] \pi$$

$$= (2rdr + dr^2 + 2rdu_r + 2u_r \cdot dr + 2dr \cdot du_r + 2u_r \cdot du_r + du_r^2) \pi \quad (27\cdot46)$$

$$\therefore \Delta V = V_2 - V_1 = (2rdu_r + 2u_r \cdot dr + 2dr \cdot du_r + 2u_r \cdot du_r + du_r^2) \pi \quad (27\cdot47)$$

体積弾性率の定義より膨張率 e は、

$$\begin{aligned} e &= \Delta V/V = (I_0 - I_0')/3K = (I_0 - I_0')(1-2\nu)/E \\ &= \{(1-2\nu)/E\} \cdot 2 \cdot (1+\nu)[s/m \\ &\quad + (p_0-s/m)(r/R)^m - p_0] \\ &= \{2(1+\nu)(1-2\nu)/E\} (p_0-s/m)[(r/R)^m - 1] \quad (27\cdot48) \end{aligned}$$

これを(27・47)式と組み合わせると、

$$\begin{aligned} \therefore \Delta V &= V_2 - V_1 = (2rdu_r + 2u_r \cdot dr + 2dr \cdot du_r + 2u_r \cdot du_r + du_r^2) \pi \\ &= \{2(1+\nu)(1-2\nu)/E\} (p_0-s/m)[(r/R)^m - 1] (2rdr + dr^2) \pi \quad (27\cdot49) \end{aligned}$$

dr^2 の項は微小なので省略して整理すると、

$$\begin{aligned} \therefore du_r &= (rdu_r + u_r \cdot dr + u_r \cdot du_r) 2\pi \\ &= \{2(1+\nu)(1-2\nu)/E\} (p_0-s/m)[(r/R)^m - 1] 2\pi r dr \quad (27\cdot50) \end{aligned}$$

これを積分して、

$$\begin{aligned} \therefore \Delta V &= \{u_r \cdot r + (1/2)u_r^2 + \text{const}\} 2\pi \\ &= \frac{2(1+\nu)(1-2\nu)}{E} (p_0-s/m) \left[\frac{(r/R)^{m+2}}{m+2} R^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{r^2}{2} \right] 2\pi \quad (27\cdot51) \end{aligned}$$

u_r^2 の項は微小なので省略し、また、 $r=R$ のとき、 $u_r = u_R$ なる境界条件を入ると、

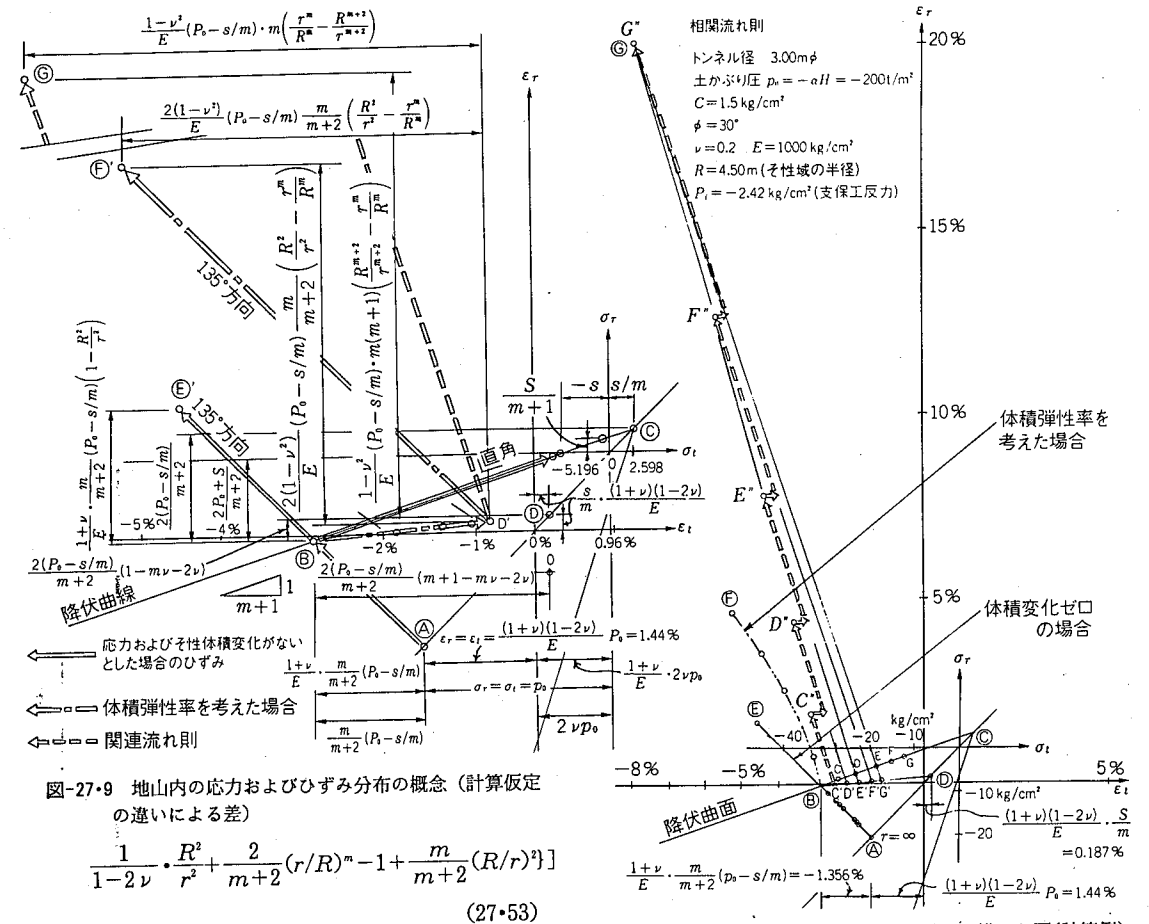
$$\begin{aligned} \text{const} &= \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} (p_0-s/m) \cdot R^2 \cdot \frac{-m}{m+2} - u_R \cdot R \\ \therefore u_r &= u_R \frac{R}{r} + \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} (p_0-s/m) \left[\frac{m}{m+2} \cdot R^2/r \right. \\ &\quad \left. + \{2/(m+2)\} (r/R)^{m+2} (R^2/r) - r \right] \\ &= u_R \frac{R}{r} + \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} (p_0-s/m) \left\{ \frac{2}{m+2} \left(\frac{r}{R} \right) \right. \\ &\quad \left. - 1 + \frac{m}{m+2} \left(\frac{R}{r} \right) \right\} r \quad (27\cdot52) \end{aligned}$$

ひずみは変位を微分して求められるが、このときの変位はトンネル掘削前の変位も含んだ物でなければならない。ゆえに、(27・37より)

$$\begin{aligned} u_R &= \frac{1+\nu}{E} \cdot R \cdot \frac{m}{m+2} (p_0-s/m) \\ &\quad + \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E} \cdot p_0 \cdot r \end{aligned}$$

を代入すると、

$$u_r = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} [p_0 \cdot r + (p_0-s/m) \cdot r \left\{ \frac{m}{m+2} \cdot \right.$$



これより、ひずみを求めることができるが、これを掘削段階別にわけて求めることを考える。まず、応力を掘削前の応力、弾塑性境界までに増減する応力、塑性域になってから増減する応力の三つに分けると、(27・18)(27・19)式より次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= p_0 - \frac{m}{m+2} (p_0-s/m) \\ &\quad + \frac{2}{m+2} (p_0-s/m) [(r/R)^m - 1] \\ \sigma_\theta &= p_0 + \frac{m}{m+2} (p_0-s/m) \\ &\quad + 2 \frac{m+2}{m+2} (p_0-s/m) [(r/R)^m - 1] \quad (27\cdot54) \end{aligned}$$

第1項は掘削前の応力、第1項と第2項の和は弾塑性境界の応力、第3項は塑性域の負担する荷重分、いわゆる支持アーチの荷重負担分である。

したがって、この三つに相当する弾性ひずみを計算すると次のようになる。ただし、第3項には σ_r が減る影響も入る。

$$\begin{aligned} \therefore \epsilon_{r0} &= \{(1+\nu)(1-2\nu)/E\} \cdot p_0 \\ &\quad + [(1+\nu)/E \cdot (p_0-s/m)] [-m/(m+2) \\ &\quad + \{2(1-2\nu-m\nu)/(m+2)\} \{(r/R)^m - 1\}] \quad (27\cdot55) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \epsilon_{\theta 0} &= \{(1+\nu)(1-2\nu)/E\} \cdot p_0 \\ &\quad + [(1+\nu)/E \cdot (p_0-s/m)] [m/(m+2) \\ &\quad + \{2(1+m-2\nu-m\nu)/(m+2)\} \{(r/R)^m - 1\}] \quad (27\cdot56) \end{aligned}$$

全変形から弾性変形を差し引くと塑性変形が求められる。これを前節にならって掘削段階別にわけると次のようになる。

半径方向のひずみ

④ トンネル掘削前

$$\epsilon_{r1} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} p_0$$

④→⑤ 掘削による弾性変形

$$\epsilon_{r2} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{-m}{m+2} (p_0-s/m)$$

①→① 塑性変形に伴う弾性変形

$$\varepsilon_{rs} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{2(1-2\nu-m\nu)}{m+2} (p_0-s/m) \left(\frac{r^m}{R^m} - 1 \right)$$

①→②

$$\therefore \varepsilon_{rp} = \{ (1-\nu^2)/E \cdot (p_0-s/m) \} \{ -2m/(m+2) \} \{ R^2/r^2 - (r/R)^m \} \quad (27\cdot57)$$

接線方向のひずみ

① トンネル掘削前

$$\varepsilon_{rs} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} p_0 = \varepsilon_{rs}$$

①→② 掘削による弾性変形

$$\varepsilon_{rs} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{m}{m+2} (p_0-s/m) = -\varepsilon_{rs}$$

②→② 塑性変形に伴う弾性変形

$$\varepsilon_{rs} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{2(1+m-2\nu-m\nu)}{m+2} (p_0-s/m) \left(\frac{r^m}{R^m} - 1 \right)$$

①→②

$$\therefore \varepsilon_{rp} = \frac{1-\nu^2}{E} \cdot (p_0-s/m) \frac{2m}{m+2} \{ R^2/r^2 - (r/R)^m \} \\ = -\varepsilon_{rp} \quad (27\cdot58)$$

この式を見ると、掘削前のひずみ (ε_{rs} , ε_{rs}) は、切線方向、半径方向の値が等しく、弾性域の弾性ひずみ (ε_{rs} , ε_{rs}) および、塑性域の塑性ひずみ (ε_{rp} , ε_{rp}) は、切線方向、半径方向で符号反対、絶対値は等しい。塑性域の弾性ひずみ (ε_{rs} , ε_{rs}) は $(1-2\nu-m\nu)/(m+2)$ 対 $(m+1-2\nu-m\nu)/(m+2)$ の関係になっていることがわかる (図-27・9参照)。

塑性変形に伴う体積変化は、ひとまず無視して、体積弾性率だけを考えると、塑性変形の量は前節で R^2/r^2-1 に比例するとしたところが、 $R^2/r^2-r^m/R^m$ に比例すると係数も変わって2倍以上増えている。後でも述べるが、相関流れ則などの高級なことを採用したと称しているが、それではかなり誤差が出るだろうことがここでもわかる。

【計算例9】前節と同じ条件で、塑性域でも体積弾性率を考慮して解く。体積弾性率を無視した場合と比較せよ。

【答】図-27・6, 8, 10に示す。

③弾性域および体積変化が無いものとした場合の塑性域では、横軸に $(a/r)^2$ を、縦軸に半径方向のひずみをとって図に書くと一直線上に乗る。体積弾性率を考えた場合は、 $1/r^2$ の項のほかに $(r/R)^m$ を含む項があるので、一直線上に乗らない。

変位 u も体積弾性率を考えない場合は a/r に比例するが、体積弾性率を考えると、直線に乗らない。

④座標の原点と縮尺を適当にとれば、弾性域では応力とひずみを同じ図上に、同じ点で表すことができる。塑性

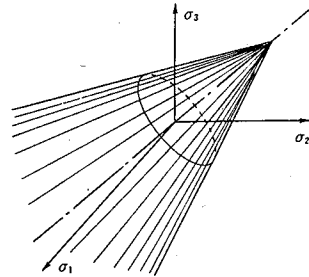


図-28・1 Drucker-Pragerの降伏曲面

域では、応力は降伏条件を表す線に乗る、ひずみは弾性ひずみ分は①点、 $\varepsilon_r = \varepsilon_s \frac{s}{m} \cdot \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E}$ をめがけて伸びて行き、塑性変形はそこからさらに135°方向へ伸びて行く。計算例を図-27・9に示す。

純塑性変形は135°方向に伸び ($D' \rightarrow E'$)、これによる体積変化がないことがわかる。

このように図に表すと考え違い、計算違いに気がつくことが多いので、少しでもいけれども考えられるあらゆる手段をとってやるのが大切である。

⑤塑性域の弾性変形について見落としている計算式が実に多い。Egger⁸⁰⁾, Brown, Bray, Ladanyi & Hoek⁸⁰⁾, AFTES⁸⁰⁾に紹介してあるPanetの式、Ladyini⁸⁰⁾の式、Goodman⁸⁰⁾が紹介しているBrayの式。しかし、体積弾性率は液体でも気体でもあるので、塑性域の固体でも当然ある。初めにも述べたように、金属の塑性加工の問題では加工前と加工後で全応力 I_1 は同じ場合が多く、したがって、これを省略した説明や公式が多い。しかし、これはトンネルには当てはまらぬことである。式を使うときには、その意味をよく検討してから使わないと、このように現実と合わない答が得られることになる。

§28 軸対称円形トンネル……Drucker-Pragerの降伏条件を適用した場合

§28-1 Drucker-Pragerの降伏条件の概要

金属と違って岩石やコンクリートは塑性変形に伴って体積弾性率による分以外にも体積膨張が生じると言うのが、実験からも理論からも明らかになっている。また、モール・クーロンの降伏条件では中間主応力 σ_2 は降伏開始に関係ないとしているが、実験によれば、中間主応力も降伏に関係する。多くの実験結果が発表されており、それに適合する式も提案されているが、その中でもっとも簡単な3つの主応力が同じように関係するとする、Drucker-Pragerの降伏条件が割合広く採用されている。ここでもそれを採用し、塑性変形に伴う体積膨張も考えた場合について、軸対称の場合の式を求める。

この降伏条件は簡単なことのほか、現在もっともよく使われていること、さらに複雑な条件式について解くと

きにも、その基本となるために、ここで詳しく述べる。この降伏条件が実際とよく適合するかどうかは後で述べるが、実のところあまりよく合わない。ただコンピュータを使った有限要素法ではほとんどこの降伏条件が使われているので、一応知って置く必要はあると考えられる。

DruckerとPragerの提案(1959)した降伏条件⁸⁰⁾は、次のようにして導かれる。

彼らは3つの主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ が平等に降伏開始に関係すると考えて、 $\sigma_1, \sigma_3, c, \phi$ の代わりに I_1, J_2, α, k を用いて、降伏条件は次の式で表されるとした。

$$f = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (28\cdot1)$$

ここに、 $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ (a)

$$J_2 = (1/6) [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (b)$$

ここに、 α, k ; 土質、岩質による定数、 f ; 降伏関数、= 応力一強度、 $f=0$ は降伏している状態、 $f<0$ は弾性状態を表す。 $f>0$ にはなり得ない。2次元の場合について、 f を表す線は図-27・9のモール・クーロンの降伏曲線のようになる。式は応力を表す点がこの線より外にはでないことを示している。

3軸圧縮試験は一般に $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ (ただし、引張りを正とする) の条件で行われるので、これから求められた c, ϕ を、次のようにして α, k に換算することができる。

$$I_1 = 2\sigma_1 + \sigma_3 \quad (c)$$

$$J_2 = (1/6) [2(\sigma_1 - \sigma_3)^2] = (1/3) (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \quad (d)$$

$$\therefore f = \alpha (2\sigma_1 + \sigma_3) + (\sigma_1 - \sigma_3)/\sqrt{3} - k = 0 \quad (e)$$

これを整理すると、

$$(2\sqrt{3}\alpha + 1)\sigma_1 + (\sqrt{3}\alpha - 1)\sigma_3 = \sqrt{3}k \quad (28\cdot2)$$

一方、モール・クーロンの降伏条件式(28・1)は、次のように書き替えられる。

$$(\sigma_1/2)(1 + \sin \phi) - (\sigma_3/2)(1 - \sin \phi) = c \cos \phi$$

$$\text{または、} \quad (m+1)\sigma_1 - \sigma_3 = s \quad (28\cdot3)$$

(28・2)式と(28・3)式は常に等しいはずであるから、 σ_1, σ_3 の係数は等しい。ゆえに、

$$(2\sqrt{3}\alpha + 1)/(\sqrt{3}k) = (1 + \sin \phi)/(2c \cos \phi)$$

$$= (m+1)/s$$

$$-(\sqrt{3}\alpha - 1)/(\sqrt{3}k) = (1 - \sin \phi)/(2c \cos \phi) = 1/s$$

これを解くと、

$$\alpha = (2 \sin \phi)/\{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)\} = m/\{\sqrt{3}(m+3)\}$$

$$(28\cdot4)$$

$$k = (6c \cos \phi)/\{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)\} = s\sqrt{3}/(m+3)$$

$$(28\cdot5)$$

となる。

応力分布を計算するだけなら事新しく Drucker氏や Prager 氏を持ち出さなくても、この変換を正確に行え

ば同じ答が出るわけである。しかし、コンピュータを駆使する最近の若い人は名前の方も変えないとスマートでないと考えているようである。年寄りもときには気分だけでも若返ってみよう。

⑥ Drucker-Pragerの降伏条件は $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ の軸に直交する面 (偏差応力平面) を円形と仮定していることになる。一方、中間主応力が降伏に関係しないとする Mohr-CoulombやHoek-Brownの降伏条件では、この偏差応力平面の形を六角形と仮定していることになるので、 c, ϕ から α, k への変換は円と六角形をどこで一致させるかの問題になり、いくつかの答があり得る。上に述べた解は六角形に外接する円を求めたことになる。実際の偏差応力面は三角おむすび型で、全圧縮応力が大きくなると円形に近づくといわれている⁷⁰⁾ (何で一方が円で、もう一つが六角形なのかは数式をひねくればわかるが、面倒な割には役に立ちそうもないので省略する。興味のある方はChen⁷⁰⁾の本に詳しく出ている)。

⑦ 円形トンネルの弾塑性解において、従来は降伏条件にモール・クーロンを使った例が多い⁸⁰⁾ (Fenner, Talobre, Kastner, 他)。Drucker-Pragerの降伏条件を用いると、 α, k などの見慣れない記号が出てくるが、本質的にはモール・クーロンの降伏条件と変わっているわけではない。答もまったく同じである。有限要素法の本にはほとんどこちらを使っているの、そのときまごつかないための練習だと思って目新しい記号に取り組んでいただきたい。

§28-2 中間主応力の求め方 (平面ひずみ状態)

σ_r と σ_θ の関係はモール・クーロンの場合と同じなので、中間主応力 σ_z の求め方についてのみ説明する。

弾性域では、平面ひずみ条件より、中間主応力は次のように求められる。

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (19\cdot18 \text{再記})$$

塑性域では、平面ひずみ条件の場合、 z 方向の弾性ひずみ ε_{zz} と塑性ひずみ ε_{zp} の和がゼロになる条件から中間主応力 σ_z が求められる。しかし、この計算はかなり複雑であり、式を解くのが大変である。そこで、多くの場合に弾性ひずみと塑性ひずみが、それぞれゼロであるとする簡略化した仮定で解かれているので、つまり手を抜いてある場合が多いので、ここでも、それにならうことにする。

一般に塑性論では、塑性変形 ε_p の方が弾性変形 ε_e よりも圧倒的に大きく、したがって、本来ならば z 方向の全ひずみ $\varepsilon_z = \varepsilon_{ez} + \varepsilon_{zp} = 0$ として解くべき問題を、 $\varepsilon_{zp} \ll \varepsilon_{ez}$ としてしまっ、つまり、弾性変形を無視して、塑性変形 $\varepsilon_{zp} = 0$ となるように解いている (弾性変形はせいぜい1/1000くらいであるが、例えば、ステンレスの板か

ら流し台のシンクをつくることなどを考えてみると、そ性変形はそれより3桁も5桁も大きいから、この仮定も金属の場合はなるほどと納得が行く。以下の計算(28・15式まで)はこうして解くが、トンネルの周辺地山のそ性域では、とくに弾そ性境界に近いところではそ性変形より弾性変形の方が大きい。したがって、弾性域および弾そ性境界上およびその付近では、 $\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)$ となるはずである。

$\varepsilon_{rz} = 0$ と $\varepsilon_{\theta z} = 0$ の両方から求めた σ_z の値に、どのくらいの差があるかを次に見てみよう。

◎弾性ひずみは、応力分布がわかったならばフックの法則を使って求められるが、そ性ひずみはどうやって求めるのであろうか。

そ性ひずみについては、次のように考えられる。例えば、物体の位置のエネルギー(mgh)(潜在エネルギーの一種)をある方向に微分した微係数は、物体にその方向に動かす力を与える(例えば、位置のエネルギー-mghを高さ方向に微分して得られる微係数mgはその物体に働く力、いわゆる重力、重さを表している)。この力は位置のエネルギーの等エネルギー面を考えると、この面に直角に働き、物体はこの面に直角方向にのみ動く(直交則)。(上記の例では、物体は位置のエネルギーが等しい面、水平面に直角に、つまり鉛直方向に落ちる。山の斜面にボールを転がすと、等高線に直角方向に転がっていく)。同じように、弾性体においては、弾性ひずみエネルギー $W = (1/2) \Sigma \Sigma \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}$ を応力 σ_{ij} で偏微分すると、その方向のひずみが与えられることがわかっている。

$$\partial W / \partial \sigma_{ij} = \varepsilon_{ij} \quad (28 \cdot 6)$$

これは、上記した位置のエネルギー(ポテンシャルエネルギー、スカラー量)と力ベクトル、または加速度ベクトルの関係に似ているので、この W を弾性ポテンシャルと呼んでいる。そ性変形においても、同じように物体内にそ性ポテンシャル g が分布していると考え、ひずみは次のように求められる。

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \cdot \partial g / \partial \sigma_{ij} \quad (28 \cdot 7)$$

ただし、そ性変形のときは、応力とひずみの関係の間にヤング率のような一定値でなく、 $d\lambda$ という係数が入る。

そ性域内では、Drucker-Pragerの降伏条件式が成立しているものとすれば、そ性ひずみポテンシャル g を中間主応力 σ_2 で微分し、変形係数 $d\lambda$ を掛けると、中間主応力方向のそ性ひずみ増分 $d\varepsilon_{22}$ が得られる。

そ性ポテンシャル g を定める理論はいまだ確立していない(いろいろと異論もある)ようであるが、多くの場合、そ性ポテンシャル g は降伏関数 f と同じ、すなわち、 $g=f$ として、または f に似た関数を仮定して、その後の展開を行っている。 $g=f$ という仮定を associated

flow rule(相関流れ則)、 $g \neq f$ の場合を nonassociated flow rule(相関のない流れ則)と呼んでいるが、相関流れ則で相当にいろいろの現象が説明できるので、一般には $g=f$ として解析している。ここでも $g=f$ と考えると、以後の議論を進める。

いま、相関流れ則が成立しているとすると(28・1～3)より、

$$\begin{aligned} g=f &= \alpha(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ &+ \sqrt{\{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\}/6} - k = 0 \\ \therefore d\varepsilon_{22} &= d\lambda \partial f / \partial \sigma_2 \\ &= d\lambda [\alpha + (1/6)(1/\sqrt{3})(2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)] \end{aligned} \quad (28 \cdot 8)$$

いま、 $d\varepsilon_{22} = 0$ とすると、上式から、

$$6\alpha\sqrt{3} + 2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3 = 0 \quad (28 \cdot 9)$$

J_2 に(d)式を代入し、2次方程式の解の公式に入れて解くと、

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \pm \frac{3\alpha(\sigma_1 - \sigma_3)}{2\sqrt{1-3\alpha^2}} \quad (28 \cdot 10)$$

σ_2 は二つの値を取り得るわけであるが、そ性変形に伴って受動的に発生するものであり、圧縮力の大きい方の値が実際に発生する値と考えられる。ゆえに複号はマイナスをとる。

$$\therefore \sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{3\alpha(\sigma_1 - \sigma_3)}{2\sqrt{1-3\alpha^2}} \quad (28 \cdot 11)$$

前節で $\sigma_1, \sigma_3(\sigma_r, \sigma_\theta)$ は求められているのでこれで σ_2 も求められる。

いま、 $\nu = 0.3, c = 2.0 \text{ kg/cm}^2, \phi = 30^\circ$ とすると、(28・4～5)式より $\alpha = 0.2, k = 2.4 \text{ kg/cm}^2$ となる。ゆえに、そ性ひずみ $\varepsilon_{22} = 0$ と式(28・11)から、

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= (\sigma_r + \sigma_\theta)/2 - 3\alpha(\sigma_r - \sigma_\theta)/(2\sqrt{1-3\alpha^2}) \\ &= 0.5(\sigma_r + \sigma_\theta) - 0.32(\sigma_r - \sigma_\theta) \end{aligned} \quad (28 \cdot 12)$$

となる。また、弾性ひずみ $\varepsilon_{22} = 0$ と言う関係より z 方向の応力を求めると、

$$\sigma_z = 0.3(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (28 \cdot 13)$$

いま、 $\sigma_r \approx 3 \sim 4\sigma_z$ とすると、 $\varepsilon_{22} = 0$ より $\sigma_z = 1.2 \sim 1.5\sigma_r$ 、または $\varepsilon_{22} = 0$ より $\sigma_z = 1.54 \sim 1.56\sigma_r$ で両方の式から求めた値に余り差はない。

◎ここで求めた(28・13)式をDrucker-Pragerの降伏条件式(28・1)に代入すると、

$$f = 3\alpha \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \sqrt{1-3\alpha^2} \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - k = 0 \quad (28 \cdot 14)$$

この式はモール・クーロンの式と同じことを表していると考えて、これを解くと、

$$\alpha = \frac{\sin \phi}{\sqrt{9+3 \sin^2 \phi}} = \frac{m}{2\sqrt{3(m^2+3m+3)}} \quad (28 \cdot 15)$$

$$k = \frac{3c \sin \phi}{\sqrt{9+3 \sin^2 \phi}} = \frac{s\sqrt{3}}{2\sqrt{m^2+3m+3}} \quad (28 \cdot 16)$$

これは、前に求めた値(28・4～5)と違う。お互いに違う形の降伏曲面を仮定しているのであるから、係数の換算だけで一致させることは多少無理である。三軸試験の結果を重視すれば、(28・4～5)の方が正しいが、あまりにも安全に見える答を与える。平面ひずみの条件を重視すれば(28・15～16)の方が正しい。従来の解析結果と近い答を与えるのは、いま求めた方である。 $\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)$ とした場合については、 α, k はうえのように簡単には解けない。したがって、 c, ϕ から α, k への換算には(28・15～16)を用いることにする。

◎計算は、それでできるとしてもそ性ポテンシャル g の求め方がしっかりわからないと実際に計算するときに困る。ところが、その辺の説明がなく計算法だけがやけに詳しい本が実に多い。やっと探し当てたのが、ファンの本である。以下は、それに沿ってなるべくわかりやすく説明する⁸⁹⁾。

弾性体に力を加えると、その分の仕事(エネルギー)は弾性体の中に貯まっている。したがって、力を取り除くときは弾性体は外部に対して仕事をする。早い話が、ちょっとでも気を抜くと逆に押し返される。そ性変形の場合は、のれんに腕押しみたいなものである。貯金したつもりでもちっとも返ってこない。エネルギーを回収できない。不良債権である。弾性変形分だけ、つまり雀の涙ほどが返ってくるだけである。言うことは、そ性変形させるために力を加えても塑性ポテンシャルはちっとも増えない。ポテンシャルと言うのは(応力×ひずみ)の和であるから、これを式で表すと、

$$d\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = 0 \quad (28 \cdot 17)$$

理想塑性材料について降伏関数 $f(\sigma_{ij})$ が存在し、これが応力 σ だけの関数であってひずみに無関係であるとする(ひずみ硬化がないので当然無関係です)と、一般に $f(\sigma_{ij}) < 0$ で、 $f=0$ 、つまりゼロに等しいときは降伏している、またはしたときである。したがって、 $f(\sigma_{ij}) = 0$ のときにだけそ性ひずみが増加する。 $\varepsilon_{22} \neq 0$ になる。

さて、 f は σ_{ij} だけの関数であるから、そ性流れの間は増えも減りもばない。ゼロのままである。したがって、次の関係式が成り立つ。

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} = 0 \quad (28 \cdot 18)$$

(28・17)式と(28・18)式とを比較すると次式が得られる。

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (28 \cdot 19)$$

これによると、降伏関数 f とそ性ポテンシャル g は当然同じものである。

そ性ひずみエネルギー g は降伏関数 f と別であるとする意見や実験結果も一部にはあるようである。それはどの材料も完全そ性ではなくて、加工硬化や加工軟化があるためと考えられる。さしあたっては完全そ性を考えているので、 $f=g$ でよい。

この話は、エネルギーだとか、完全そ性がどうしたのだとむずかしい話と思わないでいただきたい。これが、そ性変形すると体積が膨張するという基本になるからである。膨張性地山などと言う言葉があつて、何となくトンネルを掘ると膨張する性質の地山があると思ひ込んでいるムキもあるし、モンモリロナイトなどという悪い物質を含んだ地山があつて、それは膨張すると信じている人もいるが、そうではなくて、ごく普通の岩石でもそ性変形するとすべて膨張すると言うのが、この話である。膨張するのは私が悪いのではなくて、環境が悪いせいだと山の神様はおっしゃっているわけである。もっとも生まれつき悪い性質を持った山の神だっているかも知れないので油断はできない。

§ 28・3 直交則にもとづく体積膨張を考えた変位とひずみの計算

そ性力学の知識によると、内部摩擦角 ϕ 、ないしDrucker-Pragerの係数 α がゼロでない場合は、そ性変形に伴って体積膨張を起こすことがわかった。しかし、 $d\lambda$ の係数をどうして求めるのかわからないし、それがわからないと地山の膨張がどのくらい起きるのかもわからない。次に、これを考慮した変形の式を導く。

そ性変形においては、変形は載荷の経路によって変わるので、応力、ひずみの関係式は増分で表される。つまり、これはそ性計算では弾性のときのように別々の荷重ケースを別に計算して、後で重ね合わせることができない。応力分布を求めていちどにひずみや変位を計算できないことを表しているし、施工順序などの影響を受けることも表している。「殴って撫でれば同じこと、撫でて殴っても同じこと」という具合に行かないことを表している。

また、そ性域での変形は、弾性変形とそ性変形との和と考えてもよい。

$$\therefore d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ie} + d\varepsilon_{ip} \quad (28 \cdot 20)$$

ここに、添字 e, p はそれぞれ弾性elastic、そ性plasticを表す。

弾性変形は、一般化Hookeの法則により、次のように表される⁷⁹⁾。

$$d\varepsilon_{ie} = (1/9K)dI_1 \delta_{ij} + (1/2G)ds_{ij} \quad (28 \cdot 21)$$

ここに、 δ_{ij} ; クロネッカーのデルタと呼ばれる記号で、 $i=j$ のとき $\delta_{ij}=1, i \neq j$ のとき、 $\delta_{ij}=0, s_{ij}$; 軸差応力、 $=\sigma_{ij} - \sigma_m, \sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3, K$; 体積弾性

率, G ; せん断弾性率 (これは, (19・3)と同じことを表しているが, 力学の本によってはこのようにテンソル記号などを使って表しているものもある。異方性などを問題にするときはこんな記号が必要になるらしいが, いまは物おじせずに読み進んでいただきたい)。

そ性ひずみは, そ性ポテンシャル g を応力で微分し, 変形係数 $d\lambda$ を掛けて得られる。

$$\therefore d\varepsilon_{ij} = d\lambda \cdot \partial g / \partial \sigma_{ij} \quad (28\cdot22)$$

$g=f$ と仮定するので, ゆえに

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \cdot \partial f / \partial \sigma_{ij} \quad (28\cdot23)$$

この式は, 主応力空間と主ひずみ空間での流れを考えるならば, 次のように簡略化できる。

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \cdot \partial f / \partial \sigma_i \quad (28\cdot24)$$

ただし, $d\lambda$ は弾性のときのように一定数ではなく, 境界での拘束条件などにより変わる。

(28・19)式と(28・23)式より, ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}$ と応力増分 $d\sigma_{ij}$ の間には次式が成立つ。

$$d\varepsilon_{ij} = (1/9K)d\lambda \delta_{ij} + (1/2G)d\sigma_{ij} + d\lambda \cdot \partial f / \partial \sigma_{ij} \quad (28\cdot25)$$

この式の第1項は弾性体積ひずみ, 第2項は弾性せん断ひずみ, 第3項はそ性ひずみを表している。

ところで, Drucker-Pragerの降伏関数 f を σ_{ij} で偏微分すると, (28・1〜3)より,

$$\partial f / \partial \sigma_{ij} = \alpha \delta_{ij} + s_{ij} / (2\sqrt{J_2}) \quad (28\cdot26)$$

したがって, (28・24)式は次のようになる。

$$d\varepsilon_{ij} = (1/9K)d\lambda \delta_{ij} + (1/2G)d\sigma_{ij} + d\lambda \{ \alpha \delta_{ij} + s_{ij} / (2\sqrt{J_2}) \} \quad (28\cdot27)$$

この式の第3項は $dekkp$ (そ性体積膨張) を表しているが, $\Sigma S_{ij} = 0$, $\Sigma \delta_{ij} = 3$ であるから (偏差応力 s の合計はゼロ, クロネッカーのデルタは i, j が等しいとき1で, 他はゼロだから合計は3),

$$dekkp = 3\alpha d\lambda \quad (28\cdot28)$$

つまり, $\alpha \neq 0$ のときは, そ性変形に伴って, 体積弾性率による体積変化の他に, 必ずそ性体積膨張が生ずることがわかる (ぜい性材料は $\alpha \geq 0$ で, マイナスになることはないと考えられている, 金属などの延性材料ではゼロ)。

この体積膨張(dilatancy)は, トンネルの変形を考えると, 非常に大きな要素となる。次に, $d\lambda$ は適合条件と応力-ひずみ関係式 (そ性域では直交則) を組み合わせて求められる。

◎体積膨張の原因は, 微細なひび割れができるためと考えられる⁽⁴⁾ (図-28・3参照)。そ性変形概念としては, 図-28・2のように, 凹凸のある面の間でのすべりと考えられる。これより, すべり面の角度 ϕ がゼロでないときは, すべり方向のひずみ ε_s に比例する, これ

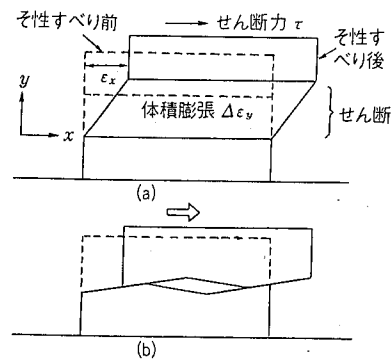


図-28・2 そ性体積膨張の概念

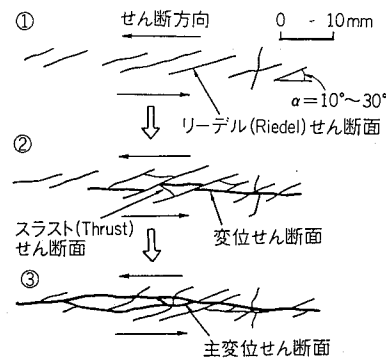


図-28・3 せん断変形の進行に伴うせん断面の発達過程

と直角方向のひずみ ε_n が生じ, これに伴い ε_s 分の体積膨張が生じる。微小変形を考えているので, 体積膨張はそ性変形の間ずっと続くと考えられる。図-28・3のように, いままでなかったところにもひび割れが生じる。ただし, 山を乗り越したらまたベシヤンコになるとか, ある程度以上のすべりが生じると体積の膨張率は減っていく, もち論, 地山の強度係数 c , ϕ も途中で変わってくるなどが考えられるが, いまは考えないことにする。

そ性ポテンシャル論より導かれる結論の一つは直交則である。つまり, ポテンシャルエネルギーの等高線面 (重力の場合は水平面) と直角方向 (重力の場合は鉛直方向) に力 (重力の加速度) が働き, その方向に物が動いて行くように, そ性エネルギーの等高線面 (相関流れ則の場合は降伏曲面と同じ) に直角方向にひずみが生じる。つまり, 応力とひずみを同じ図の中に重ねて描くと, 降伏曲面と直角方向にひずみが生じる。これより半径方向のひずみ成分 $d\varepsilon_r$ と切線方向のひずみ成分 $d\varepsilon_\theta$ の比が与えられる (図-28・2の角度の $\tan$ に相当する)。一方, 軸対称トンネルの問題においては, 弾索性境界において強制変位 u_R が与えられ, そこでの切線方向ひずみは $\varepsilon_t = u/r = u_R/R$ と決るから, 弾性ひずみ分を差し引けばそ性ひずみ ε_θ がわかり, 前記の比より, 半径方向のひずみ ε_r も求められ, したがって, $R-dr$ における変

位もわかるので, 積分していけば全体の変位, ひずみ分布が計算できる。

まず, (28・12)式より中間主応力 σ_t を求め, (28・1)に代入して f を求め, $f=0$ より σ_r と σ_t の比を求める。

$$\begin{aligned} f &= \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k \\ &= 3\alpha(\sigma_r + \sigma_t)/2 - \sqrt{1-3\alpha^2}(\sigma_r - \sigma_t)/2 - k = 0 \end{aligned} \quad (28\cdot29)$$

移項して,

$$\sigma_r(3\alpha - \sqrt{1-3\alpha^2}) + \sigma_t(3\alpha + \sqrt{1-3\alpha^2}) = 2k \quad (28\cdot30)$$

$$\begin{aligned} \therefore d\sigma_r/d\sigma_t &= -(3\alpha + \sqrt{1-3\alpha^2})/(3\alpha - \sqrt{1-3\alpha^2}) \\ &= m+1 = (1+\sin\phi)/(1-\sin\phi) \end{aligned} \quad (28\cdot31)$$

これは, 図-27・9に示したモール・クーロンの降伏曲面が $m+1$ の勾配になっていることを表している。

降伏面とひずみの方向は直角であるためには, 勾配係数の積は -1 にならねばならない。

$$\begin{aligned} \therefore d\varepsilon_r/d\varepsilon_\theta &= (3\alpha + \sqrt{1-3\alpha^2})/(3\alpha - \sqrt{1-3\alpha^2}) \\ &= -1/(m+1) \\ &= -(1-\sin\phi)/(1+\sin\phi) \end{aligned} \quad (28\cdot32)$$

したがって, そ性ひずみ増分を $dekkp$ とすると,

$$\begin{aligned} \therefore d\varepsilon_r &= \{(3\alpha + \sqrt{1-3\alpha^2})/6\alpha\} dekkp \\ &= (1+1/m) dekkp \\ &= \{(1+\sin\phi)/2\sin\phi\} \cdot dekkp \quad (28\cdot33) \\ \therefore d\varepsilon_\theta &= \{(3\alpha - \sqrt{1-3\alpha^2})/6\alpha\} dekkp \\ &= -(1/m) dekkp \\ &= \{(-1+\sin\phi)/2\sin\phi\} \cdot dekkp \quad (28\cdot34) \end{aligned}$$

したがって, 弾性領域側から計算できる強制変位により, 引き起こされるひずみのうち, 弾性ひずみを差し引いてそ性ひずみ $d\varepsilon_\theta$ を求めれば, この比率から半径方向のひずみも計算できる。具体的な計算は次のようになる。

いま, そ性域内の応力を(27・8)(27・9)式より求められる。これにHookeの法則を適用すると弾性ひずみが求められるので, 全ひずみは(27・55)式を用いて, 次のように求められる。

$$\begin{aligned} \therefore \varepsilon_r &= \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \cdot p_0 + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{m}{m+2} (p_0 - s/m) \\ &\quad - \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{2(1-2\nu-m\nu)}{m+2} (p_0 - s/m) \\ &\quad [1 - (r/R)^m] + (1+1/m) dekkp \end{aligned} \quad (28\cdot35)$$

同じく, 切線方向のひずみは,

$$\begin{aligned} \therefore \varepsilon_\theta &= \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \cdot p_0 + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{m}{m+2} (p_0 - s/m) \\ &\quad - \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{2(1+m-2\nu-m\nu)}{m+2} (p_0 - s/m) \end{aligned}$$

$$[1 - (r/R)^m] - (1/m) dekkp \quad (28\cdot36)$$

これでは, まだ $dekkp$ の値が求められない。この式を一応このままにして, 軸対称の場合のひずみと変位の関係式(19・4)とを組み合わせると, 次のように変位 u_r がふたとおり求められる。これを等しいと置くと $dekkp$ が求められる。

$$\begin{aligned} u_r = r \cdot \varepsilon_r &= \frac{1+\nu}{E} [(1-2\nu)p_0 r + \frac{m}{m+2}(p_0 - s/m) \cdot r \\ &\quad - \frac{2(1+m-2\nu-m\nu)}{m+2}(p_0 - s/m) \{1 - (r/R)^m\} r] \\ &\quad - (1/m) dekkp \cdot r \end{aligned} \quad (28\cdot37)$$

$$\begin{aligned} u_r = \int \varepsilon_r dr &= \frac{1+\nu}{E} [(1-2\nu)p_0 r - \frac{m}{m+2}(p_0 - s/m) \cdot r \\ &\quad - \frac{2(1-2\nu-m\nu)}{m+2}(p_0 - s/m) \{1 - \frac{1}{m+1}(r/R)^{m+1}\} r] \\ &\quad + (1+1/m) dekkp \cdot dr + \text{const} \end{aligned} \quad (28\cdot38)$$

弾索性境界 $r=R$ において, 変位は(25・28)式より,

$$\begin{aligned} u_R &= \{(1+\nu)/E\} [m/(m+2)] (p_0 - s/m) \\ &\quad + (1-2\nu)p_0 \cdot R \end{aligned}$$

であるから, これを境界条件として代入すると,

$$\begin{aligned} u_r = \frac{1+\nu}{E} [(1-2\nu)p_0 r - \frac{m}{m+2}(p_0 - s/m)(2R-r) \\ &\quad - \frac{2(1-2\nu-m\nu)}{m+2}(p_0 - s/m) \{1 - \frac{1}{m+1}(r/R)^{m+1}\} \\ &\quad - \frac{m}{m+1} \cdot \frac{R}{r}] + (1+1/m) \int dekkp \cdot dr + \text{const} \end{aligned} \quad (28\cdot39)$$

になる。

この2式から求められる変位 u_r は等しいはずであるから, 連立させて解く。

微分方程式の解の公式によると,

$$\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x) \quad \text{の一般解は,} \quad (28\cdot40)$$

$$e^{\Phi} \cdot y = \int Q(x) \cdot e^{\Phi} dx + C \quad (28\cdot41)$$

ただし, $\Phi = \int P(x) dx$

である。この公式に合うように $dekkp = dy/dx$, $\int dekkp \cdot dr = y$ とおき, 上式を移項して整理する。

ゆえに,

$$\begin{aligned} dekkp + \frac{m+1}{r} \int dekkp \cdot dr &= \frac{m}{r} \cdot \frac{1+\nu}{E} \cdot (p_0 - s/m) \cdot \\ &\quad - \frac{2m}{m+1} (1-\nu) \left(\frac{r^m}{R^m} - 2 + \frac{R}{r} \right) \end{aligned} \quad (28\cdot42)$$

$$\text{また, } \Phi = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{m+1}{r} dr = (m+1) \ln r$$

$$e^{\ln r} = r \quad \text{だから, } e^{\Phi} = e^{(m+1) \cdot \ln r} = r^{m+1}$$

ゆえに,

$$r^{m+1} \int \text{dekkp} \cdot dr = \int \left[\frac{m(1-\nu^2)}{E} \cdot (p_0-s/m) \cdot r^{m+1} - \frac{2m}{m+1} \left(\frac{1}{2m+2} \cdot \frac{r^{m+1}}{R^m} - \frac{2m}{(m+1)^2} \cdot R \right) r^{m+1} \right] dr + C \quad (28\cdot43)$$

これを解いて、

$$\int \text{dekkp} \cdot dr = \left(\frac{2m}{m+2} \right)^2 \frac{1-\nu^2}{E} (p_0-s/m) \cdot r \left(\frac{m+2}{2m+2} \right)^2 \{2R/r + (r/R)^m\} + C \cdot r^{-m-1} \quad (28\cdot44)$$

$r=R$ のとき、 $\int \text{dekkp} \cdot dr=0$ のはずであるから、積分定数 C は、

$$C = \frac{4(1-\nu)}{E} (p_0-s/m) \frac{m^2}{(2m+2)^2} \cdot R \cdot \left(\frac{1}{R} \right)^{-m-1}$$

ゆえに、

$$\int \text{dekkp} \cdot dr = \frac{1-\nu^2}{E} (p_0-s/m) \frac{m^2 r}{(m+1)^2} \cdot r \left[\left(\frac{r}{R} \right)^m - 2R/r + (R/r)^{m+2} \right] \quad (28\cdot45)$$

そ性ひずみ dekkp は、これを微分して得られる、

$$\text{dekkp} = \frac{1-\nu^2}{E} (p_0-s/m) \frac{m^2}{m+1} \left[\left(\frac{r}{R} \right)^m - \left(\frac{R}{r} \right)^{m+2} \right] \quad (28\cdot46)$$

これでやっとそ性ひずみ dekkp がわかったので、したがって全ひずみは次のように求められる、

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} p_0 - \frac{1+\nu}{E} (p_0-s/m) \frac{m}{m+2} \\ &\quad + \frac{1+\nu}{E} (p_0-s/m) \frac{2(1-2\nu-m\nu)}{m+2} \left\{ (r/R)^m - 1 \right\} \\ &\quad + \frac{m+1}{m} \cdot \frac{1-\nu^2}{E} (p_0-s/m) \frac{m^2}{m+1} \left\{ \left(\frac{r}{R} \right)^m - \left(\frac{R}{r} \right)^{m+2} \right\} \end{aligned} \quad (28\cdot47)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} p_0 + \frac{1+\nu}{E} (p_0-s/m) \frac{m}{m+2} \\ &\quad + \frac{1+\nu}{E} (p_0-s/m) \frac{2(1+m-2\nu-m\nu)}{m+2} \left\{ (r/R)^m - 1 \right\} \\ &\quad - \frac{1}{m} \cdot \frac{1-\nu^2}{E} (p_0-s/m) \frac{m^2}{m+1} \left\{ \left(\frac{r}{R} \right)^m - \left(\frac{R}{r} \right)^{m+2} \right\} \end{aligned} \quad (28\cdot48)$$

したがって、変位 u_r は、

$$\begin{aligned} u_r &= \int \varepsilon_r \cdot dr \\ &= \frac{1+\nu}{E} [(1-2\nu)p_0 \cdot r + \frac{m}{m+2} (p_0-s/m)(2R-r) \\ &\quad + \frac{2(1-2\nu-m\nu)}{m+2} (p_0-s/m) \left\{ -r + \frac{m}{m+1} \cdot R \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{m} (r/R)^m r \right\} + (1-\nu) \frac{m+2}{2(m+1)} (p_0-s/m) \\ &\quad \left. \left\{ (R/r)^{m+2} + (r/R)^m - 2R/r \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \varepsilon_t \cdot r \\ &= \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} p_0 \cdot r + \frac{1+\nu}{E} (p_0-s/m) \frac{m}{m+2} \cdot r \\ &\quad + \frac{1+\nu}{E} (p_0-s/m) 2 \frac{(1+m-2\nu-m\nu)}{m+2} \left\{ (r/R)^m \right. \\ &\quad \left. - 1 \right\} \cdot r - \frac{(1-\nu^2)}{E} (p_0-s/m) \frac{m}{m+1} \left\{ \left(\frac{r}{R} \right)^m \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{R}{r} \right)^{m+2} \right\} \end{aligned} \quad (28\cdot49)$$

ただし、これは有史以来の変位であるから、トンネル掘削に伴う変位を求めるときは第1項を差し引く。

◎追加

ここまで書いたところで、変形計算のもっとうまい方法が見つかったのでそれを紹介する。仮定は同じなので答はもちろん同じになる。

軸対象と基本式(20・4)と、ひずみは弾性ひずみとそ性ひずみの和であることより、次の式が導かれる。

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{rs} + \varepsilon_{rp} = \frac{du}{dr} \quad (28\cdot50)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{ts} + \varepsilon_{tp} = \frac{u}{r} \quad (28\cdot51)$$

一方、直交則(28・32)より、

$$\varepsilon_{rp} = -(m+1) \varepsilon_{tp} \quad (28\cdot52)$$

したがって、(28・50)式と(28・51)式 $\times(m+1)$ を加えるとそ性ひずみの分が消えて次式が導かれる。

$$\frac{du}{dr} + (m+1) \frac{u}{r} = \varepsilon_r + (m+1) \varepsilon_t = \varepsilon_{rs} + (m+1) \varepsilon_{ts} \quad (28\cdot53)$$

ここに、そ性域内の応力は(27・8~9)式で求められるので、ひずみは次のように求められる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rs} &= \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \cdot \frac{s}{m} \\ &\quad + \frac{(1+\nu)}{E} (1-2\nu-m\nu) (p_i-s/m) (r/a)^m \\ \varepsilon_{ts} &= \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E \cdot m} \cdot \frac{s}{m} \\ &\quad + \frac{(1+\nu)}{E} (1+m-2\nu-m\nu) (p_i-s/m) (r/a)^m \end{aligned} \quad (28\cdot54)$$

したがって、

$$\begin{aligned} \frac{du}{dr} + (m+1) \frac{u}{r} &= \frac{1+\nu}{E} [(1-2\nu)(m+2)s/m \\ &\quad + \{m^2+2m+2-\nu(m+2)^2\} (p_i-s/m) (r/a)^m] \end{aligned} \quad (28\cdot55)$$

微分方程式の解の公式(28・40~41)にいて、これを解くと、

$$\begin{aligned} r^{m+1} \cdot u &= \frac{1+\nu}{E} [(1-2\nu)(m+2)s/m + \{m^2+2m \\ &\quad + 2-\nu(m+2)^2\} (p_i-s/m) (r/a)^m] \cdot r^{m+1} \cdot dr + c \end{aligned} \quad (28\cdot56)$$

ゆえに、

$$u = \frac{1+\nu}{E} \left[(1-2\nu) \frac{s}{m} + \frac{m^2+2m+2-\nu(m+2)^2}{2m+2} (p_i-s/m) (r/a)^m + c/r^{m+1} \right] \quad (28\cdot57)$$

境界条件を入れると、

$$\begin{aligned} u &= \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{m}{m+2} (p_0-s/m) (R/r)^{m+2} + (1-2\nu)s/m \right. \\ &\quad \left. + (1-2\nu)(p_0-s/m) (R/r)^{m+2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{m^2+2m+2-\nu(m+2)^2}{m^2+2} (p_i-s/m) (r/a)^m \right. \\ &\quad \left. (1 - \frac{R^{2m+2}}{r^{2m+2}}) \right] \end{aligned} \quad (28\cdot58)$$

(27・12)式より、 $p_i-s/m = \frac{2}{m+2} (p_0-s/m) (a/R)^m$ を代入すると、

$$\begin{aligned} u &= \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{m}{m+2} (p_0-s/m) (R/r)^{m+2} + (1-2\nu)s/m \right. \\ &\quad \left. + (1-2\nu)(p_0-s/m) (R/r)^{m+2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{m^2+2m+2-\nu(m+2)^2}{(m+1)(m+2)} (p_0-s/m) \right. \\ &\quad \left. \left\{ (r/R)^m - (R/r)^{m+2} \right\} \right] \end{aligned} \quad (28\cdot59)$$

この式を整理すると、すでに導いた(28・49)式と同じになる。

◎相関なしの場合(体積弾性率あり)に比べると、 $\varepsilon_{rp}/\varepsilon_{tp} = -1$ が $-(1+m)$ になっている。[]内が $(r/R)^m - R^2/r^2$ にかわり、

$(r/R)^m - (R/r)^{m+2}$ となっている。係数も $2(1-\nu^2)/E \cdot \{m/(m+2)\} (p_0-s/m)$ から $(1-\nu^2)/E \cdot m(p_0-s/m)$ へと、 $\frac{(m+2)}{2}$ 倍になっている。

[計算例9] §25の計算例と同じ条件で、相関流れ則を適用して地山応答曲線を求めよ。

[答] 図-27・6、10参照

図-27・10を見ると、そ性ひずみが降伏面と直角の伸びていることがわかる(ここでやっと応力とひずみを一つの図面に書くことのありがたさがわかる。だいたいの人が直交則にそって計算しているつもりでも、体積弾性率を忘れたりする。大事なことはしつこくいかにやる必要がある)

◎体積弾性率だけを考えた場合に比べると、地山の押出し量が格段に大きくなることわかる。むかしは膨張性地山と呼ばれて、地山そのものの性質上膨張するもの、特に吸水に伴い膨張するものと考えられていた。そのた

め、モンモリロナイトなどの粘土鉱物を x 線分析などで調べたりしていた。膨張の主役は吸水でなく応力解放、そ性変形に伴う体積膨張と主張したのは仲野⁽⁴⁾であるが、ここに述べた計算式、直交則の説明は、その裏付けになる。

◎この計算では、直交則により、そ性変形に伴って体積膨張は無限に続くという解いている。変形がある限度を越えると、体積膨張が止まったり、または c 、 ϕ の低下が起こったりするとの考え方もある。Ladanyi⁽⁵⁾は、降伏ひずみの3倍のひずみまでは体積膨張があるが、その後は体積変化はないと考えて解いているが、その根拠ははっきり示していない。ゆるい砂はせん断に伴い体積は縮小し、密な砂はせん断に伴い体積膨張することから直交則や関連流れ則には適用限界があるとも考えられる。体積膨張には c 、 ϕ 、 E 、 ν の低下も伴うとも考えられる。連続体が、そ性変形に伴いより小さい粒子に破壊されていくときは体積膨張が起こるが、ゆるい砂がせん断されるときのように配列が変わるだけのときは、体積は変化しないとも考えられる。

α がかならずしもプラスとは限らず、ゼロやマイナスの場合も考えられる(§27で述べたエンドキャップのとき)。この点については、また後で論じる。

◎連続体力学では、そ性域全体に体積膨張が起こると考えるが、実際はある狭い幅のすべり域で変形が起こり、体積膨張もその部分でだけ起こるようである。その場合も直交則がなりたつ。

アンカーボルトとたわみやすい、また、隙間を設けてあり、縮小もできる吹付けコンクリートで十分に覆われた(支保された)地山では、無数のせん断面ができて、直交則に基づく体積変化(膨張)が起こるものと考えられるが、吹付けコンクリートがせん断されるような場合には、地山内にも1~数か所のせん断面しか生ぜず、その面の近くでそ性変形に伴う体積膨張も起こるだけであると思われる。

◎前節と同じく $(a/r)^2$ と半径方向ひずみ ε_r との関係、 a/r と半径方向変位 u との関係を描くと、弾性域では直線上に乗り、そ性域ではそれより外れる。図-27・8、実測したひずみのデーターを $(a/r)^2$ 、 a/r に対して図示してみると、計算どおりのこともあれば、全然違う傾向を示すこともある。ここでの計算の仮定がほぼ成立っている場合もあれば、違う要素によるものがより大きい場合もある。

1タンクは、100万バレルの容量をもつ。総費用は約50億ドル程度と予想される(W. T. '91-10)。

全米科学財団が「地下空間の築造」に研究費充当

Texas-Austin大学、California-Berkley大学とMITの合同研究プロジェクトは、地下構造物建設における危険、かつ予測不能な作業工程に対して、自動化築造技術の安全と生産性を高めるためのものである。研究の具体的なねらいは、全断面機械掘削に向けられる。研究の四つの分科は：

1. システム全体の概念設計の展開。
2. トンネル工事における作業性の数量化と、新しい概念の評価のためのシミュレーション・モデル。
3. 柔軟な設計に求められる諸要素を確かめ、作業パラメータの実用価値および探査の要否を決定するためのもっとも優れた既存技術の評価の深度化。
4. 掘削工程の簡素化と同時に、大きく変化する地山の連続掘削の簡易化をねらった先進掘削技術の研究。

以上の諸研究の重点には、建設作業の事例データ・ベースの展開、地質変化に対応して決められた寸法諸元を組み込んだ建設工程のシミュレーション・プログラムの一般化、連続的な地山一次支保および最終覆工のタイミングに対する厳密な評価、地山条件の急変に対応できる掘削工法の作業および融通性を改善するためのアブレーション水噴射および水噴射添加機械掘削の研究などが含まれる(TUST '91-4)。

米国の揚水発電所建設計画

米国連邦エネルギー調査委員会は、オハイオ州 NortonのAkronから5マイルほどに位置する、工事費10億ドル、発電量1500メガワットの揚水発電所の建設を許可した。設計および工事はMorrison-Knudsenによって行われる。建設工事は1992年末にはじまり、1998年に完成予定である。

下池として利用される予定の旧石灰石採石場付近の地下2,400フィート(720m)に6基の発電機が設置される。上池は高さ35フィート(10m)の堤防によって堰止められる。

長さ7,000フィート(210m)の水平トンネルまで、水を300フィート(90m)落下させる直径28フィート(8.4m)の導水路も建設される(TUST '91-4)。

米国の地下劇場の建設

米国St. LouisのGateway Archの下の狭隘な場所に、国立公園局の350席の地下劇場が建設中である。

ミズーリ州立大学ローラ校を掘削下請人として、ウォーター・ジェット掘削技術を用いて2000yd³(1530m³)のミズーリ石灰岩が掘削されている。毎年250万人がこのアーチを訪れるので、公園局は工事が安全に、静かに、かつきれいに行われるよう要請した。発破の使用は許されず、重機による掘削工法も作業現場への進入のむずかしさから不可能であった。ミズーリ州立大学ローラ校が研究事業として提案した解決法は、ウォーター・ジェット技術を用いて岩を切削する方法であった。ローラ校のウォーター・ジェット技術研究所の教員、学生と技術者からなるチームは約1年間にわたってアーチ南側脚部の近くで岩を切削・搬出して幅60ft・長さ80ftの空洞を掘った。金額US\$50万のこの作業は91年6月に完了し、劇場の建設は秋にはじまる(TUST '91-4)。

中国初の大容量揚水式発電所

広州の北東約100kmで建設中の揚水式発電所は、中国初の大容量揚水式発電所で、総発電力は1,200Mwに及ぶ。地下発電所は延長3km以上の水圧トンネルで、上池・下池とつながれる。地下工事はコンクリート覆工の導水路・放水路トンネル、内径9m、鋼製セグメント覆工の導水路管、146×22×45m³の発電室、および146×17×25m³の変電室を含む。発電室の掘削および支保工は半分終了している。水頭差750mで設計されている導水路関係の構造物は、1991年中に完成する予定である(TUST '91-4)。

イギリスの道路トンネルで最初のNATM

FolkestoneとCourtwood間のA20自動車道の延伸において、ケントのRound Hillトンネルが貫通した。トンネルは延長380mの双設2車線トンネルで、イギリスにおいてNATMで施工された最初の道路トンネルである。

貫通は、西行線の上半(高さ5m)で、ほぼ計画工程どおり達成された。ただ、途中で大きな崩落が2回あり、支保の増強が必要であった。下半(ベンチ長11m)を引続いて掘削中であり、東行線も12月に貫通する予定である。

イギリスでは、A27自動車道のSouthwick Hillトンネルでも、経済的な工法としてNATMが採用される予定であり、オーストリアDr Sauerのイギリス事務所がNATMのコンサルタントに加わっている。A27の道路とトンネルの各入札は、1992年初旬に予定されている(T & T, '91-11)。



わかりやすいトンネルの力学(9)

福島 啓一

§29 線対称円形トンネルの弾塑性解

トンネルが丸くて、土圧が水平も鉛直も同じと言うのでは余りにも理想的すぎて、現実的ではない。

地山応力が静水圧的でなく、もっと実際の地盤条件に近い場合、すなわち、鉛直方向に p 、水平方向に q の土圧が働いている地山内の円形トンネルで、周辺の応力がそ性状態になっている場合について解ければ、より実用的な解となり、応用上の価値も増すものと考えられる。

§20に示したKirschの解からわかるように、弾性計算を行ってみるとトンネルの側壁部分の応力がもっとも大きいので、この部分がまず降伏し(図-29・1b)、さらに荷重が大きくなれば、トンネル全周にわたり降伏する(図-29・1a)、その深さは側壁部分がもっとも大きいと考えられる。

降伏条件としてvon Misesの降伏条件が成立する場合、 c 、 ϕ で表現すると $\phi=0^\circ$ の場合の問題をGalini^{(48), (49)}が解を与えている。Galiniの解が成立する条件は、

- ① 鉛直土圧 p 、水平土圧 q が働いている地山内に円形のトンネルが掘られている。
- ② トンネル内空には支保工反力 p_i が等分布している。
- ③ トンネル周辺は、全周がそ性状態になっている(図-29・1(a)の状態)。その外側は弾性状態である。つまり、弾塑性境界はトンネルのまわりを取り巻いている。
- ④ 降伏条件はvon Misesの降伏条件が成立する(内部摩擦角 $\phi=0^\circ$ である)。

この場合、弾性域内、そ性域内の応力関数はともに重調和関数となり、それを連立させて解くことにより、弾塑性境界の位置を求めることができる。弾塑性の境界はだ円になる(つまり、弾性域、そ性域とも $\nabla^2 F=0$ になるように重調和関数で応力関数が表されるならば、両方

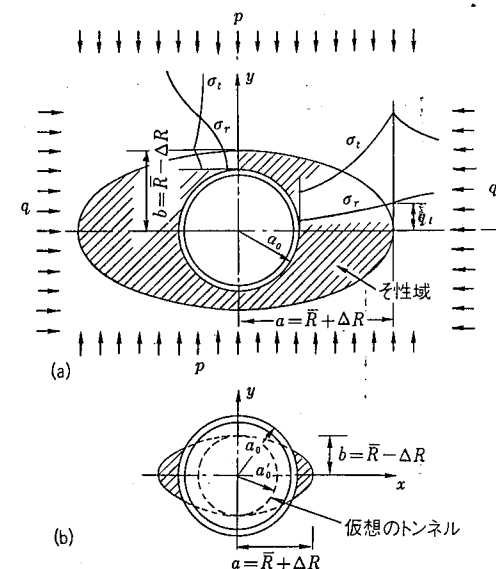


図-29・1 側圧係数が1.0でないときの地山のそ性状態

を連立させて解くことができるし、境界の形も数学的に求めることができる。その理由は高等な数学でトンネル屋の関知するところではないが、多くの数学者が揃って言っているので、まず間違いはないと思われるので、これを信用して話を進めることにする。

いま、そ性域は軸対称と仮定すると、そ性域内の応力は

$$\sigma_r = s \cdot \log \frac{a}{r} + p_i, \quad \sigma_t = s \cdot \log \frac{a}{r} + p_i - s$$

$$\tau_{rt} = 0 \quad (27 \cdot 21 \sim 22 \text{再掲})$$

応力関数 F_p と応力の関係は次のようになる(21・2参照)。

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F_p}{\partial r}, \quad \sigma_t = \frac{\partial^2 F_p}{\partial r^2}, \quad \tau_{rt} = 0 \quad (21 \cdot 2)$$

これを解くと、

$$F_p(r) = \frac{1}{2} s \cdot r^2 \log \frac{r}{a} + \frac{p_i + s/2}{2} \cdot r^2 \quad (29 \cdot 1)$$

これは重調和関数である。つまり、 $\nabla^2 F_p = 0$ になるこ

*飛鳥建設(株)技術本部技術企画部担当部長

1992年(平成4年)4月

とが計算することによってわかる。

一方、弾性領域ではエアリーの応力関数 $F_i(x, y)$ があるが、これは重調和関数であることは弾性学でわかっている。

両方の領域が重調和関数で表されるときは、その境界を計算で求めることができることになっている。ただし、この計算はとてもむずかしく、結果だけを次に示す。詳しくは文献を見られたい。

弾塑性境界は、次のだ円の式で表される。

$$\frac{x^2}{(\bar{R} + \Delta R)^2} + \frac{y^2}{(\bar{R} - \Delta R)^2} = 1 \quad (29.2)$$

ここに、 $\bar{R}$: 弾塑性境界までの平均離れ

$$\bar{R} = a \cdot \exp\left[-\frac{p+q}{2s} - \frac{1}{2} + \frac{p_a}{s}\right] \quad (29.3)$$

$\Delta R/\bar{R} = (a-b)/(a+b)$: 偏平率 (図-29.1参照)

$$\Delta R/\bar{R} = \frac{p-q}{s} \quad (29.4)$$

$p=q$ とすると、平均離れは軸対称の場合の式(27.23)に一致する。

そ性域の応力は軸対称であるから(27.21~22)式で、弾性域の応力とひずみはだ円になるから §24 の式で計算できる。ここに、 P_a : トンネル内空面での支保工反力。

$\phi=0$ は泥水シールドで掘る超軟弱地盤しか適用しないので余り現実的でない。そこで、降伏条件として $\phi \neq 0$ の Mohl-Coulomb の降伏条件を採用した場合を解くことにする。しかし、この場合はそ性域の応力関数が重調和関数にならないので、このままでは解けない。そのような場合に Prager-Hodge⁸⁹⁾ は Parasyuk が解いたと紹介しているが、原論文が入手できず詳細は不明である(この論文はロシア語で数式もむずかしいと思われる)。そこで、以下には Mohl-Coulomb の降伏条件を採用した場合も弾塑性境界はだ円になると仮定して ($\phi=0$ のとき、弾塑性境界がだ円ならば、 ϕ がゼロでない場合でもだ円でほぼ近似できると考えられる) x 軸、 y 軸上で半径方向の応力が連続すると言う条件から解くことにする。いま、トンネル内空($r=a_0$)での支保工反力を p_a とすると、そ性域内の応力は §25 より次のようになる(これは、そ性域内の応力分布はあくまで軸対称と考えていることになる)。

$$\sigma_r = s/m + (p_a - s/m)(r/a_0)^m \quad (29.5)$$

$$\sigma_t = s/m + (m+1)(p_a - s/m)(r/a_0)^m \quad (29.6)$$

一方、外圧 p および q 、内圧 p_i および q_i を受ける地山内の長径 a 、短径 b の弾性状態のだ円孔の内空面での応力は式(24.12~13)より次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} (x \text{ 軸上}) \sigma_r &= q_i \\ \sigma_t &= -q + q_i + (p - p_i)(2a+b)/b + p_i \end{aligned} \right\}$$

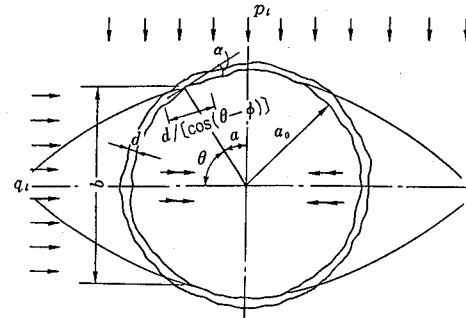


図-29.2 セン断破壊の仮説

$$(y \text{ 軸上}) \sigma_r = p_i \quad (29.7)$$

$$\sigma_t = -p + p_i + (q - q_i)(a+2b)/a + q_i$$

だ円内空面での応力は弾性域から求めた値とそ性域から求めた値が等しいはずである。ゆえに、次の式が成り立つ。

$$(x \text{ 軸上}) \sigma_r = q_i = s/m + (p_a - s/m)(a/a_0)^m \quad (29.8)$$

$$\begin{aligned} \sigma_t &= -q + q_i + (p - p_i)(2a+b)/b + p_i \\ &= s/m + (m+1)(p_a - s/m)(a/a_0)^m \end{aligned} \quad (29.9)$$

$$(y \text{ 軸上}) \sigma_r = p_i = s/m + (p_a - s/m)(b/a_0)^m \quad (29.10)$$

$$\begin{aligned} \sigma_t &= -p + p_i + (q - q_i)(a+2b)/a + q_i \\ &= s/m + (m+1)(p_a - s/m)(b/a_0)^m \end{aligned} \quad (29.11)$$

この式は代数的に解くのはむずかしい。したがって、これらの式は試算により満足する a, b を求める。後は(29.5~6)と(24.6~11)式で試算できる。

◎計算上はそ性域内の地山はすべて平等にせん断される危険性があるが、一般には、ある厚さを持った1つの面でせん断され、それによって応力解放されるので、残りの部分はそのままと言うことになる。

しかし、吹付けコンクリートで十分に支保されている軟岩などでは、そ性域内にいくつものすべり面が現れて、そ性域内は均等に降伏するようである。いずれにしても、ここで導いた計算式でほぼ近似できるものと考えられる。

Rabcewicz の言うせん断すべり面は、このだ円のそ性域の中にできるものと考えられる。一般に、吹付けコンクリートのせん断面は一つづつしか現れないが、これは次の計算が示すように、コンクリートに働くせん断力がもっとも大きくなる点があり、そこからせん断されるからである(計算上は上下対称であるが、インバートコンクリートの施工が遅いので、下半分の地山の応力は吹付けコンクリートの施工前に解放されてしまい、側壁部のコンクリートにはせん断面は生じないことが多い)。

吹付けコンクリートのせん断位置は次のように求められる。いま、簡単のため、吹付けコンクリートの背面に

は均一な水平圧力 q_i が働いているとする。鉛直方向の圧力 p_i は q_i に比べて小さいので、せん断には余り関係ないので無視する。吹付けコンクリートがせん断される位置は円心より θ だけ上および下とすると、吹付けコンクリートに働く水平力は、

$$H = \int_{-\theta}^{+\theta} q_i \cdot a \cdot \cos \theta \cdot d\theta = 2q_i \cdot a \cdot \sin \theta \quad (29.12)$$

一方、吹付けコンクリートは水平方向の押出しに対して、せん断力で抵抗すると考えると、その抵抗力は、

$$\begin{aligned} H_s &= 2\tau_c \cdot s = 2d \cdot \tau_c / \sin(90^\circ - \theta + \phi) \\ &= 2d \cdot \tau_c / \cos(\phi - \theta) \end{aligned} \quad (29.13)$$

ここに、 d : 吹付けコンクリートの厚さ、 τ_c : コンクリートのせん断強度 $= \sigma_c \times 0.2$ 、この二つの力の比(安全率 $s.f.$) がもっとも小さくなる点でせん断される(図-29.2)。

$$\begin{aligned} \text{安全率 } s.f. &= H/H_s \\ &= d \cdot \tau_c / \{q_i \cdot a \cdot \sin \theta \cos(\theta - \phi)\} \end{aligned} \quad (29.14)$$

最小値を求めるため $d(s.f.)/d\theta = 0$ と置くと、 $\cos(2\theta - \phi) = 0 \therefore 2\theta - \phi = 90^\circ \therefore \theta = 45^\circ + \phi/2$ 、Rabcewicz も $\theta = 45^\circ + \phi/2$ のところでせん断されるとしている。

変位の求め方

前節にならって、変位やひずみを求めることができる。そ性域内は軸対称と仮定することは、支保工の反力が θ に関係なく一定と仮定することである。これは、§21 で説明したように、支保工の曲げ剛性が小さいときはほぼ成り立つ。

そ性域内では、 σ_r, σ_t が主応力であるから、 r, t に関してのせん断ひずみはない。したがって、弾塑性境界で接線方向のひずみがあればそ性域内は θ が同じところでは同じ角度の接線方向の変位を受ける、言い替えれば、そ性域内では半径方向の直線は保存される。したがって、弾塑性境界での接線方向のひずみを ε_{rt} とすると、軸対称のときの式の替わりに次のような式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= du/dr \\ \varepsilon_t &= u/r + \varepsilon_{rt} - (u/r) \varepsilon_{rt} = u/r + \varepsilon_{rt} \end{aligned} \quad (29.15)$$

前節にならう、 $\varepsilon_r = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}$ 、 $\varepsilon_t = \varepsilon_{tt} + \varepsilon_{\theta\theta}$ 、 $\varepsilon_{\theta\theta} = (m+1)\varepsilon_{\theta\theta} = 0$ とすると、

$$du/dr + (m+1)u/r + (m+1)\varepsilon_{rt} = \varepsilon_{rr} + (m+1)\varepsilon_{tt}$$

$$du/dr + (m+1)u/r + (m+1)\varepsilon_{rt} = \frac{1-\nu}{E} \{(1-2\nu)$$

$$\begin{aligned} & (m+1)s/m + \{m^2 + 2m + 2 - \nu(m+2)^2\} \\ & (p_i - s/m)(r/a)^m + (m+1)d\theta \end{aligned} \quad (29.16)$$

これを解くと、

$$\begin{aligned} r^{m+1} \cdot u &= \frac{1+\nu}{E} \left[(1-2\nu) \frac{s}{m} r^{m+2} + \{m^2 + 2m + 2 \right. \\ & \left. - \nu(m+2)^2\} \frac{p_i - s/m}{2m+2} \frac{r^{2m+2}}{a^m} \right] + \frac{m+1}{m+2} \end{aligned}$$

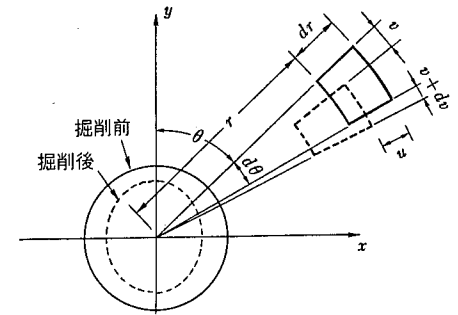


図-29.3 変位とひずみの関係

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{du}{dr} \\ 1 - \varepsilon_t &= (1 - \frac{u}{r}) (1 - \frac{d}{d\theta}) = (1 - \frac{u}{r}) (1 - \varepsilon_{rt}) \\ \therefore \varepsilon_t &= \frac{u}{r} + \varepsilon_{rt} \end{aligned}$$

$$\varepsilon_{rt} = r^{m+2} + c \quad (29.17)$$

$$u = \frac{1+\nu}{E} \left[(1-2\nu) \frac{s}{m} + \{m^2 + 2m + 2 - \nu(m+2)^2\} \right]$$

$$\frac{p_i - s/m}{2m+2} \frac{r^m}{a^m} + \frac{m+1}{m+2} \varepsilon_{rt} r + c/r^{m+1} \quad (29.18)$$

弾塑性境界の変位 U_R とひずみ ε_{rt} がわかれば、これよりそ性域内の変位分布、ひずみ分布が計算できる。

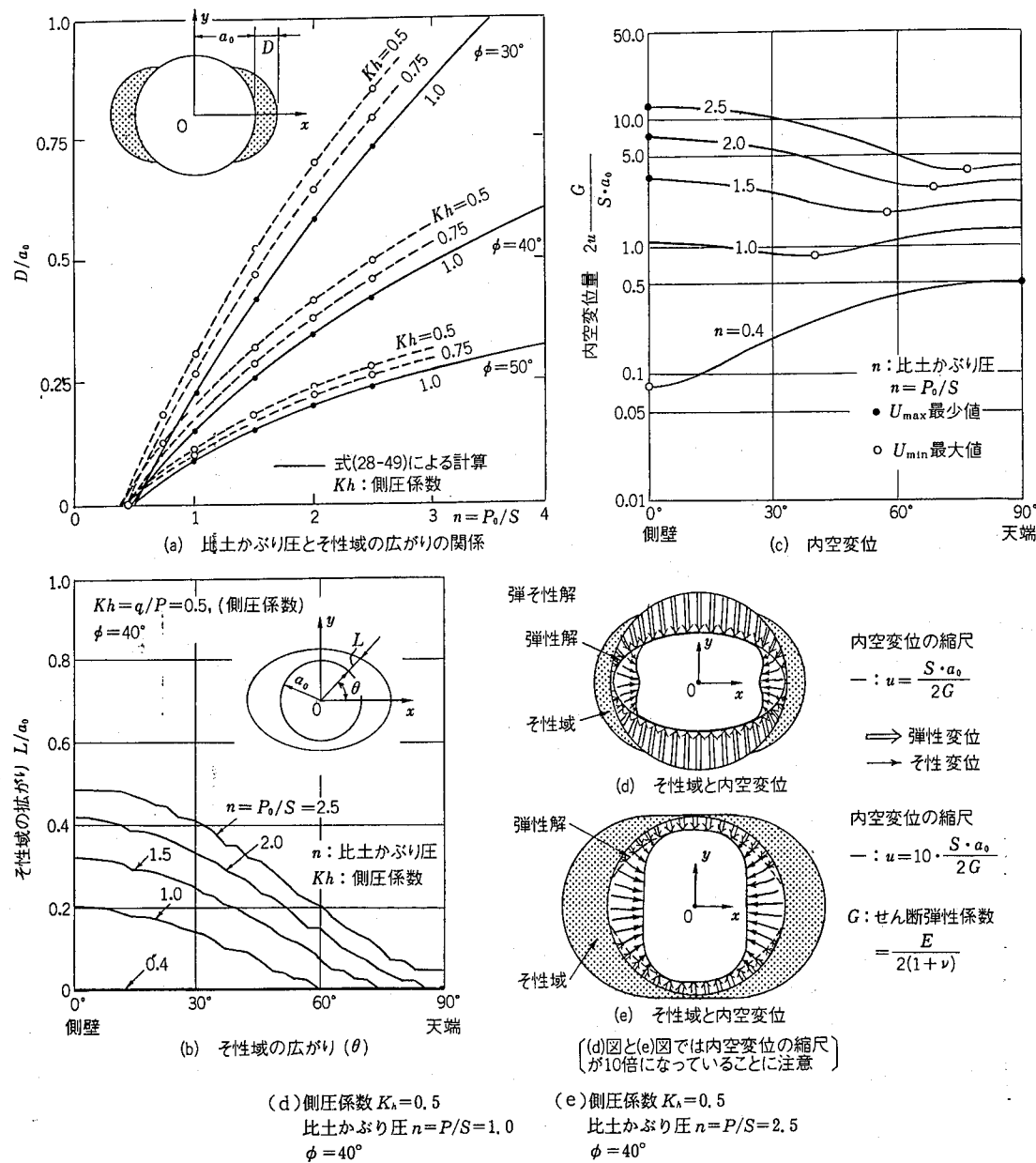
弾塑性境界での強制変位は軸対称のときと違い複雑なので、簡単にこの式に代入して積分常数 c を求められない。

この計算は電卓というわけには行かず、BASIC プログラムが組める小型コンピュータが必要になる。

この場合、体積膨張をゼロとすると側壁はかえって広がるという計算結果が得られる。しかし、体積弾性率や直交則を考えて計算すると、側壁の押し出し量が大きくなり、鉛直圧力により側壁から押し出されてくるという Rabcewicz の主張を計算で裏付けることができる。

地圧が鉛直方向から働くと、トンネルの壁面は横から、水平方向から押してくるというのは Rabcewicz の提出したコペルニクス的な発想の転換である。しかし、それを裏付ける計算式は発表されていなかった。これで、やっと根拠がわかることになった。また、計算では支保工反力は一定としたが、支保工には多少の剛性があるので側壁の圧力が一番大きくなることが推定できる。

◎弾塑性の境界をここではだ円と仮定したが、簡単な計算をして見ても天端や底盤は弾性状態で、側壁のごく一部分だけがそ性状態になっている場合が多い(図-29.1(b))。そのような場合は、ここに導いた式は使えない。もっと小さいトンネルを掘ったと仮定して計算し、実際のトンネルの大きさの値を読むという抜け道もあるが正確さにかける。この辺が解析式の限界である。これ以上

図-29-4 境界要素-特性曲線法による計算結果⁹⁰⁾⁹¹⁾

になるとコンピュータを使った数値解析を必要とする。このような場合について、菅原ら⁹⁰⁾⁹¹⁾は塑性域については上記の計算と同じ、弾性域は境界要素法を使う方法を提案している。詳細はむずかしくて簡単に説明しかねるので計算結果の図だけを紹介する。

この図よりも側壁が押し出してくることがはっきり分かる。

◎ §21で側圧係数についての考え方を紹介したように、側圧係数が1以上になるとの意見や実測例がある。側圧

係数の実測法はいろいろあるが、基本的には小さなボーリング孔に計器を取り付けた後、その外側をボーリングして、そのときのひずみの変化から逆解析する。したがって、解析式が正しくないや全然違う結果になる。

これにより、側圧係数がわかる。側圧係数が1より大きいので、側圧が大きい、側壁が押し出してくると思っている人が多いが、これは、Rabcewiczが提唱したように、鉛直圧が卓越したときトンネルの側壁が押し出してくるのが正しいようである。鉛直圧が大きいときでも、

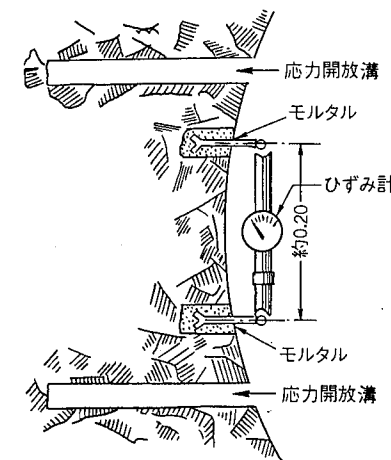


図-29-5 初期地圧測定法の例

弾性状態では上下から押し出し、塑性状態では側壁が押し出してくる。

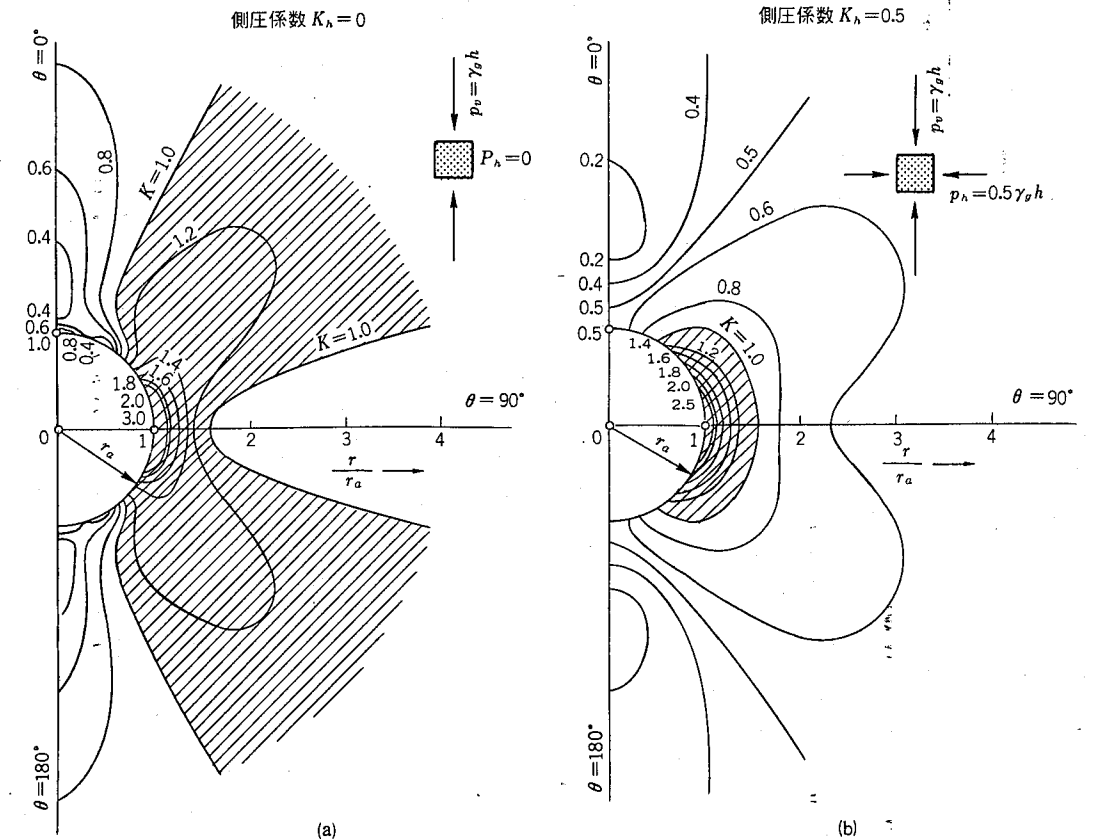
§21で側圧係数の実測値を多少の疑問符をつけて紹介したのは、変形から土圧を推定するとき、弾性状態と

塑性状態では、このように全然挙動が違うのに、その辺りをあまりはっきりさせてない解析が多いからである。

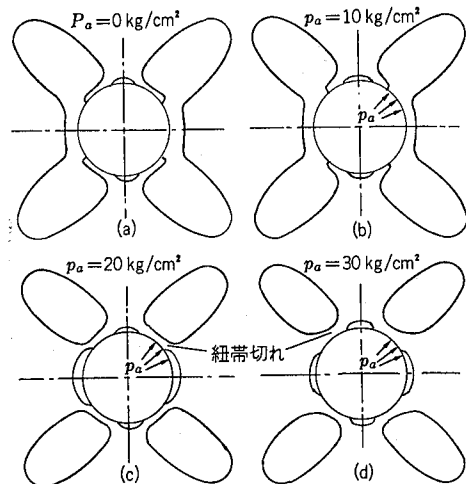
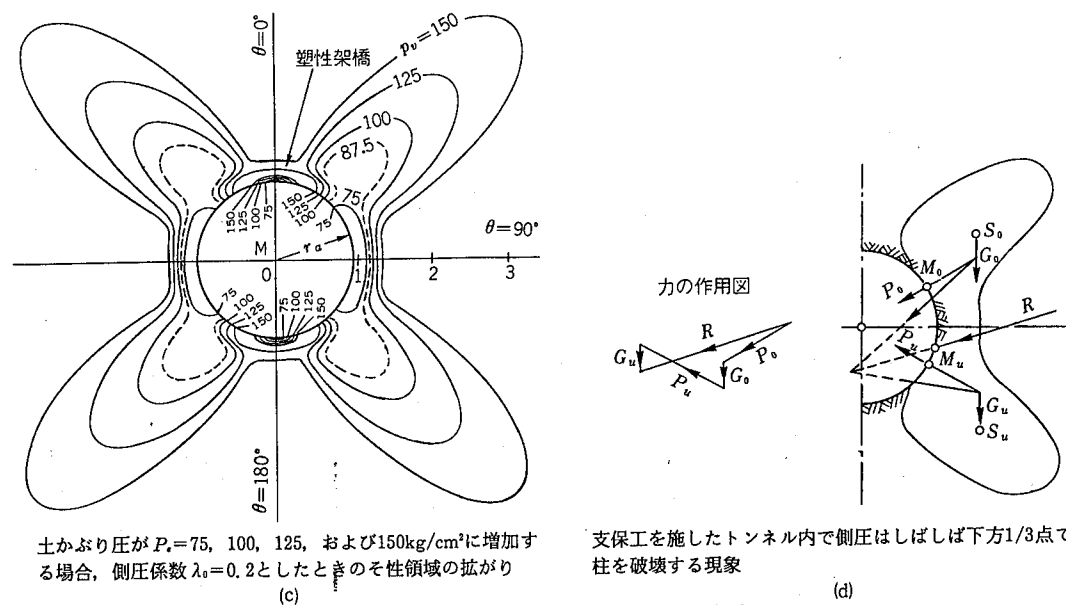
しかし、側圧係数の推定が違えば計算結果は大幅に違って影響が大きくなるのははっきりさせなければならない。

◎以上の計算では、弾性域と塑性域の境界はだ円形と仮定して式を導いた。その根拠としては、 $\phi=0$ の場合についてのGalinの解析を利用した。ところで、H. Kastner²⁵⁾は、図-29-6のように45°方向に塑性領域が伸びる計算結果を示している。

H. カスナーの「トンネルの力学」は、この分野ではもっとも権威ある文献の一つと思われる。そこで、彼はトンネルの弾塑性力学の解析を示しているが、その解答は筆者には納得しがたいものであった。しかし、詳細な解析手順が示されていないので、筆者の考えとカスナーの考え方のどちらかが間違っているはずであるが、根拠もなしに他人の説を非難することはできないし、数式の誘導がきちんと示されていないので、判断がつかなくて困っていた。しかし、ある日こんなことだったのかと気がついた。カスナーの式は、実際にトンネルで起こる現



完全塑性と仮定した場合の円形トンネル断面周囲の塑性領域の境界：(a)側圧係数 $K_h=0$ の場合；(b) $K_h=0.5$ の場合；限界曲線に添付された数値 K は一軸地山圧縮強度 σ_{cd} と鉛直土かぶり圧 P_0 の比を示す。比強度 $K=1$ の場合の塑性領域はハッチで示している。



$h = 480 \text{ m}$, $\gamma_0 = 2.6 \text{ t/m}^3$, $P_0 = 125 \text{ kg/cm}^2$, $K_0 = 0.2$, $\tau_0 = 25 \text{ kg/cm}^2$, $\phi = 30^\circ$, $\sigma_{ad} = 86 \text{ kg/cm}^2$
円形トンネル掘削断面周囲の塑性領域と回転対称的に作用する支保工抵抗 P_0 との関係

図-29-6

象の解析まで示されているし、単なる計算ちがいだけではすまないことになる。権威あるチェツキーの「トンネルの力学」を始め日本で発行されている本でもそのまま紹介されている。それらに掲載されているものと全然違う結論を紹介すると混乱するだけである。そこでカスナーの解析法をわかりやすく説明し、問題点を指摘する。

まず、カスナーが述べている要点を引用する。

“側圧係数 $k_0 = 0.5$ の場合、塑性領域は両側部において三日月形に横たわり、 $k_0 = 0.3$ の場合は十文字形に拡大され、最後に $k_0 = 0.2$ の場合には特徴的な形となり、 45° 傾いて発生する舌状の応力分布が地山内部に深く入

り込む。その場合、側壁のあたりでは掘削周辺に重要な広がりが生じないことに注意しなければならない。しかし、側壁付近に塑性領域が著しく集中することは特に重要で、今後の研究に特に大きな意義がある(中略)。

これに関連して、レオン教授がウィーンでトンネル状にせん孔したカララー大理石よりなる岩石によって実施した試験を取り上げよう。塑性領域はこの試験ではっきりわかるし、その内部すべり面も明瞭に知ることができる。しかし、当時はまだ塑性領域の重要性は注意されていなかった(IV, 21)。

地山が一次的に弾性状態にあったら、掘削後の二次応

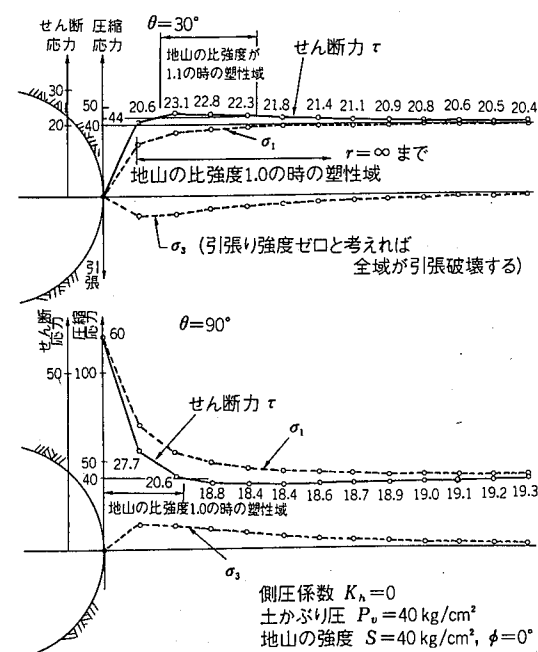


図-29-7 Kastnerの計算法の説明

力状態によって地山内の掘削面周囲に塑性領域が生じる。真の地圧は、硬岩内の深いトンネル掘削のときには必ず生じる。すでに述べたように、塑性領域の形状は側圧係数 k_0 に関係するが、その領域の形状と範囲は土かぶり高さに著しく左右される。

塑性領域は土かぶり圧が増加すると、円形断面の水平断面軸より発達し、さらに、その後は側壁領域に広がるが、その際に薄い厚さで三日月形に掘削周辺に広がっていく。土かぶり高さがもっと増すと、上下方向に地山内部に斜めに広がり、ますます大きな地山部分が塑性領域となる。この塑性領域を2群のすべり面が通過するので、地山は破壊を伴わない塑性変形か、あるいはすべり破壊現象のいずれかを生ずる。地圧現象は主として側壁に生じ、現象の強さは地山の性状と塑性領域の拡がりに関係する。はく離は側壁においてもっともよく観察されるが、その際には切り込み作用が重要な役割を演じる。というのは、すべり面の発達は切り込み箇所から外に向かって生じるからである。……地圧現象は側壁断面に発生しやすいものであるが、比較的強力な圧力のあるときに発生する天端と底盤の地圧現象、すなわち突き上げ現象を説明しなければならない。突き上げ現象を説明するため図-29-6(c)を参照されたい。同図では、土かぶり圧の小さいとき、舌状の塑性領域が側壁にだけ付着しているのがわかる。土かぶり圧が増すと、天端と底盤に塑性領域が発生する。舌状に沿ってずっと地山内に入り込んだ塑性領域が、すべり面内で地山マスを側壁に向かって動かす。この運動

が発生すると、天端と底盤において地山マスの横すべりが次々に現れて突き上げ現象となる。

支保工を施したトンネル内では、支柱がたいていの場合中央ではなく、下部3分の1点で折れることは周知の現象である(図-29-6(d))。この現象は、水平トンネル軸の周りの力の非対称によって説明される。塑性運動が力 P_0 と P_u を生じ、それらの力は水平トンネル軸に対称であるが、しかし、すべり出す地山マスの重量を考慮すると、中心以下に作用する合力 R が得られる(V, 32)。

土かぶり圧が深い場合、塑性領域の理論が荷重を決定する。このとき、質量力は決定的な役割を演じないので、断面は円形に近いものがよく、側壁の塑性領域を消滅させるような半径方向圧力を荷重として考える。この荷重は実際のものではなく、計算上の荷重に過ぎない。このため安全率は、その他の構造物において用いられるものより相当低くとることができる。……また、広がった塑性領域を急速に縮小させる半径方向の圧力を決定することができる(図-29-6(e))。この場合の安全率は、前にあげたものより高くなる(IV, 39)。

この『トンネルの力学』という本に出ているもっとも重要な知識は、著者が展開した塑性領域の理論である。もちろん、たとえ、それが試験途中に種々の点で確認され、トンネル工事の地圧を解釈するときや、設計問題を解決する際に正しいことが証明されたとしても、全面的に賛意が得られたわけではない。この理論が必ずしも賛成されなかった理由は、ここに示した考え方の斬新さにある。新理論は、常に構想において相容れない見解を伴う。本書は著者の知る限りでは、類似の本がないので新知識をもたらすであろう。その内容は以前からの見解を編さんしたものではなく、古い意見とは独立したものである。古い意見は無理なくあてはまるときだけに用いられる。……フェーダー博士、ビーダーホア博士……は、内圧が増加するときの塑性領域の挙動を明示して、トンネル覆工設計に対する補助手段として、斜めに走っている塑性領域の紐帯が切れ始めるところを光弾性的方法で得た。……この写真(省略)から見られる塑性領域の紐帯切れは、著者が厄介な計算作業によって得た図-29-6(e)に示してある結果と驚くほど一致している(XII, 結語)。”

引用が長くなったが、カスナーがこの問題を重視して、計算、実験、実際の現象から証明しようとしていることがわかったことと思う。

さて、これが間違っているらしいと言うのが次の問題である。

弾塑性問題の正式の解析法は、弾性領域の応力関数と塑性領域の応力関数を連立させて一度に解くことである。

前節の軸対称の問題についての解法、あるいは、Galiniの解析法は正式の解析法を使っている。しかし、正式の解析法の欠点は、数学的に解くのがむずかしい。そこで、便法として、まず弾性計算だけをして、その答から、この部分は材料の強度を越えていると言うのを出す簡便解法がある。例えば、強度100の部材を組み合わせて作った橋、建物があるとすると、弾性計算をした結果、AとBの部材は強度100を少し越える力が働くという計算結果がでたとする。この二つの部材が降伏したとすると100以上の力は負担できないが、それでも全体が破壊したり、変形が大き過ぎて使用できなかったりと言う不都合がなければ簡略計算で十分なはずである。

あるいは、この二つの部材の寸法を少し大きくするだけで済む程度なら簡略計算でも十分である。

カスナーの計算法もこのような計算法である。この計算をもう少し丁寧にするときには部材AとBは強度100を越えた分の力を負担できないわけであるから、その分を残りのまだ余裕のある部材に負担させるとどうなるかと言う計算を行う。その結果、CとDの部材にも100以上の力が働くなら、その分を残りの部材に分担させる計算をくり返して、すべての部材が荷重を負担できる限度内に収まれば良好である。……そうでなければ、部材の寸法を変えて、また初めから計算を行うことになる。このくり返し計算は、コンピュータの得意な分野で、解析式がなかなか解けないときにはよく行われる方法である。ところで、カスナーは第二の段階まで行っておらず、第1段階までの計算しか行っていない。カスナーの行った計算を具体的にわかりやすく示せば、例えば、図-29・7の $\theta=90^\circ$ （水平方向）での弾性計算で、せん断力 τ が地山強度を示す水平線より上の部分をそ性域と判断する方法である。カスナーは相当むずかしい計算を行って求めているが、いまのように電卓や小型のコンピュータが発達した時代なら応力分布図をコンピュータに描かせ、定規で水平線を引けばすぐわかる。筆者も計算してみたがカスナーが解いたむずかしい式と同じ傾向の答が容易に得られた。それじゃカスナーはやっぱり間違っていないのでしょうか？例えば図を見るとカスナーの方式では強度に相当する水平線を引いてせん断力 τ の線との交点までの距離を読めば良いのです。より正確には強度を示す水平線より上の部分の面積分をその右側の τ の線に加える必要がある（第2段階）。（この説明は多少不正確である。左右方向だけでなく、上下方向にも分配する必要がある）しかし、多少精度が悪いことを我慢すれば一般にはそれでよいはずである。ところが $\theta=30^\circ$ の方向ではどうであろうか。 τ の線がほとんど水平に近いので強度がちょっと変わってもそ性域の幅が大きく変わる。

σ_1 の値が強度の線より上に出ている分を右側に移すとすれば、もとの応力分布はさらに大幅に違ってくる。カスナーは $\theta=45^\circ$ 方向ではそ性域が切れるとか切れないとか言っているが、そんな細かな問題ではなさそうである。水平線より上の分をその外側だけ内側だけに移すとすれば、境界線の位置などどこまで移動するのかが弾性計算からではぜんぜん予想もつかない。しかし、カスナーは光弾性実験まで引張りだして $\theta=45^\circ$ 方向ではトンネルから離れたところにそ性域ができるとか、それが横方向の支保工が折れた例（図が示してある）の力学現象を裏付けているとか、この式を基にしてくり返し説明している。それがKirschの式を解いてグラフを描けば容易にわかることであり、もうすこし工夫すればカスナーの式よりさらに正確に求められそうであることがわかった。

ここで、カスナーの犯した第1の間違ひは、弾性計算からそ性域の範囲を推定できるのはそ性域がほんの少しで、しかも応力分布の勾配がかなりきつく、境界がはっきりしているときだけなのに、 45° 方向のように応力が微妙に変わるところに適用したことである。

さて、カスナーの式が多少不正確で、特に $\theta=45^\circ$ 付近では大いに不正確だということはわかったが、それ以上にカスナーの解は筆者には不可解であった。と言うより、この答が本当ならトンネルを掘ることは場合によたら相当危険だと考えざるを得ない。そこには側圧係数が0.2以下では 45° 付近のそ性領域は無限に広がると述べてあるからである。

一方、Rabcewiczは真の土圧が働くときは、土圧は水平方向から押しきて巻き立てはせん断力で壊れると述べている。それを裏付けるモールの実験、実際の壊れたトンネルの写真も示している。国内で行われた支保工にゲージをつけて行った実測例でも横からの押し出しを裏付けているものがある。一方、カスナーは光弾性の実験例、カラー大理石での実験例などを示している。何がなんでも 45° 方向から地山が押しきてくるはずだと、計算、実験、経験を総動員している感じである。FEMでやった計算例では水平方向にそ性域が伸びた例（Lombaldi³⁰⁾と、 45° 方向にそ性域が伸びた例（Zienkiewicz³⁰⁾とがある。さて、どちらが正しいか？カスナーの計算は多少不正確であるが、やっぱりそ性域は斜めに伸びるのか？

残念ながらカスナーの間違ひである。カスナーの計算は弾性計算しかしていない。カスナーがそ性域の領域として示したものは弾性計算の結果の等応力分布図にすぎない。複雑に見える図は、弾性計算による等応力線図を地山の比強度でわけて色を塗ったに過ぎない。だから光弾性実験の結果ともよく合うわけだし、ぜい性破壊をす

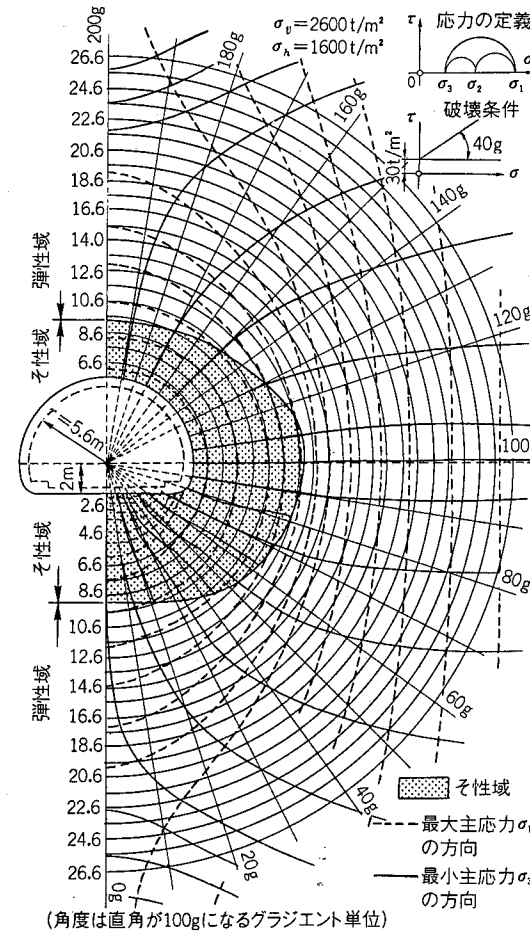


図-29・8 FEMによる計算例 (Lombaldiによる)

るカラー大理石の実験結果ともよく合うわけである。もし、そ性破壊をする軟岩で実験したならばモールの実験のごとく水平方向から押し出してきたはずである（カラー大理石の実験は余り厚くない石の板で行われている。したがって、平面応力状態で、トンネルの場合と少し違う、少しというのは、 σ_1 , σ_3 の応力分布は同じであるが、厚さ方向の応力 σ_2 がゼロになり、 σ_1 が中間主応力になってしまうので破壊基準が全然違ってしまふ）それでもカスナーが間違うはずがないという人のために、もう少し説明する。カスナーの計算例は側圧係数 k_a が0と0.141, 0.2, 0.3, 0.5, 0.75と1.0の場合、地山の比強度が無限大から5, 3, 1, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2などの場合について計算されている。N値ゼロの超軟弱地盤の中にトンネルを掘ることもあるわけであるから、地山の比強度が0.2の場合もありえる。あるいは、一応岩といわれる $\sigma_c=40\text{kg/cm}^2$ くらいの軟岩でもかぶり方が1,000mもあれば比強度は0.2くらいになるから十分あり得る範囲である。むしろ、そんなときこそ強大な土圧で難航するはずであ

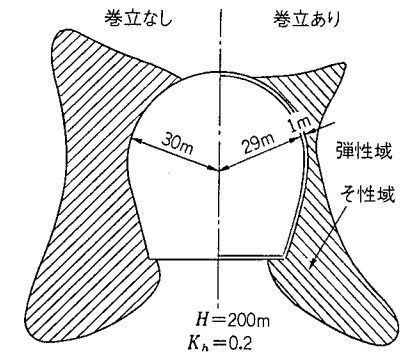
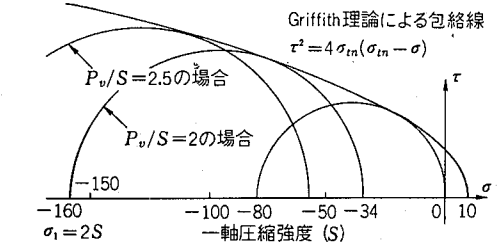


図-29・9 FEMによる計算例 (Zienkiewiczによる)



地山の比強度が1.0の場合	最少側圧係数 $K_a=0$
" 0.5 "	" $K_a=34/180=0.19$
" 0.4 "	" $K_a=57/200=0.28$

図-29・10 降伏条件より最少側圧係数を決める方法

るから正確な力学的解析が欲しい。一方、側圧係数は土留め擁壁や、立坑や地下鉄、地下室などの掘削のための山留め壁の計算をするときの側圧係数と同じものである。側圧係数1.0は計算の基本であるし、超軟弱地盤ですぐ起こるものである。Heimは地下深部では $k_a=1.0$ になるといっている（§21参照）。したがって、まず計算するのは当然である。しかし、側圧係数0や0.5はどうであろうか。地下掘削用の山留め壁の計算では一般に側圧係数を0.5にとる場合が多い。普通程度の土砂で地表から余り深くないときには、この程度の値で計算しておけばまず安全である。それでは、側圧係数0とはどんな状態であろうか。30mも50mも断崖が直立しているのは観光地でよく見かける風景である。玄武岩、安山岩、高溶結の凝灰岩などでは縦にひび割れていて、柱状節理と言われている。これは側圧係数ゼロの代表例である。しかし、このような岩石の場合は地山の比強度は10~50くらいはあるのが普通である。地山の比強度が1以下で側圧係数がゼロとはどんな状態であろうか。豆腐を1cmくらいずつ隙間をあけて何段にも重ねて並べて、さらに、その上に板をおいて漬物石などで荷重をかけた状態であろう。その時点で豆腐の間にはまだ隙間があいていて側圧係数はゼロになっているであろう。つまりカスナーの計算は正しかったが、計算すべき条件をまったく取り違えてしまっているのである（地山の強度と鉛直圧力がわ

かっているとき、水平土圧がどこまで小さくなる可能性があるかは図-29・10のようにして決定される)。

そうすると45°方向から地山が押し出してくるというのはまったくのき憂であり、Rabcewiczのいうように水平方向から押し出してくるので、それに対処できる支保工などを考えればよいことになる。

カスナーの式でも、地山の比強度が1.5~2.5くらいなら側壁のところだけがそ性化し、水平方向から押し出してくるという答えになっている。この条件でなら計算式も多少誤差があるくらいで実用上はまずまずの答えを与える。要するに、応用範囲を誤ったわけである。

しかし、彼は経験もひっぱり出して地山は斜め上から押し出してくるという(図-29・6(d))。実績だといわれると、その場に居合わなかったものには弱い、余りに一つのことを思い込むと、偶然、その理論に一致するように見える実例があると、それが絶対証拠のように見えてくる。これは経験だ、観察だというのが、どこまで信用できるのかという問題の不幸が実例のようである。

文明の利器も使い方を誤ってはならぬ。数学を一人歩きさせてはいけない。数学にも、理論にも手綱と同じことになる。角をためて牛を殺す、法律を生かして、人民を殺すことになる。理論は常に実験、現実で裏打ちされねばならぬ(ファインマン)という教訓は絶えず心すべきことである。45°方向に無限の彼方までそ性域が広がる場合とは、よくよく考えてみるとトンネルを掘る前から地山全体がそ性状態になっていたわけで、そんなところにトンネルを掘った場合のそ性域の広がりを計算してみても、どのような意味があるのだろうか。

さて、この誤りにもかかわらずカスナーがゆるみ土圧の他に真の土圧があると唱えたことは、トンネル力学の重要な進歩であった。その功績を忘れてはならない。しかし、実は同じような間違いが他にも多くみられる。例えば、図-29・9はFEMで計算した結果で、同じく斜め方向にそ性域が広がっている。この場合の側圧係数は0.2で、計算法は簡略法ではなく、弾塑性計算である。しかし、詳しい計算法が書いてないのでよくわからないが、カスナーの計算などもあって斜め方向にそ性域が発達するのが当たり前だとして、この誤りが見過されているとしたら問題である。かなりの土かぶりがあるのに、側圧係数を0.2に取るというカスナーと同じ誤りがくり返されているのも問題である。

FEM計算では、計算の方法によってはおかしい計算結果が出るが多い。普通は計算の順序としてまず弾塑性計算を行い、強度を越えた応力が働いていた要素があったら、それを分配するという計算方法が取られるが(先にいった第2段階の方法)、側圧係数が0.2くらいだと初

めの弾性計算で斜め45°方向で応力が大きくなっている、分配を何回かやっても最初の計算の影響がなかなか消えない。再分配で強度を越えた応力分は分配するが、本当は最初から弾塑性計算を行えばともそんな高い応力が出るはずがない。強度も越えないはずの要素でも、最初弾性計算して高い応力が出ると、強度を越えていなければ、それは分配されないと言う問題があるようである(これは、プログラムを改造しなくても、使い方で避けられるわけであるが、そのような問題をきちんと議論した論文を筆者はまだ見ていない)。

©Zienkiwicz⁸⁰⁾の説明に、地山の最悪の状態を推定するために0.2という小さい側圧係数を採用したと述べたところがある。しかし、強度は小さめに、荷重は大きめに想定して計算することはかならずしも安全でない、有名な実例に、建築でのせん断破壊がある。柱、梁を主部材として作られる多くの鉄筋コンクリート造りの建物では、腰壁、垂れ壁は相当の強度があることはわかっていたが、それは設計上の余裕ということで無視して設計されるのが一般であった。ところが十勝沖地震の破壊例で、この種の建物の被害が多かったのは、この壁のために柱の曲げモーメントに対しては安全率がたくさんあってよかったのであるが、この壁のためにせん断力が増えて柱の強烈なせん断破壊が起きた⁸¹⁾。

トンネルのように複雑な力の相互作用があるものでは、建築以上に安全のためということで計算を実際と違う条件で行うことは用心に用心を重ねて行うべきである。

参 考 文 献

- 80) 原田史也; 山岳トンネルの新技术(24~26), 特性曲線法, トンネルと地下, 1989, 3~5.
- 81) 佐藤正彦・谷信弘・桑田俊男・一条俊之; 山岳トンネルの新技术(27), 特性曲線法による先行変位計測の解析, トンネルと地下, 1989, 6.
- 82) 稲葉英憲・森田隆三郎・中塚静夫; 山岳トンネルの新技术(35), 特性曲線法による先行変位計測の解析, トンネルと地下, 1990, 3.
- 83) P. Gesta; Recommendations for use of convergence confinement method, Recommendations de l'association française des travaux en souterrains (AFTES), Tunnels et ouvrages souterrains N°73 Janvier-Février 1986.
- 84) E. T. Brown, J. W. Bray, B. Ladanyi & E. Hoek; Ground response curves for rock tunnels, J of GE, ASCE, Jan. 1983.
- 85) D. C. Drucker, W. Prager; Soil mechanics and plastic analysis or limit design, Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 10, No. 2, 1952.
- 86) Y. C. ファン (大橋義夫・村上澄男・神谷紀生, 訳); 固体の力学/理論, 培風館, 1970.
- 87) E. Hoek, E. T. Brown; Empirical strength criterion for rock masses, J. of GE, Sept. 1980, ASCE.



連載講座

わかりやすいトンネルの力学(10)

福島 啓一

§ 30 円形トンネルで地山の自重を考えた弾塑性解析

§ 30-1 完全弾塑性の場合

いままでの計算では、支保工の変形を大きくしていけば、必要な反力はどこまでも減ることになっている。大抵のトンネルでは変形が大きくても構わなければ支保工はぜんぜん要らないか、ほんの少しで済むという計算になる。しかし、NATMの説明のいちばん肝心なところと思われるFenner-Pacher曲線の説明では、支保工の変形が大きすぎると再び土圧が増えて危険であるとしている。具体的には、どれだけ変形したら荷重が増えすぎて危ないよという計算なり予測なりができないと実用上は余り意味がない。それどころか、変形が大き過ぎた、いや、これがちょうどよいのだと余計な論争の種⁸⁰⁾⁸¹⁾⁸²⁾になったりする。

これを計算で求めるためには、地山の自重を考えた解を導く必要がある。

地山の自重を考えた弾塑性体内のトンネルの解析についてはすでに§ 21に述べた。次にそ性領域についても、自重を考えた応力分布を求め、トンネルで生ずる地圧現象を推定する手掛りとして、自重を考えた場合の放射方向および切線方向の力のつり合いから次式が導かれる。

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \rho g \cos \theta \quad (30 \cdot 1)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = -\rho g \sin \theta \quad (30 \cdot 2)$$

いま、主応力 σ_1, σ_3 の方向と σ_r, σ_θ の方向とのなす角度が α であるとすれば、次式が得られる。

$$\sigma_r = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha \quad (30 \cdot 3)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha \quad (30 \cdot 4)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \sin 2\alpha \quad (30 \cdot 5)$$

これらの式にMohr-Coulombの降伏条件を代入すると、

$$\sigma_\theta = \frac{1 + \sin \phi \cos 2\alpha}{1 - \sin \phi \cos 2\alpha} \sigma_r - \frac{2c \cos \phi \cos 2\alpha}{1 - \sin \phi \cos 2\alpha} \quad (30 \cdot 6)$$

これを(30・1)式に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} - \frac{2}{r} \cdot \frac{\sigma_r \sin \phi - c \cos \phi}{1 - \sin \phi \cos 2\alpha} \cos 2\alpha \\ = \rho g \cos \theta \end{aligned} \quad (30 \cdot 7)$$

いま、主応力の方向は円周方向、放射方向とほとんど一致するとすれば、 $\alpha \approx 0, \sin 2\alpha \approx 0, \cos 2\alpha \approx 1$ となり、(30・7)式は次のようになる。

$$\therefore \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \frac{m\sigma_r}{r} - \rho g \cos \theta = \frac{s}{r} \quad (30 \cdot 8)$$

($\alpha \approx 0$ の仮定は $\theta = 0^\circ$, および $\theta = 180^\circ$ のときは正確に成り立つ。その他のときには多少の誤差を伴うが、 $\theta = 0^\circ$ のときがもっとも求めたいのであるから、実用上はこれで十分正確な答えになっている)。

ここで、 σ_r を θ と独立な r のみの関数の項と、 θ と r の両方の関数の項との二つの部分からなると考えると、

$$\sigma_r = \sigma_{r1} + \sigma_{r2} \quad (30 \cdot 9)$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{d\sigma_{r1}}{dr} + \frac{d\sigma_{r2}}{dr} \quad (30 \cdot 10)$$

したがって、(30・8)式はつぎのように二つに分けることができる。

$$r \frac{d\sigma_{r1}}{dr} - m\sigma_{r1} = s \quad (30 \cdot 11)$$

$$r \frac{d\sigma_{r2}}{dr} - m\sigma_{r2} - r\rho g \cos \theta = 0 \quad (30 \cdot 12)$$

(30・11)式は軸対称の場合に相当し、その解は§ 25で次のように求められている。

$$\sigma_{r1} = s/m + (p_1 - s/m)(r/a)^m \quad (30 \cdot 13)$$

一方、 σ_{r2} は、 θ の値にかかわらず成り立たねばならぬので、試算の結果、次のような形になるものと考えられる。(左右対称であるからsinの項はないはず、上下対

* 飛鳥建設(株)技術本部技術企画部担当部長

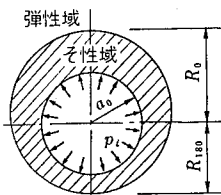


図-30-1 自重を考えた弾性計算

称ではないから $\cos 2\theta$ の項はないはず。

$$\sigma_{\theta} = P \cdot r \cdot \cos \theta + Q(r) \cdot \cos \theta + R \cdot \cos \theta \quad (30.14)$$

これを式(30.12)に代入すると、

$$[r(P + \partial Q / \partial r) - m(Pr + Q + R) - r \rho g] \cos \theta = 0 \quad (30.15)$$

これを整理すると、

$$Pr(1-m) - r \rho g + r \partial Q / \partial r - m(Q+R) = 0 \quad (30.16)$$

これを次の2式の和と考える。

$$Pr(1-m) - r \rho g = 0 \quad (30.17)$$

$$r(\partial Q / \partial r) - m(Q+R) = 0 \quad (30.18)$$

これらの式は θ の値にかかわらず成り立たねばならぬので、次のように解が求められる。

$$P = \rho g / (1-m) \quad (30.19)$$

$$\partial Q / (Q+R) = m \cdot \partial r / r \quad (30.20)$$

$$\log(Q+R) = m \log r + C \quad (30.21)$$

$r=a$ のとき、 $\sigma_{\theta}=0$ 、ゆえに、(30.14)式より $P \cdot a + Q + R = 0$ の境界条件を得るので、

$$\log\{(Q+R)/(P \cdot a)\} = m \log(r/a) \quad (30.22)$$

$$\therefore Q+R = -\{\rho g a / (1-m)\} (r/a)^m \quad (30.23)$$

$$\therefore \sigma_{\theta} = \{\rho g / (1-m)\} [r - a(r/a)^m] \cdot \cos \theta \quad (30.24)$$

$$\therefore \sigma_r = s/m + (p_i - s/m)(r/a)^m + \{\rho g / (1-m)\} [r - a(r/a)^m] \cdot \cos \theta \quad (30.25)$$

これを式(25.1)(Mohr-Coulombの降伏条件式)に代入して、

$$\sigma_r = s/m + (m+1)(p_i - s/m)(r/a)^m + \{\rho g(1+m)/(1-m)\} [r - a(r/a)^m] \cdot \cos \theta \quad (30.26)$$

これらの式より見ると、 $\theta \approx 0^\circ$ (天端付近)では $m < 1$ 、つまり、 $\sin \phi < 1/3$ 、 $\phi < 19^\circ 30'$ であれば、 σ_r 、 σ_{θ} の絶対値に極小値が生じる場合がある。極小値があれば、Fenner-Pacher曲線に最小値があることになる。

いま、簡単のために弾性域は静水圧状態で、自重は無視できる。弾性境界は中心がトンネル中心より少し上にある円形であると仮定(図-30.1)し、塑性域の自重を考

慮してFenner-Pacher曲線を求める式を導いて見よう。

弾性境界上では、式(27.24)より、

$$\sigma_r = (2p_0 + s)/(m+2)$$

これを $r=R$ において(30.25)式に等しいとおくと、

$$(2p_0 + s)/(m+2) = s/m + (p_i - s/m)(R/a)^m + \{1/(1-m)\} \rho g R [1 - (R/a)^{1-m}] \cdot \cos \theta \quad (30.27)$$

移項して、 p_i を求めると、

$$p_i = s/m + \{2/(m+2)\} (p_0 - s/m)(a/R)^m - \{1/(m-1)\} \rho g a [1 - (R/a)^{1-m}] \cdot \cos \theta \quad (30.28)$$

これより§22にならって角度 θ ごとに弾性境界までの離れ R を求めたり、Fenner-Pacher曲線を描くことができる。 p_i に最大値(圧縮を+とすれば最小値)があるかどうかは、 p_i を R で微分してみればわかる。

$$\begin{aligned} \partial p_i / \partial R &= (p_0 - s/m) \{-2m/(m+2)/a\} (R/a)^{m-1} - \rho g \cos \theta (R/a)^{-m} \\ &= (a^m/R^{m+1}) [-\{2m/(m+2)\} (p_0 - s/m) - \rho g \cos \theta R] \end{aligned} \quad (30.29)$$

$\partial p_i / \partial R = 0$ ならば、上式の[]内はゼロにならねばならない。そのときの半径を R_m とすると、

$$R_m = \{-2m/(m+2)\} (p_0 - s/m) / \rho g \cos \theta \quad (30.30)$$

この式を見ると、 $\cos \theta$ を除いた以外の項は+になるので $\cos \theta > 0$ 、つまり $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ では有効な R_m が存在する可能性がある。つまり、支保工に働く荷重に最小値がありそうだとすることになる。しかし、 $2m/(m+2) = 2 \sin \phi \approx 0.1 \sim 0.6$ ($\phi = 5^\circ \sim 19^\circ$)、 $\cos \theta = 1$ (天端)、 $|p_0| \gg s/m$ とすると、 $R_m \approx p_0 / \rho g = 0.1H \sim 0.6H$ ($H = \text{土かぶり}$)になる。つまり、地表までの地山の大部分が塑性域になってしまうくらいに変形して、初めて荷重が最小値になる。つまり、実用上は最小値はないと考えてもよさそうである。しかも、実際に計算してみると最小値になる前に大部分の場合は支保工反力 p_i は引張りになってしまう。

[計算例] §22の計算例と同じ条件のところに半径3mのトンネルを掘った場合の自重を考えたFenner-Pacher曲線を描け。半径が15mの場合についても計算して比較せよ。

答 図-30.2に示す。

◎これらの計算例より、次のようなことがわかる。例えば、 $c = 1.5 \text{ kg/cm}^2$ 、 ϕ を 30° 、($m=2$)、地山の軸圧縮強度 $\sigma_{cd} = s = 5.2 \text{ kg/cm}^2$ という超軟弱岩の中、土かぶり100mのところに半径 $a = 15 \text{ m}$ 、直径 $2a = 30 \text{ m}$ という大空洞を掘としても、内空変位さえ大きくしてやれば支保工はかなり小規模のものでよいことになる。

Terzaghi⁹⁾の説、その他の半径経験式はいずれもトンネ

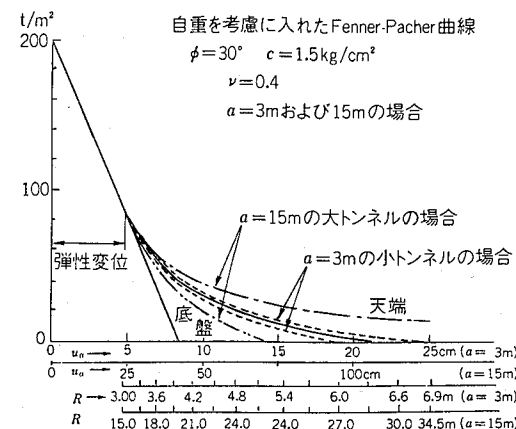


図-30-2 自重を考慮に入れたFenner-Pacher曲線

ルの荷重はトンネル径にほぼ比例するとしているが、この計算例でみると、寸法の影響は多少あるものの、径に比例するというほどのものではなく、従来の常識とは反する結果になる。

◎この計算では、底盤部はかなり早く $p_i=0$ になる。インバートアーチを施工することは減多にないことから、もっともな計算結果とも考えられる。しかし、底盤でもそう大きい変形を許すわけにはいかないので、土かぶり圧 p_0 が非常に大きい場合はインバートを押し上げる場合もある。

◎Hoek-Brown²⁷⁾やEgger²⁸⁾も、地山の自重を考えた場合のFenner-Pacher曲線の計算式を示しているが、いずれも塑性域になった地山の全自重を軸対称のときの荷重に加えているので、荷重が大きき計算され過ぎる(図-30.3)。Talobre²⁹⁾は次のようなCaquotとKeriselの式を紹介している。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -c \cot \phi + c \cot \phi (r/R)^{2 \sin \phi / (1 - \sin \phi)} \\ &+ \frac{\gamma r (1 - \sin \phi)}{3 \sin \phi - 1} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{(3 \sin \phi - 1) / (1 - \sin \phi)} \right] \end{aligned} \quad (30.31)$$

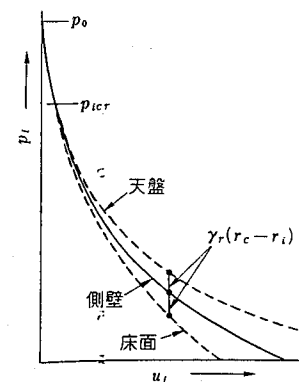


図-30-3 トンネル周辺の岩盤の所要支保曲線 (Hoek-Brownによる)

この式は、弾性境界での半径方向圧力を0にしているのでおかしいが、塑性域の自重の項は正しい。しかし、この式がその後、Kastner²⁵⁾にもEgger²⁶⁾にもGesta²³⁾にさえも受け継がれていないのは不思議である。

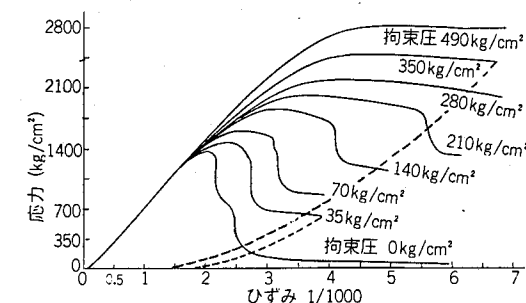
◎Rabcewicz^{20), 21)}は、有限要素法を用いて自重の影響を入れたFenner-Pacher曲線を求めようと試みているが、右上がりの部分は求められなかった。最近是个別要素法を用いた計算も試みられている³⁰⁾が、まだ研究段階で実用にはほど遠いようである。

◎塑性域の地山とは、いうなれば液体のごときものであり、せん断に対する安全率は1の状態である。水は万円の器に従うごとく、その変形に制限はない。制限のあるのは支保工、すなわち器の方であって、器まですべて塑性状態になってしまえばトンネルは壊れてしまう。NATMではトンネルは地山自身で支持するというのは、いままでの発想の転換を強調するためのいい方であって、支保工が要らぬわけではない。地山だけでFenner-Pacher曲線を考えて p_i の最低値を計算しようとしたり、それが求められないからといって地山の限界ひずみで制限すべきだというのは誤りである。

◎変形量と必要支保圧 p_i との間の関係に最小値があるとしても、それを狙うのは危険性が多すぎる。また、変形量が大きくなれば余分な量を掘削しなければならぬので、むしろ掘削費と支保工費の合計の最小値の点を設計の目標にすべきだとの考えも出されている³⁰⁾。具体的な計算法にまだ問題はあがあるが、一歩進んだ発想であり、現実的だと思われる。

◎Brownら³⁰⁾は、彼らが提案した2次曲線の降伏条件式²⁷⁾を使った地山応答の計算式を提案している。モール・クーロンの降伏条件よりも一歩現実に近い結果を与えられると思われるが、関連流れ則を採用しているといながら体積弾性率を無視しているなど問題点もある。また、降伏曲線の形の多少の差以上に降伏後の地山の挙動の影響の方が大きいと考えられるので、詳しい紹介は取りやめる。

◎Pacherがいうほどの p_i 曲線の最低値と、それを過

図-30-4 Tennessee大理石の応力-ひずみ図³⁰⁾

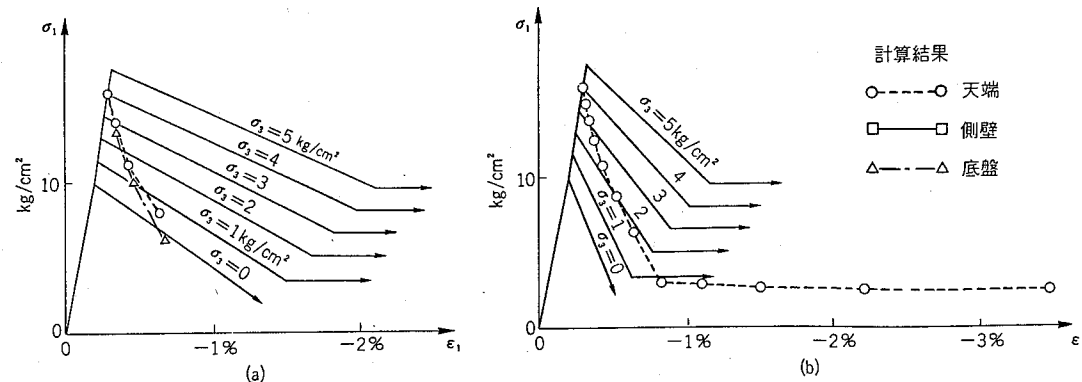
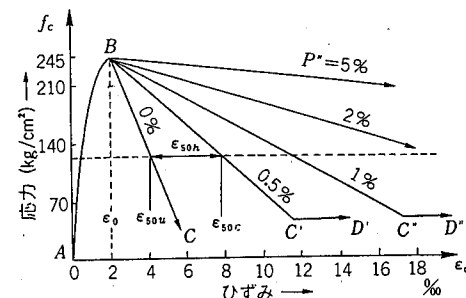


図-30-6 降伏後の強度低下の仮定 (a, b) と計算結果

きた後での増加がみられないが、これの一つの原因は降伏後も地山の強度は落ちない、純金の山の中のような所を掘っていると仮定したことにある。Wawersick⁹⁷⁾の試験結果を図-30-4に示すが、地山の場合は降伏点を過ぎたらガクンと強度が落ちてしまう。ただし、拘束圧力を大きくしてやるとその程度は緩やかになる。この影響を取り入れないと正しい地山応答曲線は計算できないとも考えられるので、次にはそれを試みてみよう。

§ 30-2 降伏後の強度低下を考えた解析

ガラスなどの脆性材料は壊れたら、それこそ木っ端みじん、強度なんてものはあるはずがないと考えられる。岩石も似たようなものであるが、トンネルで土圧が問題になるような軟岩の場合にはそれほどいさぎよく木っ端みじんにならず、よくいえばねばり強い。その様子は図-30-4をみれば想像がつく。しかし、計算にのせるとなれば想像がつくだけではしょうがない。しかし、岩石についての実験データをきれいに整理したものが、いまのところ手に入らない。仕方がないので岩石と非常によく似たコンクリートについての実験データを利用して、降伏後強度低下する場合についての地山応答曲線を計算してみよう。

図-30-5 帯鉄筋量により変る応力-ひずみ関係 (Kent, Park⁹⁸⁾による)

Park⁹⁸⁾は多くの実験データを整理して、帯鉄筋で補強した鉄筋コンクリートに対して次のような応力-ひずみの関係式を提案している (図-30-5参照) (帯鉄筋の効果を拘束圧力に読み替えて利用する)

AB間 (弾性範囲) 二次曲線として、帯鉄筋の有無にかかわらず

$$\sigma_c = f_c' [(2\varepsilon/\varepsilon_{so}) - (\varepsilon/\varepsilon_{so})^2] \quad (30-32)$$

ここに $\varepsilon_{so} = 0.002$

BC間 (強度低下区間): この間は直線で、コンクリート強度の1/2の応力のときのひずみ ε_{sc} は次式から求められる。

$$\varepsilon_{sc} = \frac{0.21 + 0.002f_c'}{f_c' - 70} + \frac{3}{4} p'' \sqrt{\frac{b''}{s}} \quad (30-33)$$

CD間 (残留強度区間): 鉄筋コンクリートの場合、 $\sigma_c = 0.2f_c'$ で一定。

ここに、 p'' : 帯鉄筋の容積鉄筋比

b'' : 帯鉄筋に囲まれた長方形の短辺の長さ

s : 帯鉄筋の間隔

ただし、無筋コンクリートの場合は最大ひずみ $\varepsilon = 0.004$ で破壊し、CD間 (残留強度の区間) はない。

帯鉄筋による拘束圧も三軸試験の拘束圧と効果は同じである。いま、コンクリートの受動土圧係数を $m+1 = 8.2$ とすると次のように換算できる。ただし、長方形の帯鉄筋はスパイラル鉄筋に比べて効果は半分になるものとした。

$$\sigma_{cf} = A_w f_y / (s \cdot b'') = 0.25 f_y \cdot p_w \quad (30-34)$$

ここに p_w : 鉄筋の容積比、 $p_w = 4A_w / (s \cdot b'')$ 、 A_w : 帯鉄筋の断面積、 f_y : 鉄筋の降伏強度

Park⁹⁸⁾は、拘束圧力による強度増加を計算にいれていないが (安全のため無視した)、トンネルの問題ではこれを考慮してよいと考えられる。また、AB間を曲線と考えるのは計算が煩雑になる割には効果は少ないと考えられるので省略すると、図-30-6のような応力-ひずみ

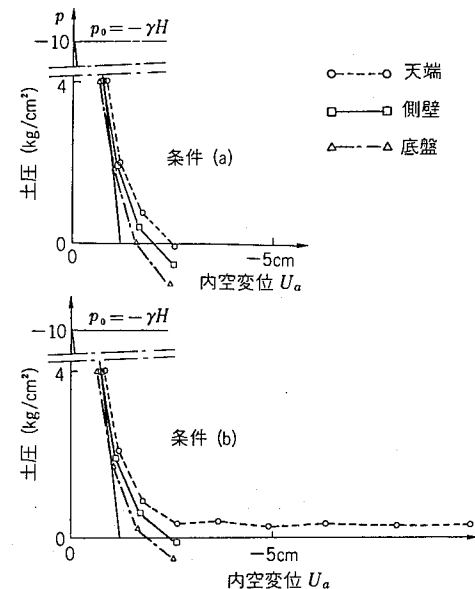


図-30-7 計算結果 (地山応答曲線)

拘束圧の関係図を描くことができる。完全弾塑性と考えるよりも、実験結果に近くなった。ただし、強度低下の具合、残留強度の大きさは岩質により変わると考えられるので、今後の研究に待ちたい。計算そのものは係数を入れ換えればいずれも可能である。

さて、そこで強度低下も組み込んだ計算式を誘導する必要があるが、これはとんでもなくむずかしそうである。何人かの人がそれに取り組んでいるが、あまりうまくいったという話は聞いたこともない。そこで、ここでは式を導くのは諦めて、そのかわりトンネル周辺を数多くの同心円でわけて、前に導いた式で外側から順次計算し、その結果を見ては、次の輪のひずみや強度低下を推定し、というような計算をくり返す方法をとった。退屈な計算はコンピュータが引き受けてくれるから大丈夫である。

これを用いて地山応答曲線を計算した例を図-30-7に示す。ひずみや強度低下 (図-30-6参照) もほぼ予測した値になっていることがわかる。

◎これで計算しても、まだFenner-Pacher曲線の途中に最小値があり、それ以上に変形が大きくなると土圧が急激に増えるという計算結果は得られない。残留強度を2割に仮定したが、実際はもっと小さい場合もあるのかもしれない。それにしても土圧が急激に増えそうではない。また、非常に大きな土圧が働くような軟岩などの地山では残留強度は割合大きそうである。そうすると、ここで考えた以外の要素があるのだろうと考えられる。その一つの要素は変形がある値を越すと支保工の耐力が急激に減ること、そのため破壊がますます進行するこ

とである。地山側にも変形が増えるもっと別の悪い作用をする要因があると考えられるが、それはまた後で論ずることにする。

◎弾塑性境界がだ円の場合や、トンネルが地表に近い場合についても計算する必要があるが、根本的な考え方は変わらず、後は式の展開だけであるから、いまは省略する。

◎弾性、または弾塑性と円形トンネルを仮定して進めてきた計算は、この辺で終わりである。これでトンネル現場で起こる相当なことがわかってきたという人も、いやいや実際はもっと複雑なのだ、こんなことしかわからないのかという人もおられよう。最近の多くのトンネル力学の計算は、トンネルの形は円ではないのだからということで、ここからFEMなどを使った数値計算の方に進んでいる。しかし、地山は純金でないから、弾塑性の仮定の方がよっぽどおかしいのではないかと、もっと他に考えるべき要素がたくさんあるのではないかとというのが筆者の多少個人的意見である。Rabcewiczも軸対称の計算は信用しなかったと言う、いささかショッキングな報告⁹⁹⁾もある。

それでは何を信用したのか、真意は軸対称の計算を無条件に信用することを戒めることにあったようである。その証拠には、自分でも軸対称の式を導いている。軸対称の式、あるいはFEM計算も、その限界を心得て使えば効果はある。では、どこまで信用するのか、それをなるべくはっきりさせないで、精神論、禅問答みたいなことばかりいって進歩しないし、独善になる危険もある。次には、その中から多少は理論体系ができていものについて説明する。

§ 31 トンネルの大きさの影響

§ 31-1 はじめに

トンネルの挙動は複雑で、なかなか計算に乗りにくい、大変だと言うのなら模型実験を行ってみたらどうだろう。岩盤定数がなかなか試験ににくいとか、ひずみと応力の非線形関係とか、時間の影響とか、施工法の影響とか、その他もろもろの原因が計算に乗りにくくても、2m角ぐらいのトンネルを掘ってみればだいたい模擬できるし、そうすれば、どんなに複雑な地山も変わった断面形のトンネルも可能である。むずかしい計算よりも間違いが少なくてすむと考えられる。船の水理モデル、橋の耐風設計などをこの方法で行っているし¹⁰⁰⁾、2m角ぐらいのトンネルならどんなにむずかしい地山の中でも掘ってみせる自信のあるトンネル屋さんはたくさんいるから、これに決めたーと言いたいところである。しかし、トンネルの場合は大小によって様子が違う、そんな小さいトンネ

ルの実験なんかあてにならないと多くの経験者はいう。それでは、構造力学の常識はトンネルでは通用しないのであろうか。実は、この問題は一般の構造力学から入ってトンネル力学をはじめた人にはきわめて取っ付きにくいようで、論文の数も少なく、どちらかといえば避けて通られたようである。寸法効果を主題にした研究会は1990年の ISRM workshop¹⁰⁰⁾がはじめてのようで、まだ実用に役立つ論文はほとんどないのが現状である。しかし、これを避けていてはトンネル現場で役立つ研究とは言えない。力学のよいところは、小さいもので実験して大きなものを安心して作れるところにある。“一つの新しい法則というものが大発見であり、有用であると言えるのは、その法則に取り入れられたものよりもっと多くのものが導き出されるという場合に限る。……引力の法則によると、それ以前には理解されていなかったたくさんの現象を説明することができる (I.7-4)”。この引力の理論の大成功は、科学の歴史に実に重大な影響を及ぼした。……それよりも以前には、はてることなき議論、パラドックスなどがあつた。そのときの混乱、不十分な証拠、不完全な知識と、この引力の法則の明快さと単純さ—すべての衛星も、惑星も、恒星もこんな簡単な同じ一つの法則に左右され、さらに人間がこれを理解し、惑星がどう動くはずかということの導き出すことかできる—というこの事実—この二つを比べてみたまえ。その後、多年にわたって科学が成功したのもみなこの理由である (I.7-6)。科学の基礎はその予言の能力にある。予言するということはまだなされていない実験で何が起るかを言明することを意味する¹⁰⁰⁾ (II p178)”ということであるから、これではトンネル力学は科学の仲間に入れてもらえないのかも知れない。実物をつくらないとわからないのでは経験工学そのものである。

§31-2 従来の見解

ダム工事は、その高さの2乗にも3乗にも比例してむずかしくなるといわれている。橋梁のスパンの伸びは技術の発展の指標と見られているほどむずかしいことである。同じように、トンネル工事でも断面が大きくなるほどむずかしくなると考えられている。事実、地質調査用の小トンネルなら無支保工で掘れたところでも、地下発電所をつくるときは相当量の支保を設けるのが普通である。そのため、漠然とトンネルが大きくなると荷重が増えると考えられているようである。しかし、このことは従来理論的には余り明かではなかった。橋梁などのように、自重が主な荷重である構造物では、荷重はその3乗に比例して増えるのに、断面積は2乗に比例してしか増えないので大きな寸法のものを造るのはむずかしい。これはすでにガリレオ¹⁰¹⁾が指摘していることである。このガリ

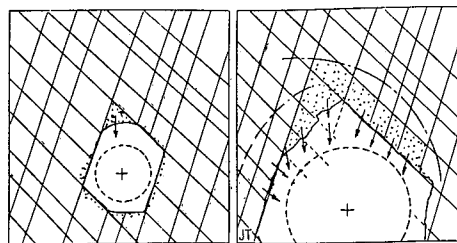


図-31-1 岩盤の安定性および掘削断面形状に及ぼすトンネルの大きさの影響

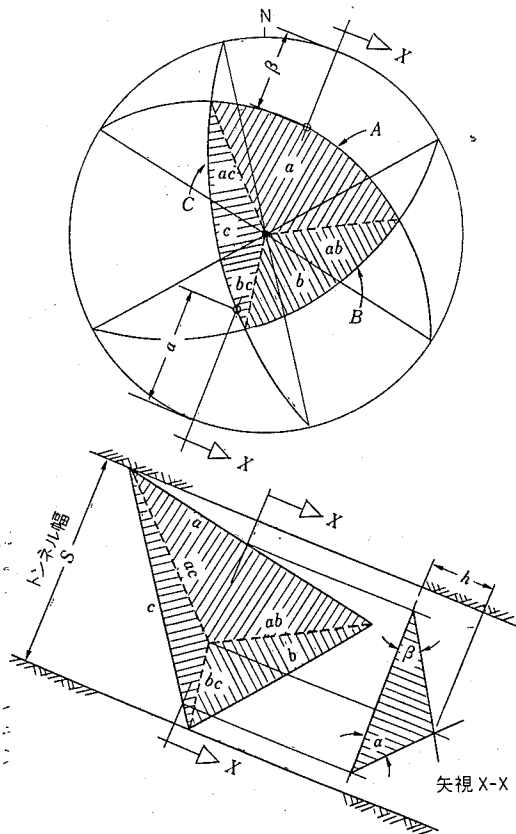


図-31-2 地質構造により形成されるトンネル天盤のくさびの形状と体積を求めるためのステレオ投影図を用いた補足説明図

レオの寸法効果がトンネルで効くのは、トンネルの寸法に比例して、かぶりも増える場合だけであることもすでに説明した。つまり、トンネル以外では広く用いられ、間違いないと信じられている構造力学では、トンネル屋さんの言う寸法効果はありえないのである。それでは、従来は寸法効果をどのように考えてきたのだろうか。

§31-2-1 ゆるみ荷重説

例えば、トンネルに働く荷重には、諸説があるが、広く用いられているTerzaghi¹⁰²⁾のトンネルに働く荷重の計算式や表によると、支保工に働く圧力はトンネルの大きさ

に比例する、荷重を考えると大きさの2乗に比例することになっている。Bieniawski¹⁰³⁾, Deere, Wickham¹⁰⁴⁾らもテルツァギに倣って荷重強度はトンネル寸法に比例するとしている。

Terzaghiの図 (図-3・3), Talobre¹⁰⁵⁾の図 (図-31・1), Goodman¹⁰⁶⁾やHoek & Brown¹⁰⁷⁾のキーストンの落ちる図 (図-31・2)などは、この考え方の根拠を示している。しかし、Hoek & Brown¹⁰⁷⁾は、“いままでの考察では、岩盤の初期応力の影響を無視し、運動学的に不安定なくさびと岩塊は重力の作用だけで発生すると仮定してきた。この仮定は、明らかに極端な単純化であり、非常に深い岩盤、あるいは水平応力が例外的に大きい岩盤内の空洞の場合には、特にそのことを指摘する必要がある。しかし、残念ながら岩盤力学の現在の知識では、このような相互作用の問題を十分に解決することはできない。したがって、初期応力の影響については、ごく簡単な事項についてだけ考察できるに過ぎない。(7.5)”と注釈をつけている。

しかし、このキーストンによる計算方法は実際のトンネルの施工法を無視しているのではあるまいか。トンネル幅以上の長さにならないうちに発破をかけることはよほどの小トンネルでしかないので、キーブロックの大きさはトンネルの幅でなく、一発破の進行長さにより制約を受けるはずであり、それ以上に大きいキーブロックは、その前の区間の矢板や吹付けコンクリートで落下を止められているはずである。もし、トンネル長さ方向には、トンネル軸に直角にひび割れがあり、前の区間の支保工で支えられないとしても、ひび割れの面での摩擦があつて、このような計算は成り立たないはずである。したがって、寸法効果は1~2間分以上ではないはずである。ということでキーストンの考え方は頭のなかで考えたトンネル力学で、現実に役に立つとは考えられない。それとも、これは支保工なしのトンネルの場合についての考察であろうか。

§31-2-2 実測結果などからの考察

Stini(1950)¹⁰⁸⁾は、トンネルの幅と荷重の関係について次の関係式を与えている (元論文を未見であるので根拠は今の所分からないうが多分実測+経験)。

$$P_a = P_s(0.5 + 0.1B) \quad (31-1)$$

ここに、

P_a : 幅Bmのトンネルに働く単位面積あたり荷重

P_s : 幅5mのトンネルに働く単位面積あたり荷重

Bartonは“トンネルの寸法の増加に伴って支保工に働く地圧を増加させなければならないような必要性、あるいは傾向は認められない。……支保工の地圧に関しては、掘削寸法はほとんど無視することができる¹⁰⁹⁾。”と述

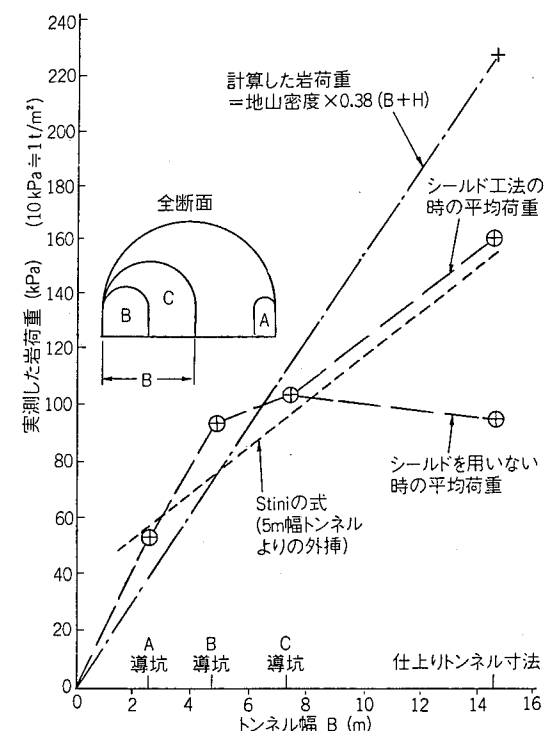


図-31-3 トンネル幅と荷重の関係¹⁰⁹⁾

べ、Q値別の支保工表にも、トンネル寸法が変わっても同じ地圧を示し、ただボルトの長さを変えているだけである。

坂本⁹⁾の地山分類別荷重表は表3-1に示したが、Terzaghiがいうほどにはトンネル径の増加に伴って荷重は増えていない。

Rutledgeら¹⁰⁵⁾はいろいろな寸法のトンネルでの支保工軸力の実測より、幅5m以上では寸法効果がないとしているが (図-31・3)、矢板工法では2間くらいのスパンでゆるむと考えれば納得のいく数字である (Rabcewiczは矢板工法では2間、アンカーボルト工法では1間分ゆるむ (図-12・1, 図-25・4参照) としている³³⁾。

§31-2-3 弾性計算、弾塑性計算からの結論

ガリレオの寸法効果は、前にも説明したようにかぶり深さも比例して大きくなる場合には適用されるが、トンネルで寸法効果という場合には同じ地質、同じかぶり深さでトンネルの寸法だけが変わる場合であり、あてはまらない。山口の式 (22・4~8) で計算すると、わずかに寸法効果があるが実用上問題になるほどのものではない。弾塑性計算すると (式30・28)、もう少しトンネル径の効果が効いてくるが、それでもトンネル径に比例するほど大きくはならない。ただ、そ性域が広がると、その部分の地山の自重の一部は支保工の荷重になるので、多少はトンネル寸法の影響を受けることになる (図-30・2参照)。

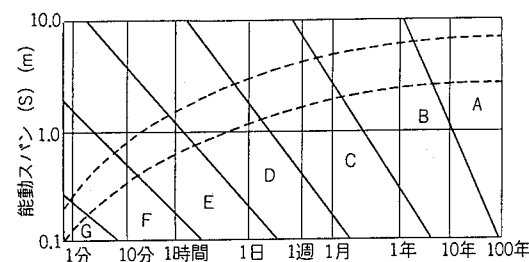
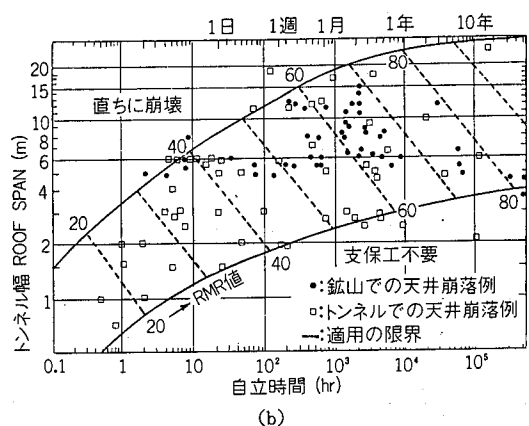
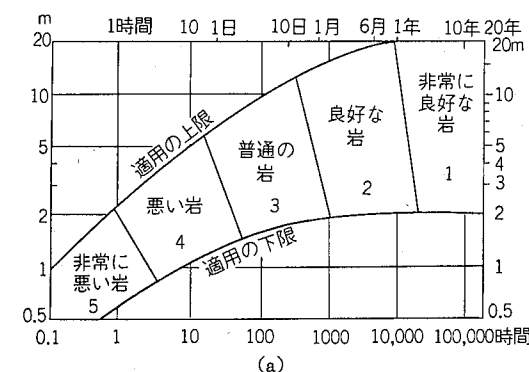
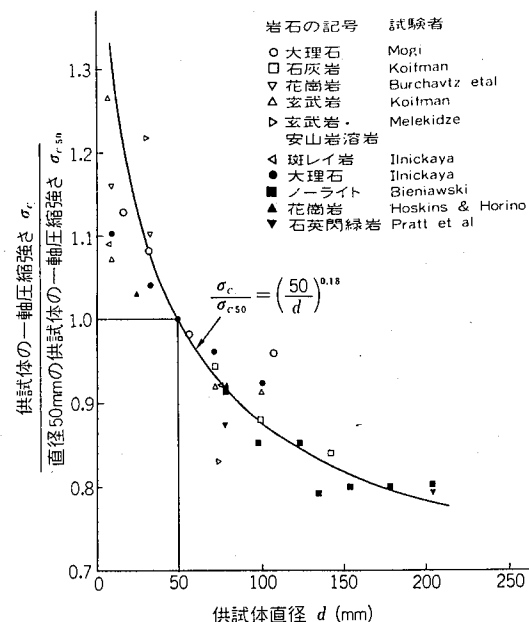


図-31-4 Laufferの地山分類と自立時間～トンネル径の関係

図-31-5 Bieniawskiの地山分類と自立時間～トンネル径の関係
FEM計算も弾塑性計算であるから寸法効果はほとんど出ない。

§31-2-4 Lauffer, Bieniawskiの地山分類, 自立時間と切羽の能動スパンの図表

Laufferは、地山分類とトンネルの自立時間や無支保のスパンの関係を研究し、図-31-4のようにわかりやすく示した。これは、同じ岩質ならばスパンが大きくなれば自立時間が減ることをあらわしている。この図をよくみると、彼はトンネルの安定性は、軟岩では能動スパン×自立時間の1.2乗に、硬岩では能動スパン×自立時間の0.44乗に反比例すると考えていることがわかる。彼の能動スパンは、かならずしもトンネル径でなく、無支保

図-31-6 インタクト・ロックの強度に及ぼす供試体寸法の影響
スパンであることも注意しなければならない。支保をする場合は、1発破進行と考えればよいわけである。

Bieniawskiも値は多少違うが似たような図を示している(図-31-5)。しかし、この図の見方はいま一つはっきりしない。それに似たような図が二つ発表されていて、どちらが本当かよくわからない。(b)図で下の線より自立スパンや自立時間が長くなると支保工不要としているが、それなら自立時間は無限大でよいのに、これは何をあらわしているのだろう。上の線より上はただちに崩壊としているが、やっぱり自立時間はゼロではない。

§31-2-5 岩石強度の寸法効果

HoekとBrown²⁷⁾(図-31-6) Goodman²⁸⁾は、材料強度には寸法効果があるとして、種々のデーターを示しているが、トンネルよりはるかに小さい試験片で話であり、実際に感じるものから程遠い。

Barton¹⁰⁷⁾も圧縮強度への寸法効果について次のように述べている。“岩石の圧縮強度と摩擦強度に与える寸法効果を明らかにするために行われた大規模な岩盤試験結果は、摩擦強度の経験則に沿って検討された。節理の摩擦強度への寸法効果は、節理長さが2～3mを超えるとほぼ見られなくなるとの一応の結論を得た。圧縮強度への寸法効果は供試体の長さが1mを超えるとほぼ見られなくなると思われる”。これでは強度に対する寸法効果はトンネルの大きさの範囲ではあまりなさそうである。

Hoek & Brown²⁷⁾(図-31-8), Cunha¹¹⁰⁾(図-31-7)は岩盤の中の割れ目の間隔とトンネル径の関係でトンネル周辺の地山の性質が変わるのを暗示するような図を示

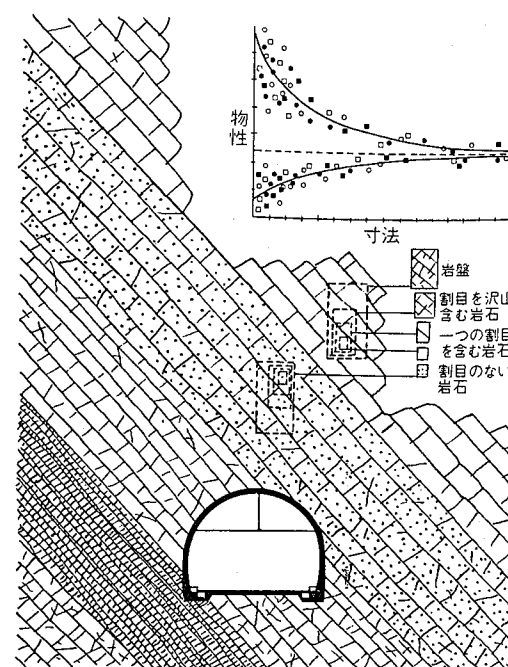


図-31-7 岩塊寸法とトンネル寸法の相関

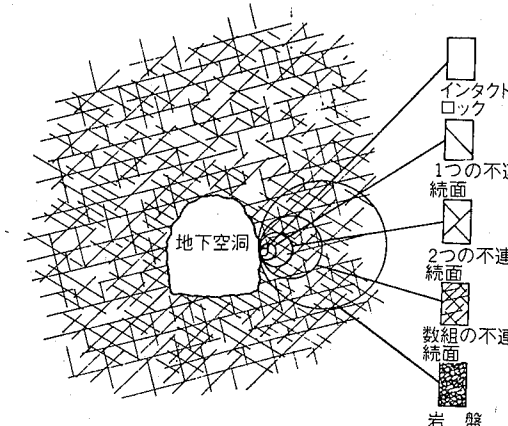


図-31-8 寸法の増大に伴って無傷の岩石から著しい節理が発達した岩盤に変化する様子を示す概念図

している。Rabcewiczも、トンネル径と岩塊の寸法の比によって地山の流動性が変わると述べている。流動性mobilityとは何かよくわからないが、強度や弾性率が小さくなると考えているようである。同じひび割れでも、トンネルの影響圏内にある数の大小で効果が大きく変わると考えているようである。このような考えを示した人はほかにもいるが、具体的な数字は示されていない。

§31-2-6 ひび割れを考慮した実験、計算、DEMによる計算

連続体の力学で計算や試験を行っても寸法効果はでないことから岩盤はひび割れを含んでおり、ひび割れ沿い

のすべりに対する抵抗力は寸法効果を受けるとの研究が盛んに行われている¹⁰⁹⁾。また、岩盤を多くのブロックで模擬した実験や、個体要素法での計算が行われている。しかし、まだ実用には遠いようである。割れ目沿いのすべりに対する抵抗力に寸法効果があるとの研究も多い。

このように岩盤の中の割れ目があるため、一般の連続体力学が適用できないとの考えは広く行きわたっているようである。しかし、Weibull¹¹⁰⁾は、このような考えには同意せず均質という定義を次のように与えている。

“等質の材料という言葉は今後、弾性論で使われているようなすべての要素、ただし、小さな要素は同じ性質を持つというような意味では使わない。そのような物質は現実には存在しないから、数学的取り扱いの対象になることができるのみで、物理的研究の対象ではありえない。等質という概念はむしろ統計的な考えと見なすべきである。等質な材料という言葉は従って、ここでは次のような条件を満たす材料を意味する：ある材料の体積の中にわたって任意に選んだ大きさと方向の応力が均等に分布していると仮定したとき、かなり小さなある体積要素内で破損がはじまる確率は個体中での位置に関係なくどれも同じである。この条件も一目見ただけでは古典的な等質という概念と同じく、実際の物理的条件下では実現不可能と思われるが、実際にはそうでもない。そこで、例えばコンクリートでできた標本の個々の試験片を考えてみよう。この場合、破壊はもちろん小石からなる体積要素内では起こらないので、このような標本を人々は不均質だと見なそうとするだろう。個々の点からみればこれはまた正しいが、統計的な見地からみればそう考える必要はない。……小石は別々の試験標本ではどのようなやり方でも分布可能と見られることを考えると、そのときひび割れは当然この固体の体積のどこからでもはじまることができると思えることができる。”

これに従えば、岩盤といえども均一材料として考えて計算してよいのではあるまいか。ダム基礎の安定計算などのように、断層、破砕帯などの位置が特定できるときはFEM計算で検討するのもよいが、トンネルのように、断層や割れ目がどこに出るか予測できないときは、Weibullのいうように統計的に考えるべきではあるまいか。具体的にどうして計算するかは次節に述べる。

§31-2-7 既存の空洞の調査から

岩石の強度が変わらなくても、トンネルの安定が変わらないと言うことにはかならずしもならない。Barton¹¹¹⁾は、種々の岩盤内の無支保のままの恒久的空洞(天然にできた鍾乳洞などの空洞も含めて)についての約30の事例を収集してとりまとめ、これらの空洞のスパンと岩盤の強度指数Q値の関係を図-31-9および次式のよう

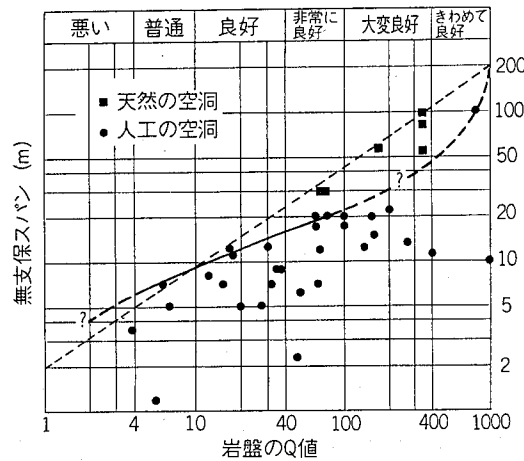


図-31-9 無支保空洞の実績とQ値

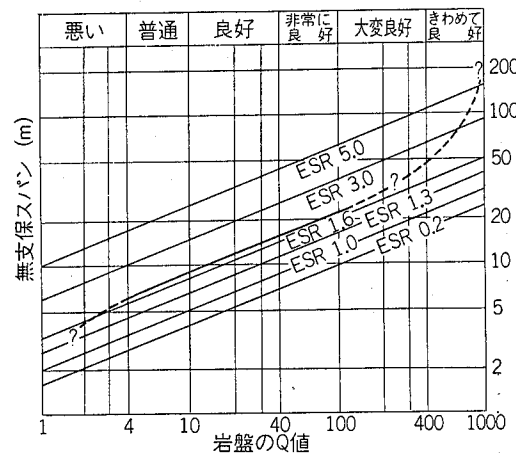


図-31-10 Q値とESRから決まる無支保空洞の最大許容スパン、曲線は既存の無支保空洞の実績

に与えた。

$$\text{スパン} = 2 \times Q^{0.66} \quad (31-2)$$

土かぶりやトンネルの形状についてのデータが示されていないので正確ではないが、Q値とトンネル径以外の作用応力、トンネル形状などはすべて同じだと想定すれば、この式はトンネル寸法と岩盤強度Qとの関係をあらわしているものと考えることができる。

これより、岩盤の強度指数Q値がわかれば、次式および図-31-10で与えられるスパンまでは無支保で掘削できるとした。

$$\text{無支保の許容スパン} = 2 \cdot \text{ESR} \cdot Q^{0.4} \quad (31-3)$$

ここに、ESR；空洞支保比、(Excavation Support Ratio)、一種の安全係数、安全率の逆数。

これをみると、スパンが大きくなるほど安全率を大きくとっていることがわかる(実績が $Q^{0.66}$ のに対し $Q^{0.4}$ を取っている。図-31-9と図-31-10を重ねて見るとQ値=

1という非常に悪い地山内には永久に無支保の空洞はスパン2mまでしかないが、仮設のトンネルならスパン10mくらいまで掘ってよいとしているのに、Q値=1000のきわめてよい地山内には無支保でスパン200mの空洞が現にあるのにもかかわらず、仮設トンネルならスパン180mくらいまで、本設の地下発電所ならスパン25mくらいまでしか無支保で掘ってはいけないとしている)。Bartonらの調査はあくまで無支保のトンネルや天然の空洞についてであり、支保工をするときの支保に働く圧力はトンネル径に関係ないとしていることは前述のとおりである。

§31-2-8 L. v. Rabcewiczの意見

トンネルの大きさと支保工の関係について、Rabcewiczら³⁹⁾は、次のような経験則を述べている。

“NATMの基本的な支保部材—吹付けコンクリートおよびアンカーで補強された岩盤アーチの相互作用については、経験によって次のようなことがわかった。

- ①岩質およびトンネル上のかぶり深さが同じ場合には、岩塊の寸法と掘削断面積との相関によって地山の流動性mobilityが決まる。
- ②小断面トンネル(10~16m²)で、岩塊の寸法が数10cm角の場合、普通は $d=3\text{cm}=0.017 \times R$ の単なる吹付けコンクリートでトンネルは安定する。
- ③他方、400~600m²の地下発電所の場合には、同じ寸法の岩塊(数10cm角)からなる岩盤は粘着力のない地盤のように挙動して、 $0.017R=19 \sim 24\text{cm}$ の単なる吹付けコンクリート巻立てではまったく役に立たない。このような場合には、岩盤アーチは、規則的にアンカーすることが絶対に必要である。”

これをみると、Rabcewiczは岩塊の大きさとトンネルの大きさととの比によって地山の強度が変わると考えていたようであるが、具体的な数値は示されていない(この考え方は他の人も同じようで、Hoek & Brown, Pintoらの示している図で一目瞭然である)。実際にはトンネルの大きさに応じて地山の強度係数 c 、 ϕ を経験的に(計測値を参照して)低減してつじつまを合わせているようである。つまり、あまり理論的でなく、かなり経験的、非合理的、いい加減である。しかし、ここで注目すべきことは彼の理論でなく彼の経験である。この(3)項の一大トンネルでは単なる吹付けコンクリート巻立てではまったく役に立たず、規則的にアンカーすることが必要だ—と言う指摘はトンネルにおける寸法効果のある一面を鋭くいいあてている。現在、多くのトンネルが、この原則にしたがって支保されているのが何よりの証拠である。

吹付けコンクリートと地山の間の付着力はコンクリー

トの厚さが増えても増えない。軸対称の計算をすると付着力は別に要らないが、実際の施工順序やトンネルの形状などを考えるとぜひ必要である。大トンネルでは、ボルトで補強する必要がでてくる理由の一つはこの点にあると考えられる。

§31-2-9 次元解析とBuckinghamのπ定理

工学のいろいろの分野で模型実験¹⁰⁰⁾が行われているが、小さい模型で起こる現象から大きい現実の構造物で起きる現象を推定できるのは、大きさの差に伴う影響がはっきりしているからである。Buckinghamのπ定理と呼ばれるものがそうで、模型と実物の間で、物理現象にかかわる基本方程式を無次元積の間の関係式に書きなおしたとき、一つひとつの無次元積が模型と実物とで同じであれば、二つの現象の間には相似則が成り立つ(流体力学で用いられるReynolds数やFluid数などは、この相似則を表す数である)。普通はすべての関係式で相似則が成り立つのは無理なので、主要な物理現象について成り立つように考える。これによると、小トンネルと大トンネルとの間にはそれほどの根本的な差があるとは考えられない。小さな模型による実験が数多く行われているのも、力学的な相似則が成り立つと考えられているからである。例えば、今田ら¹¹⁰⁾¹¹¹⁾は実際のトンネルでの計測結果と実験やFEM計算との比較を行い、 H/D 、 $c/\gamma D$ 、 d/H などのπ数を同じにすることが、トンネルの挙動の模型実験をするのに大切だとしている(ここに、 H ：土かぶり、 γ ：地山の密度、 d ：ゆるみ高さ、 D ：トンネル径、 c ：地山の粘着力、論文により多少π数が変わっている)。小トンネルと大トンネルとの比較にも同じことがいえるはずである。しかし、実験の範囲が狭いので、これだけからトンネルのいろいろな現象を推測するのは危険であるし、FEM解析が寸法効果を表さないことは先に示したとおりで、これとの比較は無意味であろう。

§31-2-10 切羽の安定

大断面トンネルのむずかしさの1つの問題は、切羽の安定である。オープン方式のシールド工事では、切羽の安定が何よりも大問題で、Bromsの説¹⁹⁾、村山の説¹⁴⁾などが用いられている。Bromsの説によれば、トンネルの径に関係なく、土かぶりと土の粘着力により土圧が決まるし、村山の説によれば、土かぶりは関係なく、切羽の高さと土の強度により決まる。切羽の安定をギリギリのところまでもってくると、地山をゆるませ、その悪い影響がトンネル本体への荷重の増大となって現れると考えられる。したがって、切羽の高さは荷重に関係して考えると考えられるが、これについて従来あまり研究されていない。しかし、大トンネルでは必然的に断面を分割し

て掘削するので心配は少ない。

§31-2-11 表面の影響

固体の表面は一般には内部よりも強度が弱いので、寸法の小さいもののほど強度が小さくなることもある¹¹⁹⁾。しかし、表面硬化をしたり、釉薬をかけた陶器などでは表面の方の強度が大きく、小さいもののほど強度が大きくなる。この影響は無支保の場合には大きいと考えられるが、支保をすれば関係ない。

§31-2-12 その他

コンクリート供試体の強度は径 $\phi 10\text{cm} \times$ 高さ $h 20\text{cm}$ 、 $\phi 15\text{cm} \times h 30\text{cm}$ 、 $\phi 25\text{cm} \times h 50\text{cm}$ のものを比較すると、ほぼ $1.03 : 1.0 : 0.95$ になるといわれている。そのほかにも寸法が大きくなると材料の強度は小さくなるとの説はある。

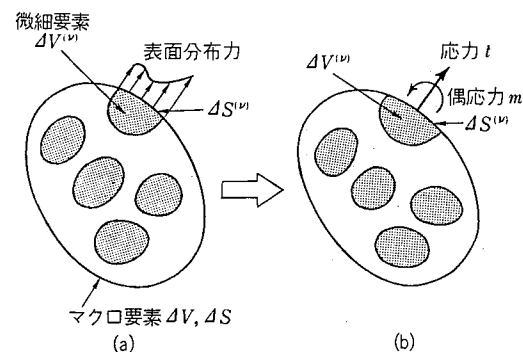
中西・佐藤は脆性材料の管に径の違う穴をあけたときの強度の違いを実験で示し、寸法効果を論じている¹¹⁴⁾¹¹⁵⁾。その原因としては、表面の強度が小さいことをあげているが、この筆者の意見は、現在の材料力学の多数意見とは全然違うようなところが多々あって面白いが、なんとも信じ難いところもある。しかし、実験の裏付けもあり、盲点をついているところも多く今後の研究の参考になる。

§31-2-13 施工条件の違い

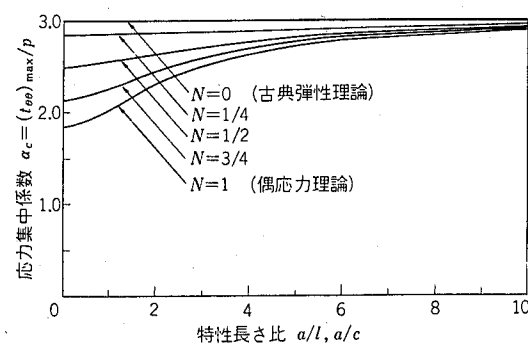
実際の施工現場からみた大トンネルと小トンネルとの違いもある。

- ① 大トンネルはほとんどの場合、地山の内部摩擦角 ϕ が大きいところにしか掘らないので、ロックボルトがより有効である。
土かぶりが深く膨張性のある地山、土砂地山などに大断面のトンネルを掘った経験はほとんどないので、実際にどうなるかはまだよくわからない。
- ② 大トンネルでは、切羽を分割して施工する。閉合してない吹付けコンクリート支保の耐力は小さいので、吹付けコンクリートだけでは施工途上の支保として不十分であり、ロックボルトと併用することが必要である。
- ③ 小トンネルでは、岩石相互のずれを吹付けコンクリートだけで阻止できる(変形量が小さいので)。
- ④ 小トンネルでは、掘削から支保閉合までの時間が短い。大トンネルでは断面の分割方式、施工順序の違いで小トンネルとは違ういろいろの現象があらわれる。

地下発電所や石油備蓄のための大空洞の設計にはFEMによる計算が行われているが、その結果はボーリングコアの強度などと直接比較するのではなく、いままでに施工例のある他の発電所などと比較して判断されていて、寸法効果についての判断はなされていない。



(1) 微細要素表面 $\Delta S(r)$ に働く (a) 表面力分布は $\Delta S(r)$ の図心に作用する, (b) 一つの応力と一つの偶力 m に置き換えることができる



(2) 一様引張りを受ける円孔無限平板の応力集中係数 α_c と特性長さ比 $a/l, a/c$ との関係 ($\nu=0.3$ かつ $N=0, 1/4, 1/2, 3/4$ の場合)

図-31-11 コッセラ弾性体の仮定と計算例

このような大空洞の場合のほとんどのFEM計算は、支保工なしの状態で行われているが、実際の掘削にあたってはすべてかなりの量の支保工（吹付けコンクリートとアンカー）が施工されている。

§31-2-14 連続体近似

強度構造物の寸法効果について理論的に論じるには、

①寸法による応力分布の差

②寸法による材料強度の差

の二つにわけて議論する必要がある。古典的な弾性体力学（弾塑性力学）では寸法の差は応力分布に影響しないことになっている。これに対してすべり線理論、連続体内に結晶粒などの不連続要素があると考えたコッセラ連続体などの連続体近似の理論¹¹⁰⁾を用いると寸法効果による応力集中度の差が計算できる。岩盤も岩石と割れ目および割目内の充填物などからなる疑似連続体と考えられるので、この理論を適用することにより、古典的連続体力学による解よりも一歩実際に近づくものと考えられる。一例として、円形トンネルについて単位粒子の径（個々の岩石の大きさに相当すると考えられる）とトンネル径との比を変えた場合の応力集中度を計算したものを図-

31-11に示す。トンネル径/粒子径 $\rightarrow\infty$ の場合の応力集中度3がトンネル径が小さい場合には2に近づくこと、小さいトンネルでは応力が小さくなるのがわかる。

参考文献

- 88) Hoek : Geotechnical design of large opening at depth, RE TC, 1981.
- 89) W. Prager, P. G. Hodge ; Theory of perfectly plastic solids, John Wiley & Sons Inc. 1951.
- 90) 菅原勝彦・青木俊朗・鈴木康正 : 2軸応力下の空洞まわりの弾塑性応力解析……境界要素-特性曲線結合法による岩盤空洞の弾塑性解析 (第1報) ……、日本鉱業会誌, 1988, 5.
- 91) 青木俊朗・菅原勝彦・尾原祐三・鈴木康正 : 2軸応力下の円形空洞の弾塑性変形……境界要素-特性曲線結合法による岩盤空洞の弾塑性解析 (第2報) ……、日本鉱業会誌, 1988, 8.
- 92) G. Lombardi : The influence of rock characteristics on the stability of rock cavities, Tunnel and Tunnelling, March, 1970.
- 93) O. C. Zienkiewicz : Continuum mechanics as an approach to rock mass problems (K. G. Staggs & O. C. Zienkiewicz ed. ; Rock mechanics in engineering practice, John Wiley & Sons, 1968, 所収).
- 94) 日本建築学会 : 鉄筋コンクリート構造計算基準・同解説, 付1. 鉄筋コンクリート構造物の耐震対策……1968年十勝沖地震による被害にかんがみて…….
- 95) 木山・藤村・西村 : DEM解析によるFenner-Pacher形支保特性曲線の実現と考察, 土木学会論文集, No. 394, June, 1988.
- 96) 梨本裕・高森貞彦 : NATMにおける設計目標の合理化<必要最小掘削径>, 第22回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, 土木学会, 1990, 2.
- 97) W. R. Wawersik, C. Fairhurst : A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. vol. 7, pp561~575, 1970.
- 98) Dudley Charles Kent & Robert Park : Flexural members with confined concrete, J. of ST. Proc. ASCE, July, 1971.
- 99) H. Pöchlacker, H. Jakoubek ; Berücksichtigung der Kriechverhaltens bei einem hohen Auslastungsgrad des jungen Spritzbetons durch druckhaftes Gebirge in tiefliegenden Tunnels am Beispiel des Tauern-Tunnels, Shotcrete technology, 1990.
- 100) 江守一郎・D. J. シューリング : 模型実験の理論と応用, 技報堂出版, 1973.
- 101) A. Pinto da Cunha, editor : Scale effects in rock masses, 1990, Balkema.
- 102) ファインマン : 物理学, 岩波書店, 1967.
- 103) Z. T. Bieniawski : Rock mechanics design in mining and tunnelling, Balkema, 1984.
- 104) G. E. Wickham, H. R. Tiedmann, E. H. Skinner : Support determinations based on geologic predictions. North American Rapid Excavation and Tunnelling Conference, 1972.
- 105) J. C. Rutledge, R. L. Preston : New Zealand experience with engineering classifications of rock for the prediction of tunnel support, ITA, Tokyo, 1978.
- 106) N. Barton, R. Lien, & J. Lunde : Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support, Rock Mechanics, vol. 6/4, 1974.



わかりやすいトンネルの力学(11)

福島啓一

§31-3 信頼性工学より見た寸法効果

§31-3-1 はじめに

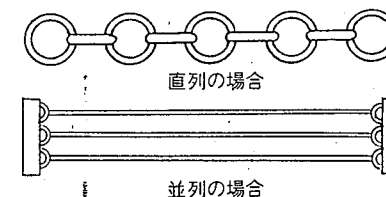
世の中QC（品質管理）が盛んである。あるいは流行している。しかし、いかに品質管理が好きな人でもどうにもならないのが自然の地山ではあるまいか。それでは、どうすればよいか。品質を一定にすることができないなら、バラついた品質でもよいような設計をして、出来上がった構造物としては一定の品質を保証できるようにする必要がある。また、そのような設計のための設計思想や設計計算法を開発する必要がある。ところが世の中で一番品質管理がやり難く、品質のバラつきも大きい自然の地山の真ん中に穴をあけるトンネルを掘る技術で地山のバラつきを考えた設計法がいままでほとんど考えられてこなかったことは少しばかり技術者の怠慢ではなかろうか。敵を知り、己を知らば百戦危うからずというが、まずは山の神様の気まぐれぶりをとくと研究し、それに対処できる戦略、戦術を考える必要があろう。

品質のばらつきの影響が一番強く現れるのは材料の強度である。前に結晶1万個の中に一つぐらい転位があると、強度が1/100にも1/1000にも落ちることを説明したが、とにかく材料強度は構造敏感であるし、寸法にも敏感である。まずは強度と品質のばらつき、それから導かれる寸法効果について¹¹¹⁾研究してみよう。

§31-3-2 最小値確率論

いまから約5世紀前、レオナルド・ダ・ビンチは長い鉄線の静的引張り破断強度が短いものよりも小さくなることを実験により示したというが¹¹²⁾、その原因については言及していない（図-26-1参照）。W. Weibull^{113), 119)}は、物体の中にはさまざまな大きさのGriffithひび割れがあるが、そのうちで強度が一番大きいひび割れの長さで決まる。一方、体積が大きいものほど大きなひび割れを含む確率が大きいので、すなわち、強度は弱くなると考えた。これは図-31-12のような鎖で考えても同じことである。多くの輪からなる鎖の強度は、その中の一番弱い輪

*飛鳥建設(株)技術本部技術企画部担当部長



直列の場合、輪のどれかが壊れても全体の破壊になる。並列の場合は、全部の針金が切れないと全体の破壊にならない

図-31-12 構造系による破壊確率の差

の強度になる (weakest link theory). “いまいくつかの輪（リンク）からなる鎖を考えてみよう。もし、単独の輪に荷重 x をかけるときの破壊の確率 p が試験をして分かっているし、また、 n 個の輪からなる鎖の破壊の確率 p_n を知りたいのだとすると、われわれは次のようなこと、鎖はその部品のどれか一つが壊れると全体が壊れる、という命題を基本にして推論しなければならない。したがって、鎖が壊れない確率 $(1-p_n)$ はすべての輪が同じ時点で壊れない確率に等しくなる。すなわち、 $1-p_n = (1-p)^n$ 、したがって、……¹¹⁸⁾”

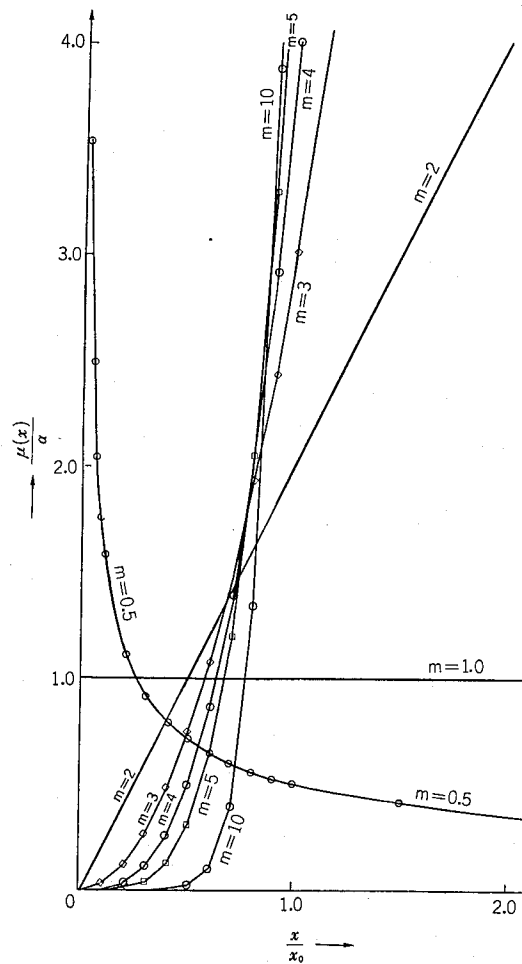
長い綱、ロープ、一箇所が壊れ始めると爆発的にひび割れが進行してそれが全体に広がり、瞬時にして全体が壊れてしまうようなガラスなどの脆性材料の強度はこのような理屈で考えて良さそうである。

これを少し数学的にかきこまて説明すると、次のようになる。すなわち、ある時点 t またはある応力 σ で破壊が起こる確率、遷移確率を $\mu(x)$ （ここで、 x =時間 t または応力 σ ）とする。

作用応力（または時間）がゼロから x まで増える間に破壊する確率を $F(x)$ とすると、死なないもの、壊れないものは生き残っているわけだから、

$$P(x) = 1 - F(x) \quad (31-4)$$

作用応力 $\sigma = x$ で破壊する確率密度関数 $f(x)$ は、そのときの生き残っているものの数に、その荷重または時

図-31-13(a) (Weibull関数) $\frac{x}{x_0}$ と $\mu(x)$ の関係

間の時の破損率(死亡率)を掛けると求められる。したがって、

$$f(x) = P(x) \cdot \mu(x) = [1 - F(x)] \cdot \mu(x) \quad (31.5)$$

確率密度関数 $f(x)$ の積分は破壊している確率 $F(x)$ のはずであるから、

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx = 1 - P(x) \quad (31.6)$$

逆に、これを微分すると、

$$dF(x)/dx = -dP(x)/dx = f(x) \quad (31.7)$$

ゆえに(31.5)と(31.7)より

$$f(x) = P(x) \cdot \mu(x) = -dP/dx \quad (31.8)$$

または、 $\mu(x) dx = dF(x)/[1 - F(x)]$ (31.9)

積分して解くと、

$$P(x) = \exp\left\{-\int_0^x \mu(x) dx\right\} \quad (31.10)$$

$$F(x) = 1 - P(x) = 1 - \exp\left\{-\int_0^x \mu(x) dx\right\} \quad (31.11)$$

(この計算のミソは応力が x のときのそれまでに生

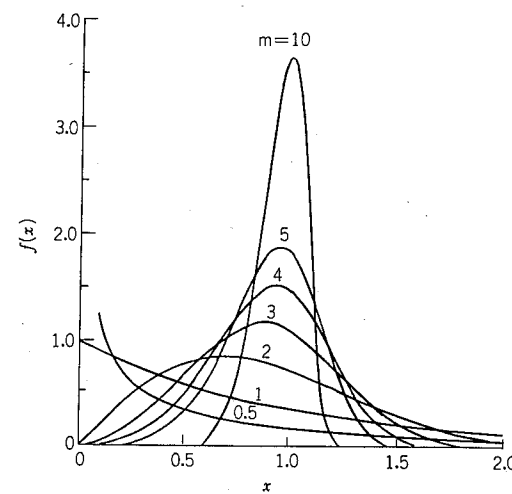


図-31-13(b) ワイブル分布の確率密度の関係

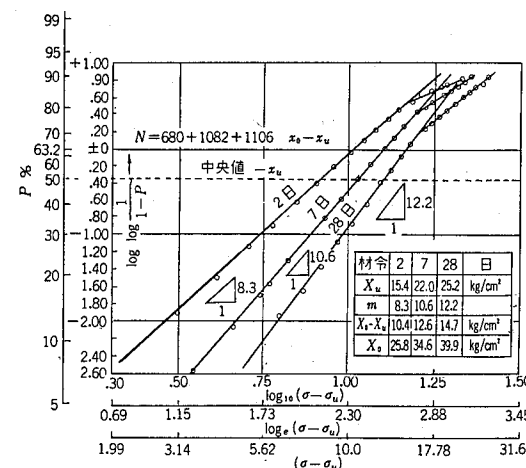


図-31-13(c) ワイブル確率紙の例

残っている数に対する破壊率 $\mu(x)$ と、実際に破壊する数の最初にあった数との比率 $f(x)$ 、これを確率密度関数と呼ぶ、とをわけたことにある。破壊数はもちろん破壊率 $\times$ 生き残りの数、確率密度関数 = 破壊数 / 最初の数。そうすると指数関数がでてくる。

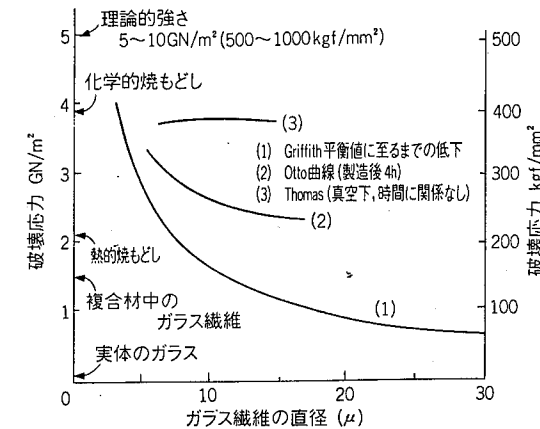
次に1個の輪の破壊確率を F 、 n 個の輪からなる鎖の破壊確率を F_n とすると、 n 個の輪からなる鎖が破壊しない確率 $1 - F_n$ は個々の輪が破壊しない確率 $1 - F$ を鎖の輪数だけ掛け合わせたものになるという確率論の定理から、次式が導かれる。

$$1 - F_n = (1 - F)^n = (\exp[-\int \mu(x) dx])^n = \exp[-n \int \mu(x) dx] \quad (31.12)$$

これをみると、 n が大きい長い針金や鎖、体積の大きいコンクリート構造物などは短いもの、小さなものより同じ x (応力または時間) では生き残り確率が低い。つま

表-31-1 変動係数とワイブル係数の換算表

$m=1$	cov=100%	$m=5$	cov=22.9%	$m=9$	cov=13.2%
2	52.3	6	19.3	10	12.0
3	36.3	7	16.9	20	6.2
4	26.3	8	14.8	30	0.7

図-31-14 ガラス繊維の径と強度⁽¹⁰⁾

り弱そうである。

(このように指数関数を使うと鎖の輪の数が簡単に数式の中に取り込めるという便利さがある)。

W. Weibullは(31.12)式で $\int \mu(x) dx = \alpha x^n$ 、遷移確率を $\mu = \alpha m x^{m-1}$ とすると、多くの現象が比較的よく表されるとした⁽¹⁰⁾。

$$F = 1 - \exp(-\alpha x^m) \quad (31.13)$$

この式は一般に、

$$F(x) = 1 - \exp[-\{(x-x_u)/x_0\}^m] \quad (31.14)$$

または x_0 を単位体積の場合について考え、体積効果を入れて、

$$F(x) = 1 - \exp[-(v/v_0)\{(x-x_u)/x_0\}^m] \quad (31.15)$$

と表される。これを現在ではワイブル関数と呼んでいる。

◎ワイブル関数は材料の強度だけでなく地震や風や波などの自然現象の強さの分布、機械などの故障の確率を管理するのに広く使われている。ここに、 m は均等係数(ばらつきが小さくなるほど、材質が一定しているほど大きくなる)と呼ばれたり、形状係数(遷移確率の分布形状は m により変わる)と呼ばれたり、ワイブル係数と呼ばれたりしている。 x を時間 t にとると、 $m < 1$ は初期故障、人間でいえば幼児死亡率を、 $m = 1$ は時間に関係のない一定の故障率を、 $m \gg 1$ は部品や材料の寿命がきての故障を表す(図-31.13a参照)。 x_0 : 尺度係数、無次元化するための係数、 x_u : 位置の係数、これより小さな値は発生しないという値、 $x_u = 0$ の場合を2母数Weibull分布という。

m を変化させたときの遷移確率 $\mu(x)$ 、確率密度関数

表-31-2 ガラス棒の長さとの関係⁽¹⁰⁾

長さ (mm)	直径 (mm)	引張破壊強度 (MPa)
5	13	1470
10	13.5	1200
20	12.5	1190
45	13	1130
90	12.7	745
183	12.7	853
1560	13	705

表-31-3 Γ 関数の値

z	$\Gamma(z)$	z	$\Gamma(z)$
1.00	1.00000	1.60	0.89352
1.10	0.95135	1.70	0.90864
1.20	0.91817	1.80	0.93138
1.30	0.89747	1.90	0.96177
1.40	0.88726	2.00	1.00000
1.50	0.88623		

f の例を図-31.13に示す。これを見ると、正規分布みたいにいつも左右対称でなく、山が右によったり、左によったりする現実の分布に合わせて簡単に表せるし、なるほど実際の現象に合わせた関数になることがわかる。正規分布だと強度にマイナスのものもあることになるが、ワイブル分布ではそういうことはない。 x_u 以下のものはない。上限はどこまでも強い、大きい強度のものまであることになり、現実と合わないが、いまのところやむを得ない。

そのうえ、この関数は死亡率とか故障率、生き残りとかの計算があととやりやすいという都合な性質もある。そのために品質管理関係ではよくつかわれている有名な関数である。しかし、この関数をWeibullが始めに考え利用したのは、材料強度の寸法依存性を求めるためであったが、その目的に近年あまり使われていないのは皮肉な現象である。Weibull係数などを求めるためには確率用紙を使うと便利である。規格協会、日科技連などで発売されている。Weibull確率紙の例として、モルタル強度のデータを整理したもの⁽¹⁰⁾を示す。

これより、平均強度 $E(\sigma)$ 、分散 $V(\sigma)$ 、変動係数 cov は次のように求められている。

$$E(x) = \int_0^\infty x f(x) dx = \int_0^\infty x [m x_0^{-m} (v/v_0)^{-1/m} x^{m-1} \exp\{-(x-x_u)^m/x_0^m\}] dx = x_0 (v/v_0)^{1/m} \Gamma(1+1/m) + x_u \quad (31.16)$$

$$V(x) = \int_0^\infty (x-\bar{x})^2 f(x) dx = x_0^2 (v/v_0)^{2/m} [\Gamma(1+2/m) - \{\Gamma(1+1/m)\}^2] \quad (31.17)$$

$$cov = \sqrt{V(\sigma)}/E(\sigma) \quad (31.18)$$

表-31・4 m の測定例⁽²²⁾

試料	試験の種類	m	
鋼鉄(低温脆性破壊)	一軸引張り試験の寸法効果	23.3	Davidenkov
	曲げ試験の寸法効果	25.4	"
大理石	一軸引張り試験の測定値のばらつき	6.4	上野
	曲げ試験の測定値のばらつき	5.7	上野
花崗岩	一軸圧縮試験の測定値のばらつき	5.3	上野
	一軸圧縮試験の測定値のばらつき	6.5	西松
英国石炭	一軸圧縮試験の寸法効果	9.4~18	Evans
日本石炭	一軸圧縮試験の寸法効果	5.5~12	会田岡本
モルタル	一軸圧縮試験の寸法効果	11.7~20.7	"

ここに、 v ：物体の体積、 v_0 ：基本試験のときの体積、 x_0 ：基準体積のときの尺度係数。

$x_0=0$ の場合についてワイブル係数 m と変動係数 cov の関係を計算すると表-31・1のようになる ($x_0 \neq 0$ の場合は $x-x_0$ の変動係数について考えれば、この表が使える)。

◎強度と寸法の関係の例として、ガラス繊維の強度の実測値を図-31・14に示す⁽²⁰⁾。また、Griffithはガラス繊維の径と強度の関係式として次の式を示している。

$$\sigma_B = A + B/d \quad (31\cdot19)$$

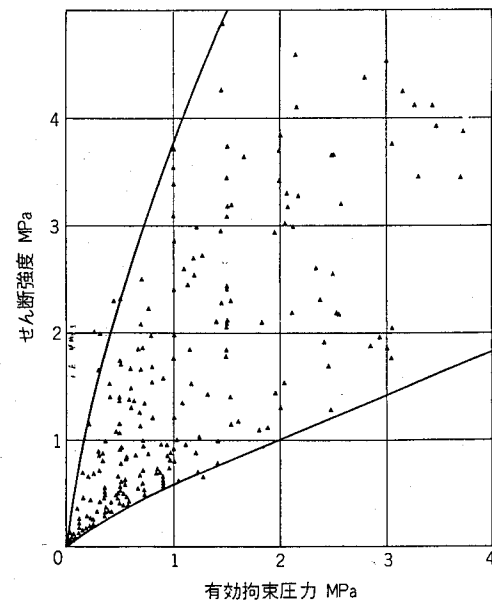
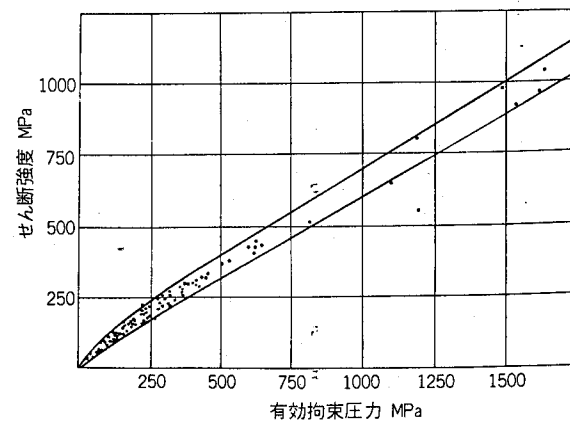


図-31・15 拘束圧力の大小によるばらつきの差と寸法効果



ここに、 σ_B ：ガラス繊維の強度、 d ：直径、 A 、 B ：常数 (図-31・14で製造直後や真空内のガラス繊維の強度が大きいのには傷がほとんどないためと考えられる)。ガラス繊維の長さとの関係の例を表-31・2に示す。

◎ガンマ関数の説明

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt \quad (31\cdot20)$$

この式で表される関数をガンマ関数という。 z は複素数であるが、Weibull関数で使うのは z が実数で主に1から2の場合である。そのとき、ガンマ関数はほぼ1~0.9と考えるとよい。

z とガンマ z の値を表-31・3に示す。

ガンマ関数には $z > 1$ なら次のような関係があるので、他の値はこれより計算できる。

$$\Gamma(z) = (z-1)\Gamma(z-1) \quad (31\cdot21)$$

◎変動係数からWeibull係数 m を推定するくらいなら使いなれた正規分布を使ってもよいのではないかとと思われる人もいようが、実際のデータを整理してみると正規分布ではヒストグラムの山のところをほぼ近似することはできても、尖り度や非対称性がなかなか一致しない。また、ヒストグラムの裾野の方の分布が一致しにくい。ところが破壊や信頼性の議論では裾野のところが分布が大切であり、Weibull分布の方がこの点ではるかに優れている。

これらより部品の強度はその体積の比 (鎖の長さの比) n の $1/m$ 乗に反比例することになる ($x_0 \neq 0$ の場合は、 $x-x_0$ が $n^{1/m}$ に反比例する)。 m は鋼材で $m=24$ 、従

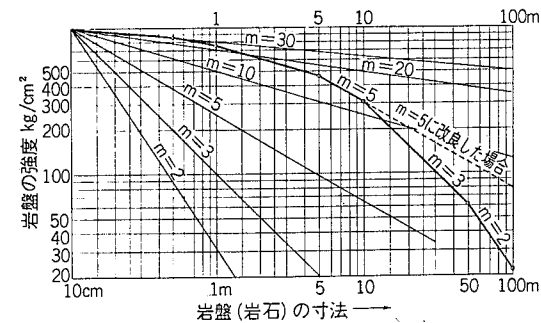


図-31・16 岩盤のワイブル係数と寸法による強度

来のセラミックスでは6~8、最近の高級なセラミックスでは14~20くらい、Bartonの図-31・9は $m=2$ に相当する。§31-2-12に述べたコンクリートの供試体で計算すると $m=11.33$ である。 m の値の例を表-31・4に示す。

Barton⁽²⁰⁾は、ばらつきは拘束圧力により変わるとして、図-31・15を示している。佐野⁽²⁷⁾らは岩石の強度のばらつきとして従来報告されているものの大部分は載荷試験の誤差に基づくものとしており、コア寸法程度の範囲では均等係数 m はかなり大きいと考えられる。一方、広い範囲での地山の強度を考えるとかなりばらつくことは広く認められているところであり、地山のワイブル係数は単一のものでなく、岩石の割れ目くらいの大きさのうち、岩質のほぼ均一な範囲内、地質がほぼ一定の範囲内などで m が変わる複合ワイブル分布になっていると考えられる (図-31・16)。多くの研究は試験ができる範囲の強度分布からWeibull係数 m を求めたので実際のトンネルで起こるような寸法効果を示す計算ができなかったが、岩石資料の圧縮強度試験を数多く行って分析すれば地山の強度分布や m を推定することができ、したがって有効強度も推定できる。

いま、地山のワイブル係数を $m=3$ とすれば、 $\phi=2m$ の試験トンネルと $\phi=20m$ の地下発電所では地山強度の比は $1/(10^3)^{1/3}=0.1$ に、 $m=2$ とすれば、この比は 0.0316 になる。この地山を $m=6$ に改良すれば、強度の比は $1/(10^3)^{1/6}=0.316$ 、つまり、 $m=3$ の場合に比べ約3倍、 $m=2$ の場合に比べ約10倍の強度になる。

体積が大きくなると平均強度が落ちるかわりに、当然のことながらばらつきは小さくなるが、変動係数で表すと体積には関係ない。

平均強度が小さくなるだけでなく、部材全体の中で1か所でも弱いところがあると、全体の破壊につながる場合には、強度のワイブル分布理論と、許容される破壊確率理論にしたがって、安全係数を決定する方法も提唱されている。いま、図-31・17に示すような確率で強度がばらついていて、そこに σ なる応力が働いていれば、この

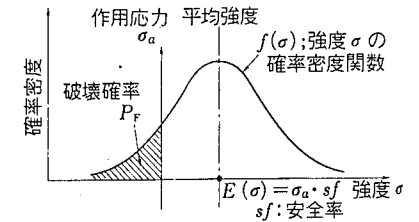


図-31・17 安全性指標と破壊確率

表-31・5 許容される破壊確率とワイブル係数から求められる設計用安全係数

ワイブル係数 m	許容される破壊確率 P_f					
	1/10	1/100	1/1,000	1/1万	1/10万	1/100万
2	2.73	8.84	28.02	88.62	280.25	886.25
4	1.56	2.80	4.98	8.86	15.76	28.03
6	1.35	2.00	2.93	4.31	6.32	9.28
8	1.25	1.67	2.23	2.98	3.97	5.30
10	1.19	1.51	1.90	2.39	3.01	3.79
12	1.16	1.41	1.70	2.06	2.50	3.03
14	1.13	1.34	1.58	1.86	2.19	2.58

図で影をつけた部分が破壊の確率を表す。これを見ると、平均強度がいくら高くてもばらつきが大きければ小さな応力でも壊れてしまいそうである。危険率を小さくしたい、高い安全率を確保したい場合には、この傾向が激しくなりそうである。数式を導いて計算してみよう。

応力 σ_s = 平均強度/安全率が働いている場合、この岩盤が壊れる確率、破壊確率 P_f は、

$$P_f = 1 - [\exp\{-(\sigma_s - \sigma_a)/\sigma_a\}]^m \quad (31\cdot22)$$

また、平均強度は、

$$E(\sigma) = \sigma_a \Gamma(1+1/m) + \sigma_a \quad (31\cdot23)$$

であるから、安全率 sf = 平均強度/許容強度 = $E(\sigma)/\sigma_a$ 。とすると、許容される破壊確率が決まれば、この二つの式を組み合わせる必要な安全率を求めることができる。 $\sigma_a=0$ とした場合の結果の一部を表-31・5に示す。

これからも、ワイブル係数 m の値を大きくすること (強度のばらつきを減らすこと) が安全を確保するうえで大切なことがわかる。

以上は一様な応力分布の場合であるが、曲げなどにより応力分布が不均一な場合の破壊確率は次式のようになる⁽²⁸⁾。

$$F(\sigma_a) = 1 - \exp[-n_0 \int_0^{\sigma_a} \{\sigma(\Delta V)/x_0\}^m dV] \quad (31\cdot24)$$

ここに、 n_0 ：単位体積あたりの要素数、 $\sigma(\Delta V)$ ：微小体積要素内の応力。例えば、この式で矩形はりの純引張り強度と純曲げ強度の比 r を求めると、

$$r = (2m+2)^{1/m} \quad (31\cdot25)$$

となり、コンクリートやモルタルでの実測値でこの比が1.5~2.0になることの説明ができる ($m=3$ で $r=2$ 、 $m=4$ で $r=1.778$ 、 $m=5$ で $r=1.643$ となる)

表-31-6 BartonのESRとこれから導いた安全率⁽²⁰⁾

空洞の種類	ESR	事例数	安全率
A. 仮設的な採鉱空洞など	約3~5?	(2)	1?~1.67
B. 立坑;(i)円形断面 (ii)矩形/正方形断面	約2.5? 約2.0?	(0) (0)	2.0 2.5
C. 恒久的な鉱山の空洞, 水力発電用水路トンネル(高圧トンネルを除く)大規模掘削のための試掘坑導坑および先進切羽など	1.6	(83)	3.1
D. 貯蔵室, 水処理プラント小断面の道路あるいは鉄道トンネル, サージタンク, 進入路トンネルなど(円筒形空洞?*)	1.3	(25)	3.85
E. 発電所, 大断面の道路あるいは鉄道用トンネル, 防空壕坑口部, 交差部	1.0	(79)	5.0
F. 地下原子力発電所, 地下鉄道駅, 地下体育館, 地下公共施設, 地下工場など	約0.8?	(2)	6.25

*Bartonらはトンネル工事の困難さは寸法に比例すると考えたようであるが, 支保工の設計に考慮する等価寸法は実際の寸法(直径あるいは高さ)をESRで割ったものとした。したがって, ESRは安全率の逆数と考えてもよい。最後の欄の数字はこう考え, 安全率=5/ESRとして筆者が加えたものである。
**文献⁽¹⁰⁾では半球形空洞と訂正され, ?は除かれている。また, B項も削除されている。

トンネルの形によっては部分的に応力集中が起こるのて角を丸くするなどの対策が重要とする意見も多いが, この式より, その効果は弾性力学で求めたほどではないことがわかる(本当にそんなに小さい部分の応力集中がトンネルの破壊に影響するのであれば, 発破掘削による壁面の凹凸の影響がもっと大きく効き, FEM計算でももっと小さな凹凸まで入れて計算すべきであるが, だれもそんなことはやっていない)。NATMになってから, 側壁の角を丸くすることが非常に推奨されたが, これも弾性力学で計算されるほどの効果はないと考えられる。もちろん覆工に働く曲げモーメントを減らす効果はある。スムースラスティングももっとすばらしい効果をあげるはずであるが, 巻き立てコンクリートの食い込み防止以外の効果はそれほどでもない。

許容破壊確率の取り方については, BartonのESR(Excavation support ratio)が参考になる(表-31-6)。これを見ると, 大きいトンネルほど安全を大きく見込んでおり, 工事担当者の気持ちを素直に表している。

◎絶対に壊れてはだめというのなら, こんな計算をしてもだめで, 応力が x_0 以下になるようにしなければならぬ。 x_0 を求めるためにはもちろんWeibull関数が必要

るわけであるが, 表-31-5は役に立たない。しかし, 破壊の確率 F_p をある程度以下に小さくすると実用上は絶対に壊れないといえるほどに安全になる。Weibull関数が, 実際の現象とかなりすそ野の方まで合うといっても100万分の1の危険率以下のところまでよく合うのかどうかはまだ実証がないようであるから, この計算で必要な安全率の見当をつけることは実用上十分に役に立つと考えられる。

例えば, 地震のマグニチュードと生起確率との関係もワイブル分布になるが, マグニチュードには上限がある。強度もワイブル関数で表されるが, ワイブル関数だけだと強度に上限がないことになるが, 実際の強度には理論強度という上限がある。したがって, 現実とよく合うといってもそれは正規分布などの他の分布関数に比べてのことであって, 無限大の強度や洪水や地震などがあるわけがないのは当然である。

◎節理の剥離については, Rabcewiczも述べているようにアンカーボルトで地山を補強すれば十分対処できる。地山強度の不均一さは, 主に引張り強度の不均一さによっているので, アンカーボルトによって地山の不均一さは大幅に改良され, ワイブル係数 m の値を改良できそうである。Bartonが示しているように(図-31-15)拘束圧を上げると m はかなり改良される。さらに, この表-31-5から安全性, 信頼性を増すためには, 平均強度を大きくすること以上にワイブルの均等係数 m を大きくすることが大切であることがわかる。大トンネルでは, 吹付けコンクリートよりもボルトの方が有効だという経験的な知識は m の増加による強度の向上と, 破壊確率の低下で科学的に裏づけられる(大トンネルになるほど危険率を小さくしたいのが人情である。Bartonの式でべき数を実績の0.66から0.4におとしているのも, 大トンネルほど安全率を大きくしたいためであろう)。

§31-3-3 並列モデル

鎖の理論はなるほどよくわかったが, 世の中そんなに寸法効果が何にでもあるなら, マンモスタンカーもジャンボジェット機も, 超高層ビルも, 長大吊橋もできないのではないかと疑問に思われる人も多いだろう。

それどころか, 動物や植物では大きなものほど寿命が長い。寿命はほぼ体重に比例するといわれている。大きなものでも適切な対策さえ打てばかならずしも壊れやすくないと考えられる。藁すばより, これを組み合わせた縄の方がはるかに強度は高く, 信頼性も高い。ばらつきは小さいが, これは体積効果から言えば逆の効果である。

一般に, この体積効果はぜい性破壊の場合にだけ起こり, 延性破壊の場合は応力集中や部分的な欠陥があっ

表-31-7 素線と並列系の平均強度と分散

m	平均強度		ばらつき (n=100の場合)	
	糸	糸束	糸	糸束
1	$x_0 \times 1.0000$	$x_0 \times 0.3678$	100%	7.9%
2	0.8862	0.3033	52.3	6.2
3	0.8930	0.4968	36.3	5.3
4	0.9064	0.5507	26.3	4.7
5	0.9182	0.5934	22.9	4.2
10	0.9514	0.7187	12.0	3.1
20	0.9735	0.8189	6.2	2.2

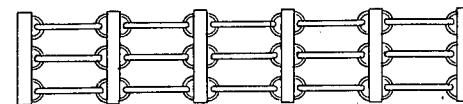


図-31-18 直並列モデル

第1項はゼロにならぬので, 第2項がゼロになるはずである。ゆえに,

$$x_m = x_0(1/m)^{1/m} + x_u \quad (31-31)$$

これを(31-26)に代入して,

$$\bar{x}_c = x_0 \cdot m^{-1/m} \exp(-1/m) + x_u \quad (31-32)$$

分散は x_m を式(31-27)に代入して,

$$V(x_c) = x_0 m^{-1/m} [\exp(-1/m) \{1 - \exp(-1/m)\}^{1/2} n^{-1/2}] \quad (31-33)$$

数式だけではわかりにくい, 糸の強度を足したものと, 糸束の強度とはどちらが大きくなるのだろうか。 m を変えて計算してみると表-31-7のようになり, 平均強度は落ちるがばらつきも減ることがわかる。

ばらつきは n の平方根に反比例して減るので, 本数 n が変わったときはこれより増減する。例えば, 本数 n が10000になれば, ばらつきは1/10になる。

§31-3-4 直並列モデルその他

直列と並列を組み合わせた図-31-18のような組み合わせもある。縄, マニラロープ, ワイヤロープなどがこれに相当する。これは, いままで導いた二つの式を組み合わせで解くことができる。長さの寸法効果は同じであるが, 分散が減るので強度の低下は小さくなる。

ワイブル⁽¹⁰⁾は母材の中に遮断層が入っていて, どこか一か所が壊れてもただちに全体の破壊にはならない場合についても式を導いている。

Güçer⁽²⁶⁾, Rosen⁽²⁷⁾らは母材の中に補強繊維をいれた場合(FRPなど)についての解を導き, また, 実験で検証している。

荷重が残りの糸に平等に負担されるのでなく, すぐ近くの糸により多く負担されるとした解(local load sharing)もあるが, ここでは省略する。

ワイブル⁽¹⁰⁾は, さらに載荷方式が応力一定の場合とひずみ一定の場合では違うとして式を導いている。トンネ

も降伏に伴うすべり転移により応力集中が緩和されるので体積効果はほとんど無視できるといわれている。Davidenkov⁽²⁵⁾らの実験は鋼材を液体窒素で冷却してぜい性破壊を起こすようにして実験しているほどである。しかし, ダ・ヴィンチの実験でもわかっており例えば延性材料でも引張り材では長さ方向には寸法効果がある。要は構造系の問題である。例えば, 延性材の引張りでは長さ方向の寸法効果はあるが, 断面積の方は延性降伏により集中応力が緩和されるので寸法効果はない。どうやら最弱リンク理論がすべてではないようなので, もう少し研究の余地がありそうである。

さて, 今では何本かの糸を平行に並べた束に荷重をかける場合を考えてみる。糸はかなり品質のばらつきがあり, その強度に達すると切れるが, 数本が切れても偏荷重などにならず荷重は残りの糸に平等に負担されるとしよう(equal load sharing)。

糸の平均強度は100で, 100本を束ねてあるが, 一番弱い糸の強度は70としよう。荷重が7000になれば1本の糸は切れるが, 2番目に弱い糸の強度が75であるとすれば, $75 \times 99 = 7425$ までは破壊は進行しない。7425になると2番目の糸が切れる。しかし, まだ糸束全体は切れない。こんなに具体的な数値で計算していても, 学問的ではないので, 次に一本一本の糸の強度は分布関数 $F(x)$ で表されるとしよう。

このような場合の n 本の糸からなる糸束が, $m-1$ 本目まで切れたときの糸束の強度は $x_c = m$ 本目の糸の強度 $x_m \times$ 残りの糸の数 $1 - F(x_m)$ だから,

$$x_c = x_m [1 - F(x_m)] \quad (31-26)$$

Danielsは糸の本数 n が十分大きいときは, この強度の分布は正規分布に近づくとしている。

このときの標準偏差は, 2項分布の分散の公式から次のように求められる。

$$\sigma_c = x_m \{F(x_m) [1 - F(x_m)]\}^{1/2} n^{-1/2} \quad (31-27)$$

(2項分布の分散は, 二つの事象の起こる確率を $p, q = 1 - p$ とすると, $\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)}$ となる)

糸束の強度が最大になる点を求めるためには, まず微分して, 微係数がゼロのときの応力を求める。

$$\frac{d[x\{1 - F(x)\}]}{dx} = 0 \quad (31-28)$$

$F(x)$ をWeibull分布とすると,

$$\frac{d}{dx} [(x - x_u) \exp\{-\left(\frac{x - x_u}{x_0}\right)^m\}] = 0 \quad (31-29)$$

ゆえに,

$$= \exp\left[-\left(\frac{x - x_u}{x_0}\right)^m\right] \cdot [1 - m\left(\frac{x - x_u}{x_0}\right)^{m-1}] = 0 \quad (31-30)$$

ル場合はひずみ一定の場合に近いので、この解が参考になる。ヤング率が小さくなるような働きをするので、耐荷力は増えると考えられる。

プラスチックや金属を繊維で補強する関係でさらに詳しい研究が進んでいるが、トンネルにどう応用するかがまだ研究されていないので、紹介するだけにとどめる。

以上の計算は、糸はその強度に達するとただちに切れるということにしたが、もし、この糸が強度に達すると降伏して、それ以上に変形しても応力が増えも減りもしない状態になったらどうなるでしょうか。全部の糸が降伏してしまう直前まではこの糸束は耐荷力がある。強度は全部の糸の降伏強度を足したものになる。つまり、この場合は寸法効果はないことになる。弾性論、または許容応力度設計で考えれば延性降伏材料と脆性破壊材料では大した差はないが、このように複雑な構造物の寸法効果を考えると非常に大きな差がある。支保工の設計において、地山を延性降伏させるようにすることがいかに大切かがわかる。

◎ボルトを十分な本数だけ打設した地山はトンネル全体は大きくても、破壊はボルトで区切られた小区画で起きるので、強度に及ぼす寸法効果という点では小トンネルと同じと考えてよいともいえそうである。大トンネルにアンカーボルトが有効な理由である。

◎構造系が変わると強度が大幅に変わる。支保工や上手なトンネル施工法は構造系を変える役をする。

◎そんなに寸法効果があるなら、世の中の巨大構造物は大丈夫だろうか心配になる人もいよう。それは、鋼材などのばらつきが地山にくらべると桁違いに小さいから、寸法効果はほとんど無視できるから大丈夫なのである。例えば、ある吊橋のワイヤー（ケーブルの素線）の標準偏差は $\sigma=2.2$ 、平均強度 $\bar{x}=168.3$ 、変動係数 $=2.2/168.3=1.3\%$ 、 $m=25$ である。吊橋のケーブルは数100本の素線を束ねてできている。そのため分散は素線本数の平方根に逆比例して小さくなる。そのため均等係数 m が50~100になるとすれば、これより長さ30cmの試験体と長さ3,000mの吊橋のケーブルとの強度の比 r がどのくらいになるかを計算してみると、この場合、寸法効果は長さにだけ効くので次のようになる。

$$r=(0.3/3000)^{1/25}=(1/10,000)^{0.04}=0.6918$$

$$r=(0.3/3000)^{1/50}=0.8317$$

$$r=(0.3/3000)^{1/100}=0.9120$$

素線は延性降伏するので、強度に達してもすぐ切れるわけではないし、素線は別々に張り渡されているわけではないので、もし、どこかで切れたとしてもその分の引張り力は別の素線に伝達されるので、この計算よりさらに安全である。均等係数が大きければ、小さい供試体の

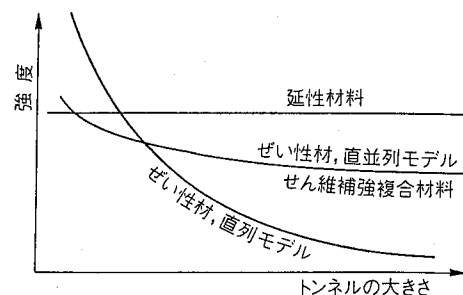


図-31-19 強度と材料の寸法（概念図）

試験で大きな構造物を設計しても心配ないことがわかる。十分安全率の中に収まっている。

ところで、岩石のように一般にはぜい性材料と思われるものでも十分な拘束圧力が与えられれば延性降伏をすることは茂木⁷⁾も指摘しているが、この点からもアンカーボルトの効果があると考えられる。割れ目の多い岩盤、ばらつきが大きい、 m が小さい岩盤でロックボルトの効果が大いことはボルトによりばらつきを小さくすることでまず説明できる。十分なフープ鉄筋の入ったRC柱の強度はフープ鉄筋の強度で決まると同様に、ボルトが十分に入った地山の強度はばらつきの小さいボルトで決まる。寸法効果が緩和される。

割れ目が少なく、ばらつきも少ないような泥岩、凝灰岩などでボルトが非常に有効なのはもう少し違う原因と考えられるが、別の機会にゆずる。

◎トンネルの寸法と強度との関係を概念的に書くと、図-31-19のようになる。ここで、脆性破壊を延性降伏に変える事ができるならば、大きなトンネルでは非常に効果があることがわかる。そうすると、上手な支保工は地山の支持力が足りない分を補ってやる、つまり、足し算をする役ではなくて、地山そのものの体質を変えてやる掛け算的役をすることがわかる。

イソップ物語に数匹の馬がみんな外側に後足を向けていると、さすがのライオンもこれを襲えないが一匹でも頭を外に向けたのがあると、簡単に全部を倒すことができたという話があるが、地山の組織を変え、体質を改善して強度を倍増させるのが上手な設計であり、施工である。

あるいは従来の支保工の計算では瀕死の病人に栄養を補給してやることを考えたが、ここでの考えは、病気をなおすこと、自立できるようにしてやることといえる。純情可憐、一本気で可愛い、しかし、いささかもろい乙女を一寸防護してやることでしっかりした粘り強い、それでいて心暖かなキャリアウーマンに変身させるのである（これぞトンネル男の純情である）。

◎家庭内なら、すべて以心伝心ですむようなことでも、

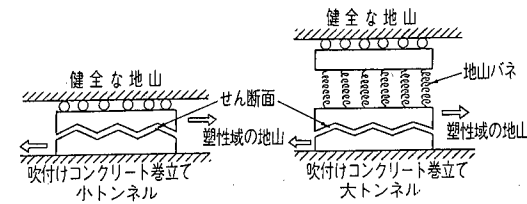


図-31-20 大トンネルと小トンネルの差の力学モデル

町村、国、会社など組織が大きくなり、関係する人数も増えると規則だ法律だ、道徳だといろいろ面倒なことが増えるように、トンネルも大きくなると数の変化が質の変化を伴ってくる。荷重が増えるだけと考えては対処できない。それにしても力学がまだ遅れている。

◎あまりにも強大な地圧、押し出しでかなりの数のロックボルトが切れたという事例⁽¹⁸⁾もある。これもいわゆる許容応力度設計では許し難いことであるが、このような確率論的考え方をすれば必ずしも許し難い、すれすれの危険作業だと言うことにはならない。ただし、この場合はロックボルトの強度のばらつきはそれほど大きくなくて、地山の变形の場所によるばらつきの方が大きかったのではないかと考えられる。また、Rosenが論じているように、繊維（ロックボルト）が切れても全長がただちに無効になるのではなく、せん断力で母材や隣の繊維（ボルト）に力が伝えられるのである。

一般に用いられている連続体の力学では、そ性域は全域にわたってすべりをおこし、関連流れ則にしたがって全体的に体積膨張を起こすことになっている。しかし、実際のトンネルでは、一つまたは二つのすべり面が生じ、その面のところで体積膨張を起こすようである。この体積膨張を拘束圧力で阻止するのが、支保工の効果の一つと考えられる。全体的に均等に膨張するのなら、拘束力は寸法に関係ないが、一つの面ですべるのであれば、トンネル寸法が小さければすべり面の体積膨張を阻止する力は大きく、寸法が大きければ阻止する力は小さくなる（図-31-20）。ところで、ロックボルトが小さい間隔で入っていれば、トンネルが小さいのと同じ効果があがるはずである。これが、大トンネルでロックボルトが非常に有効なもう一つの理由と考えられる（せん断に伴う体積膨張がせん断ひずみ量に最後まで比例すれば、この議論は成り立たないが、Ladanyi⁽⁹⁾も述べているように、どこかに限度があるはずであるからである）。

§31-3-5 大トンネルについてのその他の考察

それでも、多くの人が大トンネルは困難だといひ、二の足を踏むのはなぜであろうか。その理由は、次のようなものが考えられる。

① 大トンネルの施工法としては、一般に上半アーチ

先進のベンチカット方式が採られている。側壁部を切り下がるとき、アーチ巻き立てコンクリート（多段ベンチの時はその上段の側壁コンクリート）は、一時的には岩盤との付着力だけで支えなければならない。アーチの強度は厚さに比例して増えるが、付着力はアーチをいくら厚くしても増えない。そのため、アーチが不等沈下を起こし、地山を緩ませたりすると、現在の計算では現れていない予測できない荷重が働くことが危惧される。

② もし、トンネルの掘削工事が相当に進んでから不測の事態になり、巻き立てコンクリートにひびわれなどの変状が生じたときには大トンネルでは対策に莫大な経費と時間を要する。小さなトンネルでもしばしば予想外の困難に出合っている多くのトンネル屋は、計算がどうであろうと大トンネルでの対策の困難さを考えると拒否反応を起こす。または、過大な安全率を要求する。

③ 地山は完全弾塑性体でも、均一な等方等質な物質でもない。また、構造としては高次の不静定構造である。そのため、計算外の応力集中が起き、部分的に破壊することもあり、しかも、その破壊が将棋倒し的に全体の破壊に繋がる危険性がないという保障もない。計測や情報化施工も研究されてはいるが、安心してお任せくださいと言うところまでは進んでいない。施工に伴い地山のゆるみも生じるが、その影響もまだよくわかっていない。したがって、計算だけでは信用できない。といって、大空洞の経験はまだ少ないので、どうしても安全率を高くとることになる。

④ 地山の強度などは場所によりばらつくが、小断面トンネルでは延長方向のばらつきだけを考慮しておけばよい。大断面トンネルでは、断面の一部分に地質の悪いところが現れても、その区間のトンネル全断面の地質が悪いのとあまり変わらぬ対策が必要になる。それだけ悪い地質のところにあたる確率が高くなる。

また、小トンネルなら掘削面のすぐ後ろの地山の強度を心配すればよいが、大トンネルでは掘削面よりかなり奥、表面から見ただけでは推測できないようなところの強度まで影響するので工事管理も行届きにくい。

⑤ 地圧のほかに、湧水、破碎帯、クイックサンド、膨張性地山などトンネル工事に伴い遭遇するその他の困難に小トンネルでは何とか対処できる。極端な場合、小トンネルでは変形した支保工の内側に支柱式の支保工で補強したり、崩壊を起こしたところを発泡モルタルで埋め戻して、周辺の地山にも止水や強度増加のための地山注入をしたのち、再び掘削したりしているが、このようなことは大トンネルでは不可能か、その事業が成り立たなくなるほどの時間的、経済的な損失を招くと考えられる。

⑥ Hoek, Brown²⁷⁾も指摘しているように、ほとんど無支保工のトンネルを切り抜けたらトンネルが崩壊した例は多い。経験的に大トンネルは危ないと信じられている。

これらの不安、心配の原因は、かならずしも大トンネルでは荷重が大きいとか、地山の実質強度が小さくなるとかいうことだけではなく、地山の強度、弾性率、応力状態などをばらつき具合も含めて予測しがたい点が多いことと、対策が取りにくいことにある。そこで、地山の強度、弾性率、応力状態などをばらつき具合も含めて、さらに正確に予測できる方法(計算方法、調査方法)、計測により事前に変状を予測し、あらかじめ支保工を補強して安全性を高める方法(計測方法、解析方法)、地山をゆるませたり、部分的に応力を集中させたりしない上手な施工法や断面分割法、施工順序、地山の強度のばらつきを小さく(ワイブル係数 m を大きく)できる支保工や施工順序、施工時間や無支保のままの放置時間の管理、小さなひび割れや剝離などが全体の破損、崩壊に結び付かないような柔軟な構造系の採用などの点で、いま一段の進歩が望まれる。

参 考 文 献

- 107) Barton, N. : The shear strength of rock and rock joints, 1976, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. Vol. 13, pp255-279, Pergamon Press.
 108) A. Pinto da Cunha : opening lecture, Scale effects in rock mechanics, 1990, 101, 所収.
 109) N. Barton : closing lecture, Scale effects or sampling bias?, ISRM Workshop, 1990, 101, 所収.
 110) W. Weibull : The phenomenon of rupture in solids, IVA, Handl. 153, 1939.
 111) N. Barton : Recent experience with the Q-system of

tunnel support design, Proc. Symp. on Exploration for Rock Engineering/Johannesburg/Nov. 1976.

- 112) 今田 徹・猪熊 明・石村利明: トンネルの力学に関する3次元的模型実験, 土木学会論文報告集, 1982, 6.
 113) T. Konda, A. Inokuma & K. Kanto : Three dimensional model tests on soft ground tunnels, ISRM Tokyo, 1981.
 114) 佐藤和男: 材料の強度と塑性, 森北出版(株), 1980.
 115) 中西不二夫・佐藤和男: 材料力学, 岩波全書, 1970.
 116) 岡村弘之編: 総合材料強度学講座3, 強度解析学 [I], オーム社, 1984.
 117) 大路清嗣: 総合材料強度学講座5, 破壊強度学, オーム社, 1985, (第4章 強度の確率論的取扱).
 118) W. Weibull : A statistical theory of the strength of materials, IVA Handl. 151, 1938.
 119) W. Weibull : A Statistical Distribution Function of Wide Applicability, Journal of Applied Mechanics, Sept. 1951.
 120) 幡野佐一: 工業材料便覧, 日刊工業新聞社, 1981;
 121) 中沢一・小林英男: 固体の強度, 共立出版, 1976.
 122) 山口梅太郎・西松裕一: 岩石力学入門, 東京大学出版会, 1967.
 123) 佐野修・工藤洋三・古川浩平・中川浩二: 岩石の一軸圧縮強度実験結果のばらつきに関する研究, 土木学会論文集, No. 388/III-8, Dec. 1987.
 124) N. Barton, R. Lien, J. Lunde : Estimation of support requirements for underground excavations, Design methods in rock mechanics. Proc. 16th Symp. on Rock Mech, Uni. Minesota, 1975.
 125) N. Davidenkov, E. Shevandin & F. Wittmann : The influence of size on the brittle strength of steel, J. Appl. Mech., 14, p. A-63, 1947.
 126) D. E. Gücer, J. Gurland : Comparison of the statistics of two fracture modes, J. of Mech. Phys. Solids, vol. 10, 1962.
 127) B. W. Rosen : Tensile failure of fibrous composites, AIAA Jour. v. 2, no. 11, 1964.
 128) 吉村恒: ロックボルトが切れた一篠井線第一白坂トンネル, トンネルと地下, 1980, 6.

きみも金鉱を発見できる 金鉱の有望地域と探し方

理学博士 石井康夫著 新書判202頁 定価1,009円税共(〒250円)

鹿児島県菱刈町で、高品位の金鉱脈が発見された。この勢いに乗って、政府は大幅に金鉱探査の助成に踏切った。金鉱床の発見は、山菜採り、川釣り、探石、登山などで、探鉱の知識を持てば鉱床露頭・鉱石・砂金発見のチャンスが多分にある。本書は、山や川を見て金鉱を発見する目を養う内容にまとめられている。

【主 要 目 次】

● 歴史はよみがえる ● 金の知識, あれこれ ● 金はどこからやってきた? ● マグマは、金属鉱床の生みの親 ● 金の横綱は、どこの県 ● 金鉱床の有望地域は、ここだ ● 金鉱探しの『コツ』は、これだ! ● きみも鉱区が持てる。

株式 土木工学社

〒162 東京都新宿区岩戸町16 メイジャー神楽坂
電話 (03) 3267-2888 (代) 振替東京 1-190072



わかりやすいトンネルの力学(12)

福島 啓一

§ 32 時間の影響(速度過程としてみたトンネル)

「みなさん、ひょっとするとうまく通れるかもわかりませんよ」

「橋の上をかい?」と、だれかが言った。

「この汽車に乗ったままでかい?」と大佐が聞いた。

「この汽車です」

バスパルトゥーは足をとめて、機関士のことばにきき耳を立てた。

「だが橋は落ちるかもしれませんぞ!」と、車掌が注意した……。

汽車は前進した。しだいにしだいに速力を増して、その速いことと言ったら、……つまり列車がひとつになって、一時間に二百マイルの速力で飛ばしているのであって、もはやレールには重さを感じられず、あまり速いので飛んでいるようだった。

みごとに通過した。電光のようだった。だれも橋を見たものはいない。河岸から河岸へと飛んだといえよう。機関士は、五マイルも駅を過ぎてからやっと列車を止めることができた。

が、汽車が川を飛びこえたとともに、すでに破壊寸前の橋は一大音響とともにメディシン川の急流にくずれ落ちた(ジュール・ヴェルヌ: 八十日間世界一周)。

§ 32-1 はじめに

いくら荒っぽい開拓時代の西部でもこんな危険な橋が現実にあったろうとも、まして、それを汽車で渡ったとは思えないが、荷重をかけたらすぐ壊れるのでなくて、しばらく時間がたってから壊れるはずだとしたのは「月世界旅行」「海底五万マイル」などの空想科学小説を書いたジュール・ヴェルヌらしいところである。橋の設計としては、これでは落第である。ところがトンネル屋さんには、この壊れるまでに少し時間がかかることを毎日あてにして仕事をしている。これでは、橋屋さんが主に発

達させた力学を借りてきても、なかなか役にたたないわけである。

山の神様もヒジ鉄を食わされて、大分たってから怒りがたぎり立ってくる、というような多少の時間の遅れがあるようである。そこで、トンネル屋としてはまずいことをしたり、言ったりしたら、即座に徹底的に謝る、償いをする、善後策をたてるのが大事で、証文の出し遅れはダメであるということになりそうである。トンネル屋は、ドンドンと発破をかけて山の神様の疲憊をおぼせさせてまつているから、とにかく早く対策をたてるとが大切である。

しかし、ニュートンの力学に重力の伝達される時間の要素をいれた解を加えるためには、アインシュタインまで300年余の時間を要した。ガリレオに始まる静力学に時間の要素を入れた力学はまだ確立されたとはとても言えない状態である。しかしトンネル屋にとってはぜひ必要なのである。取りあえずわかっている分だけでも紹介する。

§ 32-2 時間にともなう問題点

トンネル工事に際しては、時間の影響を考えなければならぬことは次のようになりたくさんある。

1) 時間を考えない計算なら、トンネルは発破をかけて掘ったらすぐ崩れるか、永久にそのまま支保工なしでも保つかの二つしかない。実際は時間の関係がいろいろある。

トンネル工事では、切羽付近は崩れてくるのはやむをえないのであるが、崩れるまでの時間と支保工を設置するまでの時間のどちらが早いかが工事の成否の分かれ目である。この時間は、工事の安全上も、能率上にも非常に影響する。縫地、後普請、全断面工法か、分割掘削か、ベンチ掘削のとき、インバート閉合までの時間をどのくらいにとるかなどは主に支保工を設置し終わるまでの短時間、地山が自立するかどうかによってきまる。

むかしの地山分類は、無普請、後普請、当て矢板、縫い地矢板などと時間に関係していた。施工の上手・下手

* 飛鳥建設(株)技術本部技術企画部担当部長

1992年(平成4年)7月

は、この時間をうまく制御できるかどうかにかかっているようである。

2) NATMでは、計測を重んじ、とくに図-10・4, 11・1に示したFenner-Pacher曲線をその基本としている。この図で上半分——つまり内空変位量と必要な支保工の力との関係はFennerの計算式以来多くの研究があるが、変位量と時間の関係を示す下半分についての力学的な研究はいままで全然見られない。しかし、毎日の変位量の増減に一喜一憂している現場技術者にとってもっとも早く説明して貰いたいところである。

3) 切羽での掘削のときは、安定している地山でも、時間の経過とともに荷重が増えてきて、支保工を變形させトンネルを押し潰して、縫い返しを要したり、はなはだしい場合には、使用開始した後までも巻き立てコンクリートにひび割れを生じさせたり、インバートコンクリートを持上げたりすることがある。

一方、掘削するときは大いに難儀しても、いったん支保工を設置した後では何の問題も生じない場合もある。このように地山の性質も強度だけであらわせるほど単純な物ではなく、強度の時間的な変化も考えねばならぬ場合が多い。

4) トンネルの崩壊が瞬間的に起こり、作業員が災害を被ったり、逃げるのがやっとで、工事用の機械類を埋没させられることもあれば、何か月もかかってゆっくりと變形が進み、作業員が避難したり、支保工の補強をしたりすることもある。變形量や破壊の有無より破壊までの時間の長短が災害の有無に影響する。

Rabcewicz¹⁹⁾はNATMで施工した場合のせん断變形はゆっくりと起こるので作業員に危険でないとして、この工法の利点のひとつに挙げている。しかし、必ずしもそうではない事例も見られる。これはNATMの精神をよく理解しない間違った施工のためか、本質的な問題なのか研究を要する。

破壊の速度の問題は工事中に限らない。工事完成後20数年たってから急に壊れた例もあれば、ひび割れの進行を見ながら汽車や自動車を通して例もある。

5) 掘削してから支保工を設置するまでの時間の長短により地山のゆるみ具合が変わり、作用する地圧も変わることは経験的には知られているが、その根拠、計算式などはまだ明らかではない。TBMで掘削した場合、掘削速度が速いので地圧の発生が少ないとの報告¹²⁹⁾もある。発破振動など他の影響もあるが、時間の影響がもっとも大きいようである。

6) 断面が大きいトンネルでは、断面を分割して掘削し、途中で支保工も入れるが、どのように分割し、どのくらいの時間間隔で支保工を建て込んだり、次の掘削を

したりするかにより地圧の発生具合が変わる。このことについて経験的にはある程度までわかっているが、力学的説明はなされていない。よりよい施工法を探るためには力学的な説明がほしい。

7) 崩壊は切羽付近で起こりやすいとは限らず、切羽からかなり離れたところで起こる種類の崩壊もある。例えば、渡辺淳一「白夜」には炭鉱夫の経験談として次のような記述がある。

「今度のような落盤は何でもない。ばらばらと落ちたとき奥の炭層の避難所さ逃げればいいのに、勝利(かつとし)のやつ坑口の方へ走り出したんだもん」

「坑口へ逃げたら駄目なの？」
「崩落ってのは、坑口の方に向かって落ちてくるんだ。だから奥さ駆け込めばいいのに、逆へ走ったんだから当たりに行ったようなもんだ。まだ、炭山にきたばかりだから勘違いしちゃって」

誰でも落盤が起きたら坑口へ向かって逃げる。奥へ逃げて、そのまま出口を閉ざされてしまったら大変だと思うのが常識ではないか。だが、今度のように部分的にきた崩落は、閉ざされる心配はないのだという。たとえ閉ざされても隙間があるし、やがて救出隊がきて助け出してくれる。慌てて坑口へ走るとかえって危険である。

「でも、なかなかそうはできないでしょう」
「できないたって、毎日穴さ入って働いてんだもの、そのくらい覚えてなきゃ困るわ。このごろの若いのは、年寄りのいうことをちゃんと聞かんからこんな目さあうんだ」男はそういうと大きな手で合掌した

筆者は炭鉱で医者をやった経験のある人で、単に小説家の作りごととして済ませられない、命がけで経験した真実が含まれているようである。このようにだんだん応力集中が進んで荷重が増え、何らかのきっかけでついに崩壊するような時は支保をしてから時間が経ったところほど危険、坑口の近くほど危険と考えてよいようである。これに類する経験則は他にもありそうであり、それぞれに貴重な体験を含んでいるからもっと研究する必要がある。

破壊は時間的、空間的な経過をとる一種の確率過程であるので、それなりの法則性があり、その現象の原因などがわかれば予測ないし予防ができる。しかし、その原因、予測法はまだよくわからない。

8) 地山内のエネルギーが開放される速度や破壊に要するエネルギーは、熱伝導度や熱容量みたいなもので材料に固有のものと考えられる。これがわかれば、破壊時期や變形速度の予測などもできるように考えられる。

9) 破壊や崩壊は、振動的に伝わる要素もある(応力分布図を描くと鋸の刃状になる¹³⁰⁾。または、時間と地山

荷重の増加のグラフを描くと、こまかい増減の波を伴い、増加して行く¹³⁰⁾ようであるが¹³⁰⁾、これについてもまだよくわからない。軟鋼の引張り試験で上降伏点と下降伏点があるが、このようなことが関係しているようである。

これらは、いずれにしても時間に関する問題である。従来の構造力学は、一般に静的な問題を取り扱っている。つまり、時間のことはほとんど考えていない。もち論、動力学はあるが、これは慣性力のはいる力学で、天体の運動や弾丸などの飛び方、地震の影響などのかなり速い運動を扱う。トンネルのように壁面が何か月もかかって押し出してくるような動きは扱っていない。

ところで、トンネル工事に静力学を厳密に適用できれば、例えば1秒でも支保工なしのままですり出しや支保工の建て込み作業を行うことは真に危険である。もし、これが危険でないのなら永久に支保工などは要らないことになり、随分無駄なことをしていることになる。しかし、多くの経験は10分間くらいなら無支保工で十分安全でも、3時間も無支保では危ないなどの時間の要素が大切なことを示している。したがって、トンネル力学を確立するためには静力学だけでは駄目で、時間の影響を取り入れた静力学と動力学の中間の「時間依存力学」とでもいうようなものを開発する必要があると考えられる。

§ 32-3 従来の研究

1) Laufferは、地山分類とトンネルの寸法や自立時間の関係を研究し、わかりやすい図にして示したが(図-31・4)、この図をよく見ると、彼はトンネルの安定性は軟岩では能動スパン×自立時間の0.5乗に、硬岩では能動スパン×自立時間に反比例すると考えていることがわかる(例えば、同図で岩Fと岩Gの境界線に注目すると、スパンが3倍になることと、自立時間が10倍になることとが同じ影響度になっている。岩Aと岩Bの境界線ではスパン10倍と時間10倍が同じ効果になっている)。Bieniawskiもこれとよく似た図表を提案しているが、傾向は逆になっている。もっとも、これらの図はトンネルの大きさの影響はない、あるいは岩質により違はずだと考えるところは数値化されない。

2) Terzaghiの研究

Terzaghi¹⁰⁾は、地山にはブリッジ作用時間があり、それを過ぎると崩壊するので、その前に支保工の建て込みをすることを基本としている。また、この時間はトンネルの大きさや1回の掘削延長などにより変わるとしている。荷重は支保工を設置した後だんだん増えるとして、地山分類別に表-32・1のような数値を示している。

地圧の増え方は施工の丁寧さ、当時の施工法では鋼支保工の裏にきちんと楔をするか、矢板の裏に砂利を注入

表-32・1 岩種別の地圧

岩 分 類	初期の地圧	終局地圧
適度の塊状の岩	$H_i=0$	$H_u=0.25B$ $\sim 0.35(B+H)$
きわめて塊状で 破碎された岩	$H_i=0$ $\sim 0.60(B+H)$	$H_u=0.35(B+H)$ $\sim 1.10(B+H)$
密 な 砂 (地下水位上)	$H_i=0.27(B+H)$ $\sim 0.60(B+H)$	$H_u=0.31(B+H)$ $\sim 0.69(B+H)$
密 な 砂 (地下水位下)	$H_i=0.54(B+H)$ $\sim 1.20(B+H)$	$H_u=0.62(B+H)$ $\sim 1.38(B+H)$
緩 い 砂 (地下水位上)	$H_i=0.47(B+H)$ $\sim 0.60(B+H)$	$H_u=0.54(B+H)$ $\sim 0.69(B+H)$
緩 い 砂 (地下水位下)	$H_i=0.94$ $\sim 1.20(B+H)$	$H_u=1.08(B+H)$ $\sim 1.38(B+H)$
普通に塊状の岩	$H_i=0$	$H_u=0.35(B+H)$
きわめて塊状で 粉碎された岩	$H_i=0.60(B+H)$	$H_u=1.10(B+H)$
膨 張 岩 (一例)	$H_i=0$	$H_u=200t/m^2$
粘 土 (一例)	$H_i=0$	$H_u=250t/m^2$

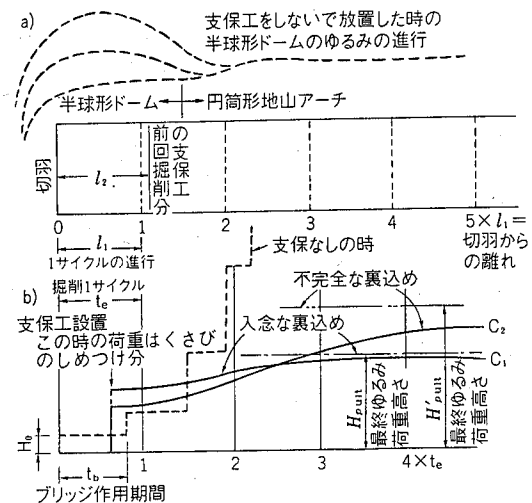


図-32・1 時間とゆるみ高さ、荷重の関係

することなどにより変わるとしている(図-32・1参照)。そのため数値には幅をもたせてある。

3) Fenner-Pacher曲線

Pacherは、トンネルの周りのそ性域が広がると支保工に働く荷重が減ること(Fennerの計算式)と、変位が増え過ぎるとゆるんだ分の地山の重さで荷重が再び増えること、変位の増えかたは時間の関数になることを一枚の図に表した(図-10・4, 11・1)。今日、Fenner-Pacher曲線と呼ばれられている。この図の上半分が特性曲線図であるが、下半分、つまり第4象限は時間と内空変位の関係をあらわしている。ただし、この曲線について

の計算法などは示されていない。あくまで工事実績から求めたものである。ところで、ここで内空変位という言葉を使ったが、この言葉の原文Konvergenzは収斂という意味で、トンネルの挙動が安定したか否かを計測によって（別に内空変位だけでなくともよかったが、その当時の計測技術ではこれしか測れなかった）地山の動きが永久的な安定に向かって収斂しているか否かを判断しようとしたのである。つまり、時間的な関係を見ようとしている。したがって、これは地山の特性曲線の単なる付録ではなく重要な部分なのである。

4) Pacherの変形速度のグラフ

Pacherはトンネルでの実測データを整理して、変形量と時間のグラフを求め（上記の第4象限の部分）、その勾配より地圧を予測している。J.Franklinは、変位速度と現場での注意レベルを関連づける表を発表している。しかし、これらは土かぶりなどにより基準が変わるはずで適用はかなりむずかしい。

5) そ性領域の拡大

L. von Rabcewicz⁽¹⁸⁾⁽²⁰⁾⁽²¹⁾は、Tarbelaダムの転流トンネル工事などで地中変位計の計測結果から時間によって地中の動きの様子が変わってくることを、まず短い地中変位計SE (short extensometer) が動き、しだいに長い変位計LE (long extensometer) の動きへと変わって行くこと、これは、そ性域が広がるためであることを報告している（図-32・2参照）。しかし、なぜそ性域が広がるかについては何も説明していない。ここに示された地中の応力分布図より見ると、そ性変形した地山は時間とともに内部摩擦角が減少すると考えたようである。

Ladayni⁽²²⁾は、岩石の長期と短期の強度、ヤング率などの差によって何本かの地山応答曲線が描かれるはずだとしているが（図-25・3）、この考え方を、それ以上追及してはいない。

北原⁽³⁰⁾も鍋立山トンネルの実測からRabcewiczと同じような図を示している（図-32・3）。ただし、この方は弾性域も含めた地山の強度低下を考えているようである。

Labasseによれば、そ性域Rの増大の速度は1日0.5～5mに達する（Talobre⁽²⁴⁾, p218）という。これは実測値からの結論と思われるが、エネルギーの移動速度に関係するようである。

6) 切羽の進行にともなう変位の増加

トンネルは完全な平面ひずみ状態ではなく、特に切羽の近くでは3次元的な応力が支配する。弾性解で切羽からの距離とトンネル壁面の変位の関係を求めるには軸対称のFEMで計算する方法がある。Gestaは、図-32・4のように切羽からの離れとトンネル壁面の変位の関係求めて、この比率λを利用してλP₀だけ当初の地山応力が

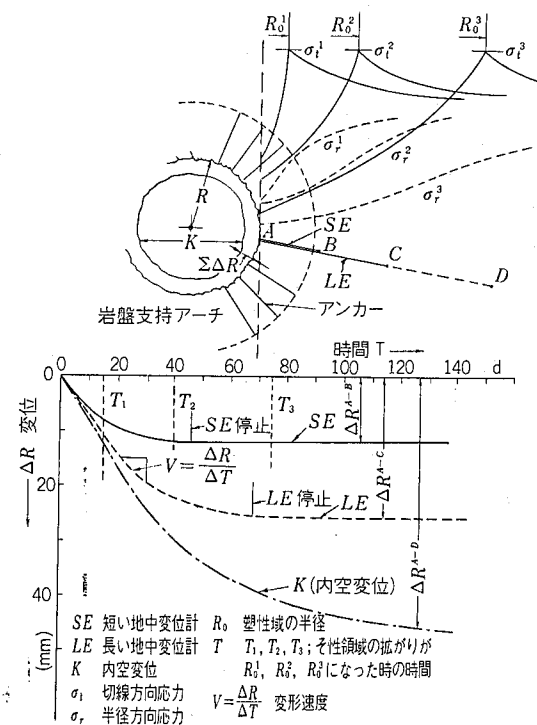


図-32・2 空洞まわりの岩盤の変形の進行概念図

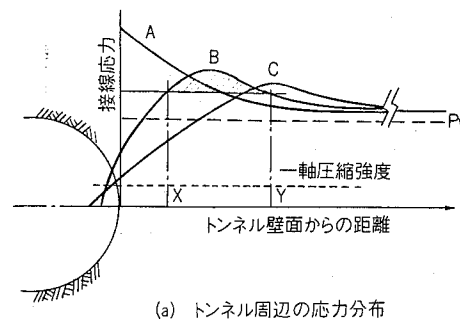


図-32・3 グランドアーチ生成経過

解放されるとして、その後の計算はすべて平面ひずみを仮定してFEM計算をしようとしている。

また、Lombaldi (Jaeger, p255) は、そ性変形も考えて似たような結果を示している⁽³¹⁾。これに類する研究、FEM計算は他にも多く、実際の計算も多くはこのような方針で行われている。しかし、これは本質的には時間の影響は入っていない議論である。

7) 初期変位速度からの最終変位量の推定

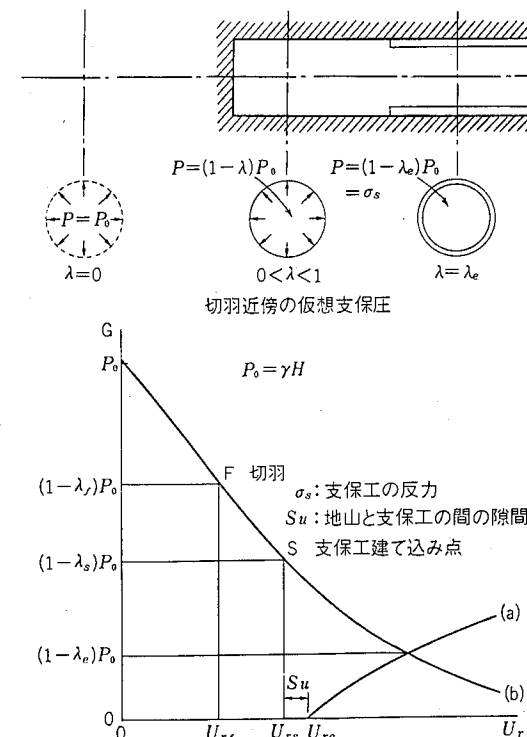


図-32・4 支保工(a)および地山(b)の特性曲線

沢山の実測データを統計処理して、トンネルの変形の特徴をつかみ、また、初期変位から最終変位量を予測する助けにしようとする研究も行われている。これができると、早い時期に最終変位量が許容値を越える限度を判断し、補強手段をとるべきか否かを決められるので都合である。地質、かぶりなどに対して似たようなデータがあればかなり有効である。多くの人から次のような近似式が提案されている。

$$\text{指数関数} \quad \delta = a(1 - e^{-bt}) \quad \delta_f = a \quad (32\cdot1)$$

$$\text{ワイブル関数} \quad \delta = a(1 - e^{-bt^n}) \quad \delta_f = a \quad (32\cdot2)$$

$$\text{双曲線関数} \quad \delta = t/(a + bt) \quad \delta_f = 1/b \quad (32\cdot3)$$

$$\text{対数関数} \quad \delta = u_0 \ln(1 + t) \quad \delta_f = \infty \quad (32\cdot4)$$

ここに δ : 時刻 t のときの変位, δ_f : 最終変位, t : 掘削からの時間, または切羽からの離れ。

指数関数と切羽からの離れを採用し、切羽からの離れが $x, 2x$ のときの変位を測定して C_1, C_2 とすると、 δ_∞ は次のように求められる（2倍時変位法）。

$$C = \frac{C_1^2}{2C_1 - C_2} \quad (32\cdot5)$$

また、初期の変位速度から最終変位量を求めようとする研究⁽³²⁾もある（図-32・5）。

8) 破壊例の研究

トンネルが完成したときはきれいな巻き立てコンクリートであっても、長年の間にはひび割れたり、水が漏っ

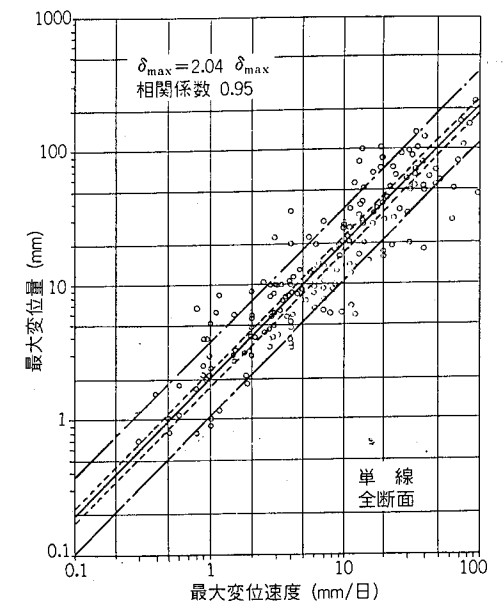


図-32・5 最大変位量-最大変位速度関係図

てきたり、つららが下がったりする例は多い。鉄道にはとくに古いトンネルが多く、保守についての報告なども多い⁽³³⁾。地圧が変状の原因の場合として次のようなものを挙げている⁽³⁴⁾。

①そ性圧、②偏圧・斜面崩行、③地すべり、④地山の緩みによる鉛直圧、⑤水圧、⑥凍上圧、⑦地盤沈下によるトンネル沈下、⑧地耐力不足にともなう沈下、⑨地震、⑩坑門。

地圧だけが原因ではないが、相当のトンネルが地圧で苦しめられているようである。

これらの変状の多くは進行具合が観察できるので、それなりの対策が取れる。しかし、前兆のない場合もあり、小山野トンネル⁽³⁵⁾は代表的な例である（図-32・6）。

このトンネルは、1967年に完成した複線道路トンネルである。工事完成後23年経った1990年2月4日、突然坑口より38mのところ5.5×6.6m、V=200m³の土砂が崩壊した。

事故の原因としては、“①岩盤・地質が悪く、トンネル天井部分の空隙が拡大しやすい傾向にあり、漏水などにより緩み・空隙が広がり、かつ、土圧・偏圧が大きくなって崩落にいたった。②崩落の前段階では、トンネル延長方向の長いクラック（縦クラック）コンクリート覆工の変形・劣化などが生じ、それらが複合して崩落にいたったとされた”と報告されている。工事中に非常に土圧で苦しんだというような報告がないのも不思議であるが、いずれにしろトンネルはまだ生きているということをもまざと見せつけた事故であった。人身事故がなかつ

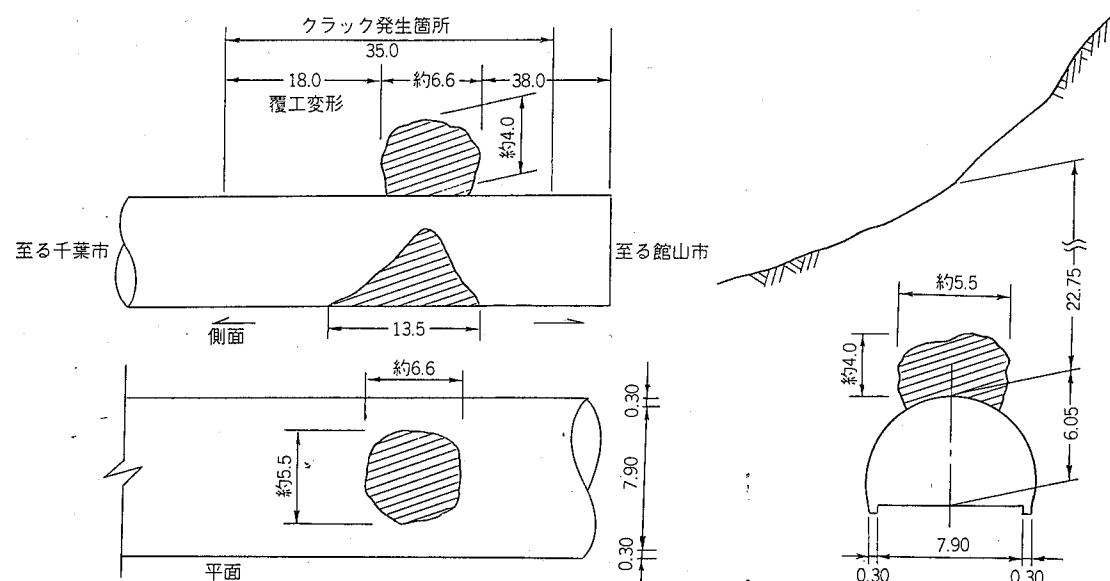


図-32-6 小山野トンネル崩落事故図

たのが幸いであったが、何らの前兆も発見されていなかったのも、今後を考えねばならぬ問題を残した。

他にも、トンネルの保守に関するいくつかの報告があるが、材料の劣化とともに、土圧の増加によるもののがかなりの比率である。

トンネルは完成した後、変形が完全に停止したのではなく、計測ではあらわれないくらいの変形は長く続いており、普通はすべての変形が比例した量で起これば、応力分布は変わらないので特に変状とは意識されない。変形量が部分的に変われば、その結果は応力の再配分が行われるときもある。それが高じれば、あるところに力が集中し、覆工がひび割れたり、突然破壊、崩落したりすることになる。

ひび割れが発生したので、H支保工で内側に補強したところかえってひび割れが増えた例もある¹³⁶⁾。これは巻き立ての剛性が大きくなり、それまではほぼ地山も巻き立ても同じ速度で変形していたのが巻き立てだけが変形し難くなったので、荷重がそこに集中することになったためと考えられる。

「セトル補強後、土圧が引き続いて作用すると、セトルが十分働いて剛性支持状態となる。そこで、覆工の変形を阻止された土圧は急激に増加し、ついには覆工コンクリートの耐力を越える。その結果、覆工はこれを支持するセトルの間で覆工としての機能を失うようになる。したがって、セトル、あるいは内巻き補強など内部から剛性支持を行った場合、覆工に新しいひび割れが発生し、あるいは既往のひび割れが進行するときは(その原因は)土圧が急激に増加し、覆工の破壊が始まっ

ているのである」と報告されている。

◎Terzaghiは古いなどという人もいるが、ちゃんと見るべきところはしっかり押さえている。膨張の原因を吸水だけにしているのはちょっと困るが、地質により荷重の増え方が違うところなどはしっかり見ている。さすがであると感心させられる。

§32-4 材料の強度、変形と時間の関係

(1) 岩石やコンクリートのクリープ

コンクリートや岩石では長い時間かかって変形が進むことが知られている。このように、荷重や応力がおなじでも時間の経過とともにひずみが増えることをクリープと呼んでいる。

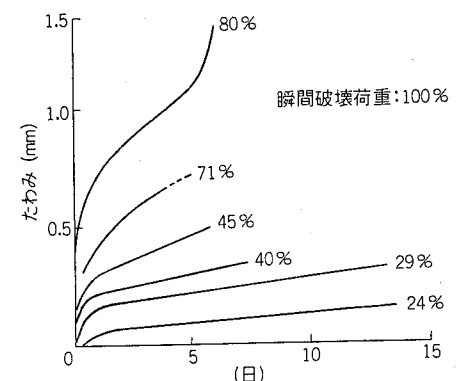
本来は這い歩くというような意味で、動いているようにも見えないが、長い時間が経過してみるとかなり動いているような現象に使うのであろう。

一般に、荷重を加えるとほとんど瞬間的にひずむ。これを瞬間ひずみと呼ぶ。普通、これは弾性ひずみである。その後のひずみの進み方にはいくつかの特徴があり、1次、2次、3次のクリープとしてわけて論じられている。

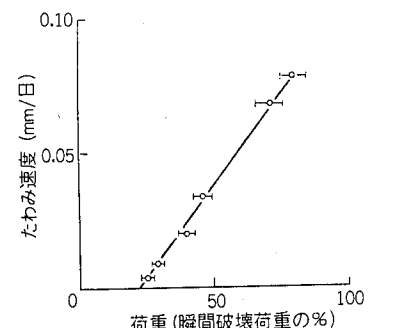
1次クリープ、または遷移クリープは、ひずみ速度がだんだん小さくなり、次の2次クリープに移る部分で、欠陥、部分的にあるひび割れなどが閉じるまでの初期ひずみあるいは遅れ弾性と考えられる。

2次クリープ、または定常クリープは、ほぼ一定速度のクリープで、変形速度は荷重にほぼ比例して変わる。

3次クリープは、だんだん加速して破壊にいたるので、加速クリープともいう。クリープ荷重以下では3次クリープは起こらない。



(a) 荷重の大きさによるたわみ-時間曲線の変化



(b) 2次クリープのたわみ速度と荷重の関係

図-32-7 岩石の曲げクリープ

クリープをあらわす式としては次のようなものがある。ただし、これに合わない例もあるようである。

$$\varepsilon = \sigma_0 \left[\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \{1 - \exp(-\frac{\gamma_2}{\eta_2} t)\} + (1 - \frac{s}{\sigma_0}) \frac{t}{\eta_2} \right] \quad (32-6)$$

ここに、右辺の第1項は弾性変形、第2項は1次クリープ、第3項は2次クリープである。3次クリープは急激であり、この式であらわしがたい。

ここに、 γ_1 , γ_2 , η_2 : 定数, σ_0 : 持続荷重, s : 瞬間破壊荷重。

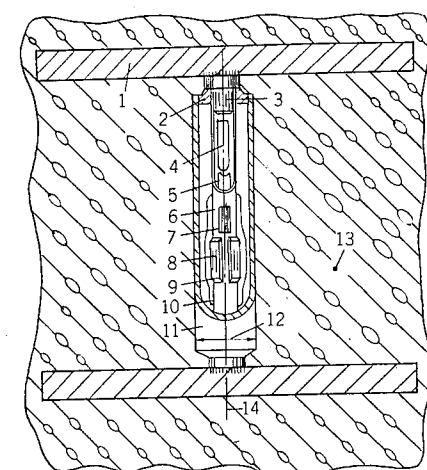
クリープはヤング率の低下として計算の中に取り入れる。以上は圧縮応力の場合で、引張り応力のときは脆性材では弾性状態からそのまま破壊にいたるようである。

ただし、弾性変形の数倍位までならばクリープで説明がつくが、トンネルがなくなるほどの強大な膨張はこれだけではなんとも説明がつかない。これは弾塑性境界がだんだん広がっていく作用が大きい。これについては後で説明する。

プレストレストコンクリートの設計などで使う一般のコンクリートのクリープは、次式で表されていることが多い。

$$\varepsilon_c = \varepsilon_e \cdot p(1 - e^{-q}) \quad (32-7)$$

ここに ε_c : クリープひずみ, ε_e : 弾性ひずみ, p, q :



1. 定着部(丸鋼)
2. シリコンゴム
3. ボルト
4. 側面(表材の高圧縮強度)
5. プラスチックさや
6. 支持材
7. ひずみゲージ
8. ひずみゲージ(補償用)
9. 板
10. 被覆
11. プラスチックのパイプ
12. 交差部
13. 吹付けコンクリート

図-32-8 吹付けコンクリート用のひずみ計

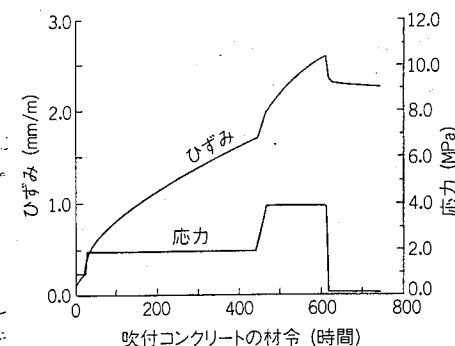


図-32-9 4Mpaまで階段状に荷重を増したときの吹付けコンクリートのクリープ試験結果

定数, t : 時間

したがって、全体ひずみは、

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_c = \varepsilon_e \{1 + p(1 - e^{-q})\} \quad (32-8)$$

換算ヤング率は、

$$E_c = E / \{1 + p(1 - e^{-q})\} \quad (32-9)$$

コンクリートのクリープ量は、載荷をはじめるときの材令でかなり違う。吹付けコンクリートのクリープは、この影響でさらに複雑なので後で詳しく説明する。地山も支保工も同じ速度でクリープするのなら荷重は少しも増えない。むしろ、吹付けコンクリートの方がクリープが大きいため、荷重は減るはずである。クリープの時間差攻撃みたいなものがある。地山内の応力分布が変わる。それにともない荷重が増える場合と減る場合がある。

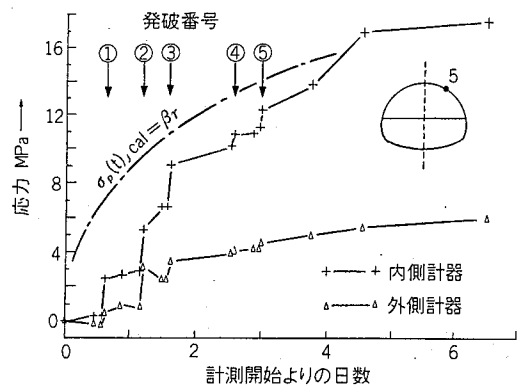


図-32-10 実測による応力の計算

ようである。また、いったんゆるんだ地山が再び圧密される場合はクリープ速度は相当大きい。この件についてはまた項を改めて議論したい。

(2) 吹付けコンクリートのクリープ

吹付けコンクリートというならば生まれたてのときからすぐ荷重がかかる。したがって、普通のコンクリートと同じに考えて計算するとだいぶ誤差がでるはずである。時間ごとにヤング率や強度が変わり、また、クリープ率も大きいと考えた解析を紹介しよう⁽⁴⁹⁾⁽¹³⁷⁾。これは三つの作業から成り立っている。

①現場の吹付けコンクリートのひずみを吹付け直後から測定する。②実験室内で吹付けコンクリートの試験体をつくり、現場で予想されるようないろいろな材令、荷重の組み合わせで載荷し、ひずみなどを計測する。これから時間-ひずみ関係図をつくる。③短い時間刻みで、その時点ごとのヤング率、クリープ率などを使って計算する。計算法には重ね合わせ法、流れ速度法他がある⁽³⁵⁾。もう少し具体的に説明すると、現場の吹付けコンクリートの中に(表近くと裏近くに)図-32-8に示すような計器を設置し、吹付け完了直後から計測する。

15/15の型枠の中に吹付けコンクリートを吹き込んで、供試体を作る。両端をカッターで切り落として15/15/30にし、10~20hr材令でいろいろの載荷パターンで載荷を始める。測定結果の一例を図-32-9に示すが、全ひずみが 2.6×10^{-3} 、除荷により回復した弾性ひずみ分が 0.3×10^{-3} 、すなわち、ひずみの大部分 2.3×10^{-3} が除荷しても回復しないひずみ、残留ひずみないしクリープひずみになっている。ヤング率を計算してみると、 $E=133,000 \text{ kg/cm}^2$ であるが、クリープを考えずに計算すれば、 $E'=15,400 \text{ kg/cm}^2$ と一桁小さい値をとる必要がある。

計算は流れ速度法で行っている。それは、

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + (\sigma_2 - \sigma_1)/E(t) + \sigma_2 \Delta C(t) + \Delta \varepsilon_d + \Delta \varepsilon_{sh} \quad (32-10)$$

ε_1, σ_1 : 時刻 t_1 におけるひずみと応力

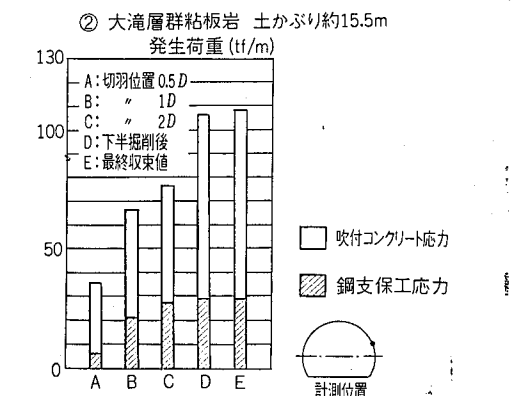
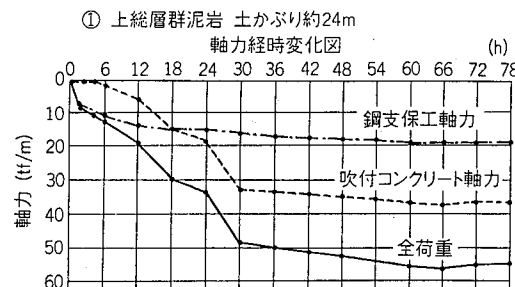


図-32-11 鋼アーチ支保工と吹付けコンクリートの荷重分担

ε_2, σ_2 : 時刻 t_2 におけるひずみと応力
 $E(t)$: 時刻 t_1 におけるヤング率
 $\Delta C(t)$: 時刻 t_1 と時刻 t_2 の間での流れ率 (specific flow: 一種のクリープ率) の変化

$\Delta \varepsilon_d$: 時刻 t_1 と時刻 t_2 の間の遅れ弾性ひずみの変化

$\Delta \varepsilon_{sh}$: 時刻 t_1 と時刻 t_2 の間の収縮の変化

$$\text{レオロジー係数 } C(t) = A \cdot t^{1/3} \cdot e^{A_0} \quad (32-11)$$

$$\text{ヤング率 } E(t) = E_{28} (4.2/t + 0.85)^{-0.5} \quad (32-12)$$

$$\text{収縮ひずみ } \varepsilon_{sh} = \varepsilon_{sh\infty} \cdot t/(B+t) \quad (32-13)$$

ここに、 E_{28} : 材令28日のヤング率

$\varepsilon_{sh\infty}$: 収縮ひずみの最終値

A, B: 定数

実測より応力を計算した結果を図-32-10に示す。4日目には強度いっぱいの荷重がかかっているが、後ではずいぶん余裕があることがわかる。

H支保工と吹付けを両方用いた場合、H支保工の荷重分担率がヤング率の比から予想する以上に高くなるが(計測例を図-32-11に示す)、これは吹付けコンクリートは初期にはヤング率が低いので、そのころ開放される荷重はほとんどH支保工に負担されるためと考えられる。これをさらに解析すれば、地山の応力解放速度が推定できるはずであるが、実施例はないようである。

この計算法はいったんゆるんだ地山が再び圧密されて体積減少するときのように、途中でヤング率が変わるときに計算に利用できそうである。



連載講座

わかりやすいトンネルの力学(13)

福島 啓一

(3) レオロジー

時間とともに変形が進む場合の学問はレオロジーと呼ばれる。レオは流れるというような意味で、固体でも長い時間がたつと粘性の高い液体のように流れる現象を取り扱う。

解析にはフォークトモデル、ケルビンモデルなどのこれらを初めに提唱した人の名前をつけたモデルを使って説明されることも多い。これらは図-32-12に示すように、弾性変形をあらわすバネと時間的な変形の遅れ、粘性抵抗をあらわすダッシュポット、静止摩擦抵抗をあらわすスライダなどを組み合わせたもので、このとき荷重と変形の関係の式を導くことは比較的容易である。

Maxwellモデル バネとダッシュポット(油圧ダンパー)を直列に結んだものであらわされる。直列である

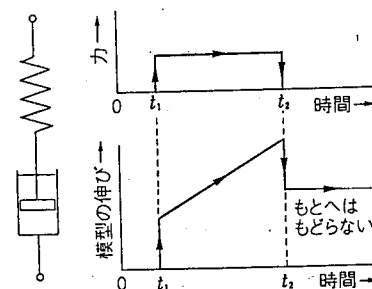


図-32-12 マックスウェル模型

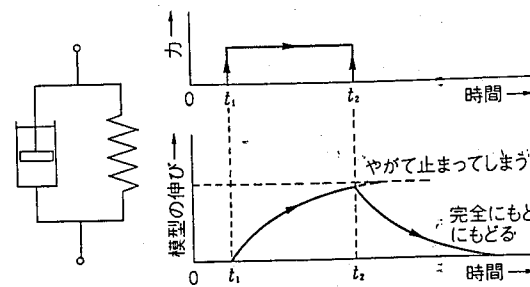


図-32-13 ケルビン模型

*飛島建設(株)技術本部技術企画部担当部長

1992年(平成4年)8月

から荷重はバネもダッシュポットも同じで、変形は両者の和になる。ゆえに、

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 \quad (32-14)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

ダッシュポットの応力とひずみの関係は次式であらわされる。

$$\sigma_2 = k \frac{d\varepsilon_2}{dt} \quad (32-15)$$

バネの変形は瞬時におけると考えてよいので、

$$\sigma_1 = E \varepsilon_1 \quad (32-16)$$

応力一定の場合のひずみと時間の関係は、

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{k} (t_1 - t_2) \quad (32-17)$$

Foigt (or Kelvin) モデル バネとダッシュポットを並列につないだモデルで、荷重は両者の和、ひずみは両者が同じという関係がある。

$$\sigma = E \sigma + k \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (32-18)$$

応力一定の場合のひずみと変位と時間の関係は次のようになる。

$$\varepsilon = \varepsilon_f (1 - e^{-Bt}) \quad (32-19)$$

$$u = u_f (1 - e^{-Bt}) \quad (32-20)$$

ひずみの進行の計算例も図中に示してある。

これらのモデルだけでは現実の挙動とよく合わないの、そのほかにバネとスライダを組み合わせたものや、これらを直列、並列いろいろに組み合わせたものが提案されている。ただし、これらはあくまでこのようなモデルを想定して、このような式をつくり、それで計算すると現実の挙動と近い結果が得られるというだけのこと、このモデルが現実の挙動をよくあらわしているわけではない。もっと現実性があるモデルは結晶格子の間を原子が移動する場合のエネルギーの壁を超える確率から計算するものであり、これは現在の物理学の知識に照らして、単なる当てはめモデルでなく現実に即したものと考えられる。

◎テルツァギーが問題にしたような軟弱地盤の排水圧密は、フォークトモデルなどで考えられる。サンドドレーンなどの排水処理をすると圧密が早く進むのはグッシュポットの隙間が大きくなることと相似である。

(4) 荷重速度の差による強度などの差

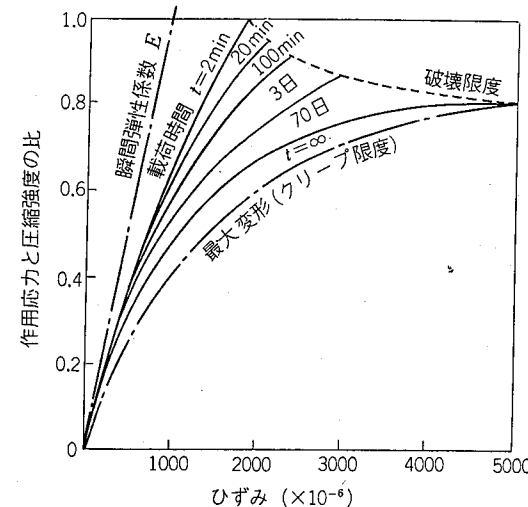


図-32-14 コンクリートの応力-ひずみ曲線に及ぼす荷重速度の影響 (Rusch)

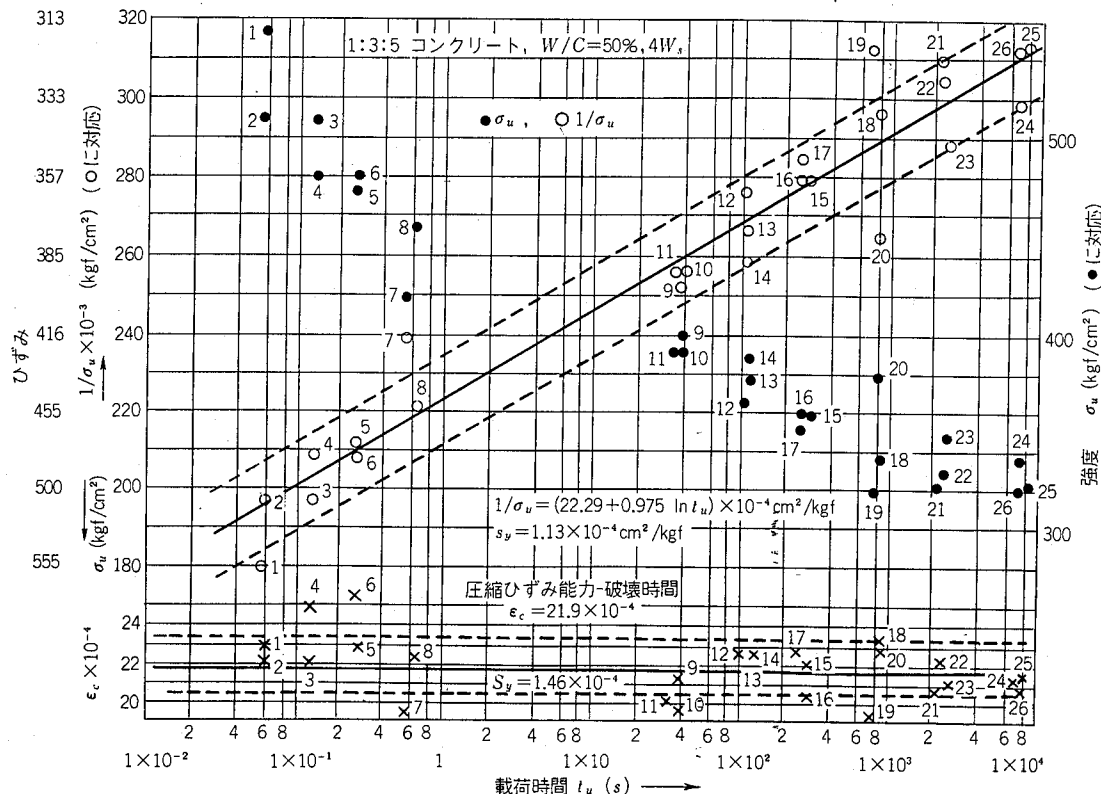


図-32-15 圧縮強度と破壊時間の関係 (畑野)

荷重速度を小さくする、または荷重の持続時間を長くすると強度が小さくあらわれることはかなりむかしから知られていた。Talobre²⁰⁾は次のような例を示している。

片岩と石灰質の砂岩に対して、

瞬間的強度の平均値 155hpa

48時間荷重の平均値 86hpa

このように材料の荷重試験を行うとき、荷重をかける速度を速くすると強度が増す、ゆっくり荷重すると弱くなることは古くから広く知られていたようである。L. Prantlは金属材料について実験を行い、変形速度と強度との関係を次式のように求めた¹³⁸⁾。

$$\sigma_d = \sigma_0 + A \cdot \ln(V_d/V_0) \quad (32-21)$$

また、H. Peutler, E. A. Davisはより精密な実験を行い、Plantlの式を修正して次式のようにする方がより正確とした¹³⁹⁾。

$$\sigma_d = \sigma_0 + A \cdot \ln(V_d/V_0) + B(\ln(V_d/V_0))^n \quad (32-22)$$

ここに、 σ_0 : 標準荷重試験における強度

σ_d : 任意の荷重速度の試験における強度

V_0 : 標準荷重試験におけるひずみ速度

V_d : 任意の荷重速度の試験におけるひずみ速度

A, B, n : 定数

堀部、小林¹³⁸⁾は岩石について荷重速度を変えた試験を

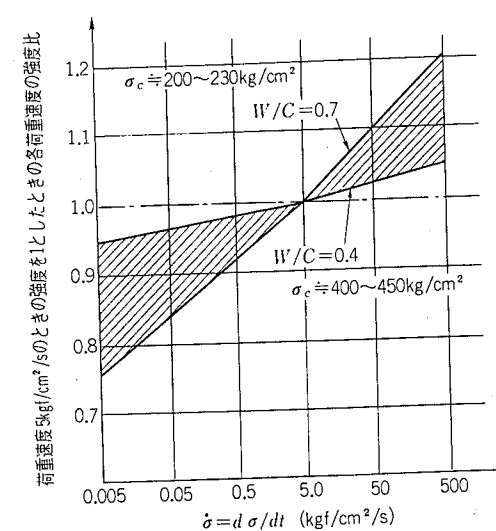


図-32-16 荷重速度が圧縮強度に及ぼす影響 (Wescheら)

行い、上式が岩石でも成り立つことを見出した。

H. Ruschは、コンクリートの荷重試験を行い、図-32-14のような結果を得た¹³⁹⁾。これを見ると、荷重速度が非常に遅くても強度はある値(クリープ強度)よりも小さくはならない。一方、上記の(32-21, 22)式では荷重速度を小さくすると $\ln(V_d/V_0)$ はマイナスになってしまう強度 σ_d もマイナスになる。したがって、(32-22)式は次のように修正する必要があると考えられる。

$$\sigma_d = \sigma_0 + A \cdot \ln[(V_d/V_0) + C] + B(\ln[(V_d/V_0) + C])^n \quad (32-23)$$

ここに、 A, B, C, n : 定数

この修正は堀部らの実験のように荷重速度が速いときにはほとんど影響しないので、従来の試験値とも矛盾しない。非常にゆっくりと荷重試験をしたデータがあると、もう少し正確にわかるはずであるが、いまのところ研究データを入手できなかった。

畑野¹⁴⁰⁾¹⁴¹⁾は、コンクリートについて荷重速度を変えた圧縮試験を行い、上記とほぼ等しい結果を得た(図-32-15)、これを次式のように表した方がより誤差が少ないと述べている。

$$1/\sigma_u = A + B \ln t_u \quad (32-24)$$

ここに、 A, B : 定数、 t_u : 荷重時間。

クリープ強度がゼロにならぬように上式を修正すると、

$$1/\sigma_u = A - B \ln(1/t_u + C) \quad (32-25)$$

畑野はまた、ヤング率 E と荷重時間 t_u との間にも次のようなよく似た関係が成り立つとしている。

$$1/E_u = C + D \ln t_u \quad (32-26)$$

畑野はまた、破壊時のひずみ量(縮み変形能力)は荷重速度によらずほぼ一定であるとした。堀部らの実験結

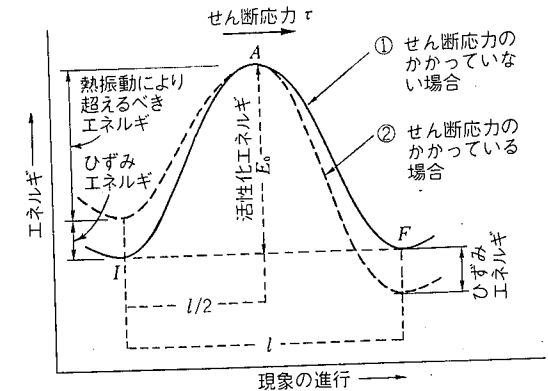


図-32-17 現象が進行するために越えるべきエネルギー障壁

果、Ruschの実験結果(図-32-14)を見ると、荷重速度が遅くなるとだんだん塑性変形に近くなり、破壊時の変形が増えている。つまり荷重速度が遅いほど縮み能力は大きくなっているが、この違いは荷重速度の範囲の違いによるものと考えられ、荷重速度が非常に遅い場合はH. Ruschの結果の方が正しいようである。

Wescheは、配合の異なるコンクリートについて荷重速度と強度との関係を調べ図-32-16のような結果を得た¹³⁷⁾。これより、低強度コンクリートの方が荷重速度の影響を受けやすいことがわかる。岩石においても硬岩よりも軟岩の方が荷重速度の影響を受けやすいものと推定され、膨張性地山の実態からも裏づけられる。Laufferの地山分類とトンネルの大きさと切羽の自立時間との相関関係を示す図表(図-31-4)から判断すると、弱い地山ほど時間の影響が小さいというWescheの実験結果とは逆の傾向を示している。Bieniawskiの図は、この実験結果と同じ傾向になっている。ただ岩石の場合、岩質そのものが軟らかいのか、割れ目の影響で岩盤としての強度特性が低くなっているのかによって、この傾向は多少違うようである。

時間の影響と岩質の関係については、ばらつきの大きい岩は早く壊れる。ばらつきの小さい岩はなかなか壊れないが、壊れ始めたら一気に壊れるという軟岩と硬岩の違い以外の要素もあるようである。

◎岩についての実験結果が少ないので、コンクリートの実験結果を流用した。実験もなかなかむずかしいようで、互いに多少矛盾するところもあるがやむを得ない。

◎物を壊すのだって無理押しして、急げば抵抗が大きい。壊れた後にも無理がたたって、強度の低下具合だって急いで壊したのと、ゆっくりと相手の納得まで得たかどうかはわからないにしても、多少納得しながら壊したのでは違うようである。ただし、こんなことを調べた人が少ないのでデータが何もない。

実際にトンネルで起こる現象は荷重一定ではなく、変形にともないますます応力集中が起こり、荷重が増え、ごく短時間に破壊にいたる場合もあれば、変形にともない応力の再配分が行われ、応力が減り、破壊にはいたらず長い時間をかけて目に見えない変形が進むと考えられる場合もある。その中間もある。

一方、載荷速度によって単に強度が変わるだけでなく、破壊の形態も変わることも注目される。例えば、Rüschの図を見ると、載荷速度が遅いほど応力-ひずみ曲線が途中から曲がってくる。図ではわからないが、壊れかたも変わる。地質年代ほどの長い時間をかけて変形させればどんな岩石でも鉛のように曲がることは、トンネル、道路やダム掘削面をよく眺めたことのある人なら何度目にも目しているであろう。

この影響もトンネルの破壊形態、ひいては地山の荷重に関係するはずである。

©Rabcewiczは地山が降伏した後、変形とともに強度が低下すると考えたようである。これは、ひずみの効果と時間の効果の複合作用であるが、このような現象に対する実験データがあまりないので入手できなかった。三軸状態での実験結果もない。

(5) 破壊現象は原子や分子のレベルで考えると図-32-17に示すエネルギーAの状態からより低いエネルギーCの状態へ移り、次にさらに低い状態へ……というくり返しとなりそうだが（レオロジーの考え方は、これに似ている。抵抗するのは油の流れが細い穴から出るところだけで起こるから）実はそう単純ではなくその途中でより高いエネルギーの山Bを越えなければならない。これは、破壊に限らず化学変化などの現象もすべて同じことである。このように安定な状態（エネルギー水準）はとびとびにあり、途中の状態では安定しないというのは量子論的な考え方である。そこで、Aの状態からBを飛びこしてCになるためにはAからCへ移るように作用している外力だけではなかなかむずかしく、温度が高くなると活発になる原子や分子の振動を利用しなければならぬ、振動の具合が現象の進行速度に関係することになる。

原子や分子の振動は温度が上がると強くなる。したがって、温度が上がれば油も流れやすくなるし、鉄や岩石の変形速度も増す。しかし、ここで複雑なのは原子の振動は温度で決まるある一定の振幅で振動するというような単純なものではなく、なんと量子論から決まるいくつかの振幅が、統計力学で計算される割合ずつ起こっていることである。したがって、原子や分子の振動数は1秒間に 10^{14} 回程度の非常に大きなものであるが、変形に抵抗している活性化エネルギー E_a の山を飛び越えるような振幅のものはなかなか起こらない。そのため破壊現象も化

学反応も進行に時間がかかることになる。

振動のエネルギーは絶対温度に比例する。なんだ簡単じゃないか？ といわないでいただきたい。量子論というものがある、ひとつの振動がとり得る振動のエネルギーはエネルギー量子というエネルギーの種みたいなものがある、これが1粒、2粒という具合にしかなり得ない。つまり、1.5粒にはならない。温度をだんだんとあためていくとき、温度の方は連続的に上がるのに、エネルギー量子は1, 2, 3……と階段状に増えるのでどうするかと言うと、いろいろな大きさの振動が混じって起こるので、不都合も起こらないようなのである。大きな振動と小さな振動がどんな具合の割合で起こるのかというのはBoltzmannが研究した次のような式で求められる。

$$P_j = \{1 - \exp(-E_a/kT)\} \exp(-E_j/kT) \quad (32-27)$$

ここに、 P_j : j番目のエネルギー水準の振動が起こる確率、 E_a : 平均エネルギー、 E_j : j番目のエネルギーの大きさ、 k : ボルツマン定数 $=1.38066 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ 、 T : 絶対温度(=摂氏温度+273.15)。

これより、物の破壊はもち論、化学変化や原子の拡散などの速度はエネルギー障壁 E_a を飛び越える確率 $\exp(-E_a/kT)$ に比例することがわかる。ときたまには大きな振動が現れる。これが破壊などの進行に関係していることがわかる。

このままだと右から左へ、左から右へとほぼ同じ数だけ飛び越すので何の変化も起こらないはずであるが、ここに応力が働くと左右で谷の高さに差がでて「三步進んで二歩下がる」と言う具合になる。ゆえに、

$$P_j = \{1 - \exp(-E_a/kT)\} \{\exp(-E_j/kT) - \exp(-E_j'/kT)\} \quad (32-28)$$

このことを最初に反応速度に関係して研究したのはアレニウス(1889)で、化学反応の速度 r は次式で求められるとした。反対側から飛び越してくるのは、一般には非常に少ないので無視できる。

$$r = A \exp(-E_a/kT) \quad (32-29)$$

ここに、 A : 定数、 E_a : 活性化エネルギー

ものが壊れるのも化学反応と同じで、この式に従う。

©一日に昼と夜があり、一年に盆と正月があるように、原子の動きだてのんびんだらりと力の釣り合いだけで動いているのではなく、熱エネルギーによる振動に合わせて飛び越すか、飛び越せないで見送るかを判断しながらやっている。その確率で巨視的にみたらいろいろな反応速度が決まっている。

この式を見ると、温度が高いほど、活性化エネルギーが低い(抵抗する壁が低い)ほど反応速度は速くなることがわかる。しかし、急にむずかしい話になった。やっぱり応力や力とかの関係にしてもらわないとエネルギー問題

はどうも弱いという人もいそうである。そこで、エネルギーから応力へ転換すると次のようになる。

まず、活性化エネルギー E_a は応力 σ によるだけでなく、関係する現象(ぜい性破壊か、延性破壊か、クリープ破壊か、くり返し疲労破壊かなど)、材質によっても違うようであり、本当のところまだよくわかっていない部分も多い。現在次に示すようないくつかの式が提案されている¹¹⁷⁾。

平田は、硝子についての実験より、

$$E_a = E_0 - a_0 \sigma \quad (32-30)$$

横堀は実験および核生成論模型より、

$$E_a = E_0 - b_0 \ln \sigma \quad (32-31)$$

N. W. Taylorは硝子の破壊実験より、

$$E_a = \alpha E_0 / \sigma \quad (32-32)$$

これらの値を(32-27)式に代入すると、反応速度 r は次のように求められる。

$$r = A_1 \exp(a_0 \sigma / kT) \quad r \propto e^{\sigma} \quad (32-33)$$

$$r = A_2 \sigma^{b_0/kT} \quad r \propto \sigma^{b_0} \quad (32-34)$$

$$r = -E \lambda k_0 \exp(-\alpha E_0 / \sigma kT) \quad r \propto e^{-1/\sigma} \quad (32-35)$$

反応速度 r の逆数が、破壊するまでの平均時間 t になる。

反応速度 r も破壊までの時間 t も非常にばらつくが、その分布はWeibull分布であらわされる。一定の載荷速度 $\dot{\sigma}$ で載荷試験をしたときの破壊までの時間 t は応力 $\sigma = \dot{\sigma} t$ となることから上式に代入して求められる。

Ritterは試験片の破壊するまでの寿命の分布、寿命関数 $G(t)$ を次のように求めている¹¹⁸⁾。

$$G(t) = 1 - \exp\{-(1/x_0)^a (\sigma_a \cdot t / C)^{a/(m-2)}\} \quad (32-36)$$

ここに、 a : 強度 σ の分布のワイブル係数、 m : モードIの応力拡大係数の中のべき数、Ritterはソーダガラスについて引張り試験と亀裂の伝播速度の測定から得たパラメータを上式に代入した結果は、一定応力下での同じ材料の遅れ破壊寿命の実験結果と一致した。この実験では $a \approx 8$, $m \approx 18$, ばらつき係数は $a/(m-2) \approx 0.5$ としている。

寿命関数 $G(t)$ は均等(ワイブル)係数 $\approx a/(m-2)$ のワイブル分布になるが、ワイブル係数が強度についての係数 a より小さくなるのでばらつきは強度の場合よりさらに大きくなる。硝子板の載荷試験をした場合の破壊までの時間の分布例をヒストグラムおよびワイブル図で示す(図-32-18, 19)。

このように破壊時間のばらつきは、強度のばらつきに比べてはるかに大きいこと、それが応力値により非常に左右されることは、実際の現場について考えると破壊時間の予測が非常にむずかしいことになる。

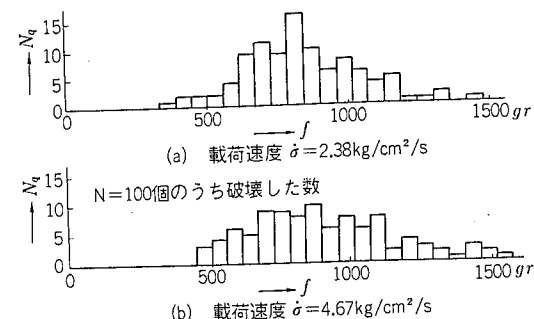


図-32-18 荷重速度 $\dot{\sigma}$ のときのガラスの破壊強度のばらつき (平田・寺尾1950)

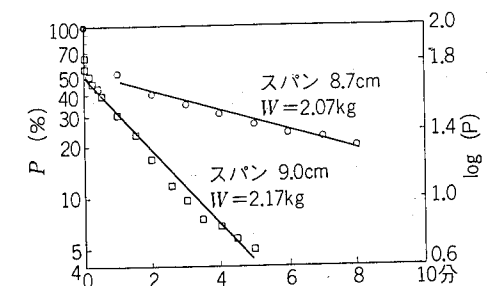


図-32-19 ガラス板の曲げ破壊までの時間 板寸法 100×10×2mm (久保田(1948)の実験結果より)

実際のトンネルではものが壊れ始めると変形が急速に進み、それにともない応力は下がるので、この挙動はさらに複雑である。

§ 32-5 速度過程、確率過程としてのトンネル

一瞬の内にコナゴナに碎けて、飛び散ったとはガラスなどの脆性材料の破壊を描写するのに常套的な文学的表現であるが、実際には瞬間ということはありえず、何らかの時間はかかるわけである。さらに荷重が破壊にぎりぎりしかないとガラスでもなかなか壊れず、かなりの時間、しかもバラバラの時間がかかる。

野球の名選手には一瞬球が止まって見えるようである。そこで、しっかりと球をにらんでハタと打てばちゃんとホームランが打てる。一瞬のうちに壊れるなどと言わずに、壊れる動きが止まって見えるようになり、そこに働いている力の動きや強度の変化などがよくわかれば1人前のトンネル屋になったといえそうであるが、いまのところなかなかむずかしい。

力を加えてから物が壊れるまでの過程は一つの物理的な現象であり、強度の弱いところや応力集中の激しいところから壊れて行き、応力の再配分が起こり、また、別の所が壊れるという確率過程とも考えられるし、原子や電子の振動などの複雑な現象に支配される時間過程とも考えられる。したがって、破壊現象は応力と時間の両方に左右される二重の確率過程だということができる。ト

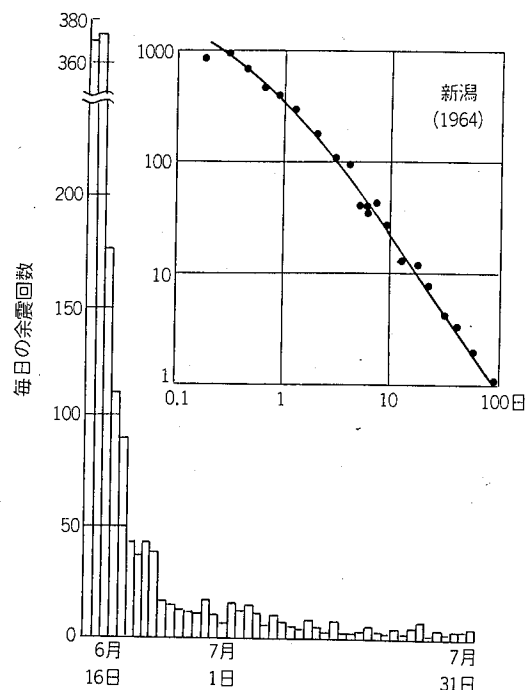


図-32-20 新潟地震の1日ごとの余震数。右上は同じデータを両対数グラフに示したもの(宇津³⁰⁾による)

トンネルの掘削に伴う現象を考えると、爆破により切羽面近くの地山は一時的に支えを失い、切線方向には高い応力が働く。数時間後には支保されるのが普通であるが、その間に崩れてきたり崩れないまでも微少な割れ目が徐々に発達し、ゆるんできて(体積膨張)強度を失い、壊れる寸前の状態になるものと考えられる。

このように、トンネルと時間の関係は深いものがあるが、いままであまり研究されていなかった。まだ、実用的に計算して施工計画に反映するところまでいっていない。したがって、いまのところ話に終わりそうであるが、こうした観点から切羽の現象を多くの人がながめていれば意外に早く研究が進むかも知れない。そこで、速度過程、あるいは確率過程論に基づく考察を紹介する。

(1) 速度過程論

破壊現象は、例えば①→②→③のような過程をたどる現象と考えられる(マルコフ過程ともいわれ、また、この図示法はシャノン線図と呼ぶ)。ここに、①は健全な地山、②はゆるんだ地山、③は破壊してしまった地山をあらわす。その間の矢印の過程が時間と応力に支配される速度過程であり、通常は①→②→③と進むが、途中で支保工を設置したりして地山内の応力分布が変われば②→①という再圧密もありえることを示している。①、②は、例えば長さ a_0 以下のひび割れがある状態、長さ $a_0 + da$ のひび割れがある状態であり、この長さ a_0 は作用

している応力により変わる。①から②へ移る時間あたりの確率は応力状態により決まる。例えば¹⁴⁰⁾、

寸法($a' < a$)のひび割れの寸法が大きくなって($a, a + da$)の区間に含まれるようになる数は、

$$\int n(a', t) \omega(a'/a, t) a'/a^3 da' dt da$$

当初は($a, a + da$)の区間にあったひび割れの一部が a' ($a' > a$)になって、この区間からはみ出る数は、

$$\int n(a, t) \omega(a/a', t) a/a'^3 da' dt da$$

となるという。このような計算をすると、時間あたりの現象の進行具合が計算できるはずである。ただし、トンネルについて具体的に計算した例はないようである。

実際の地山では岩盤の節理、割れ目が開き始めた状態→開いた状態→個々の岩石にもひび割れが出始めた状態→割れ目が発達した状態→節理、割れ目の噛み合いが外れて破壊する状態などいろいろの複雑な過程をたどるはずであるし、それに対応して変形やゆるみ、強度低下などが起こると応力分布も時々刻々変わるということになり、これだけの知識で切羽の現象を計算すること、予知することはとてもできそうではない。ただ単純に破壊か降伏か弾性状態かの3つがあるのでなく、目に見えないが緩み始めた状態もあり、それが、この後の地山挙動に影響しそうなことがわかる。従来からいわれていた切羽での作業の原則も定性的には裏付けられる。

◎「くしゃみ3回〇〇葉」と風邪薬の宣伝文句にあるが、早めに処理すればもとに戻る確率が高い。早期発見、早期治療が大切である。

次にもう少し巨視的な見方で考えてみよう。いま、始めは故障しやすい欠陥が破壊するので故障率は大きく、時間がたつにつれてかなり健全な欠陥ばかり残るので故障率は小さくなると考えられる。そこで故障率関数 μ は次のような時間 t と定数 c に反比例する関数であらわされよう(始めは作用する応力が大きい、破壊が進むと応力解放により作用する応力が減ると考えても同じ式になる)。

$$\mu(t) = A/(t+c) \quad (32\cdot37)$$

ここに、 A, c : 定数、この関係を(31・10)式に代入すると生き残り確率 P は次のようになる。

$$\begin{aligned} P(t) &= \exp\left[-\int_0^t \{A/(t+c)\} dt\right] \\ &= \exp\{-A[\ln(t+c) + B]\} \\ &= 1/[(t+c)B]^A \end{aligned} \quad (32\cdot38)$$

$$\therefore f(t) = -dp(t)/dt = A/(t+c)^{A+1}/B^A \quad (32\cdot39)$$

ここに、 B : 積分定数、これは大森房吉博士(1894)の提唱された大森公式、または宇津(1957)の改良大森公式とよばれる大地震後の余震の時間あたり発生回数 $n(t)$ を示す次の実績式に一致する¹⁴⁰⁾(大森公式では $p=1$ 、一般には $p=1.05\sim 1.4$ くらい、 $c=0.1\sim 1.0$ 日くらい、

図-32・20参照)。

$$n(t) = K/(t+c)^p \quad (32\cdot40)$$

($c=0$ とすると、Weibull分布と同じになる。茂木¹⁴⁰⁾は地震直後の余震は本震と区別しがたいが、 $c=0$ とした方がよいとしている。 p は地質などにより変わる)

トンネルの弾塑性境界付近では応力 σ がだんだん高まり、ついに降伏するという現象が進んでおり、そこでは遅れ破壊が起きているものと考えられる。また、トンネル掘削は大地震に相当し、トンネル周辺の地山の降伏、ゆるみの進展が余震に相当すると考えると、大森公式、または改良大森公式により掘削直後のトンネル周辺の地山の破壊の進行があらわされるはずだと考えられる。また、この曲線に乗らないような内空変位などの進行であれば収束に向かっていないと考えられる。

横堀³⁰⁾は載荷速度 σ が一定で、応力 $\sigma = \sigma t$ であらわれ、破壊の遷移確率は(32・31)式であらわされる時、次のようになるとした。

$$r = L(\dot{\sigma} t)^n \quad (32\cdot41)$$

破壊の起こらない確率 $P(\sigma)$ は、

$$P(\sigma) = \exp\left[-\frac{L}{(n+1)\dot{\sigma}} \sigma^{n+1}\right] \quad (32\cdot42)$$

このときの平均強度 σ_a は、

$$\sigma_a = \left\{ \frac{(n+1)\dot{\sigma}}{L} \right\}^{1/(n+1)} \Gamma\left(\frac{n+2}{n+1}\right) \quad (32\cdot43)$$

ここに、(31・13~15)式を参照すると、 L は容積 V に比例している、この式は寸法効果と時間効果の両方をあらわしている。また、この式は均等係数 $m=n+1$ のWeibull分布になっている。

$n = E_a/kT$ であるから、応力が小さいほど均等係数 m が小さくなり、ばらつきが大きくなることがわかる。

破壊までの時間は強度以上にばらつくので、計算で予測することはさらに困難であり、現場での計測、観測が重要な理由になっている。

§32-6 トンネルへの応用

トンネルを爆破掘削した瞬間から巻き立て完了まで、地山や支保工がどのような応力を受け、どのようにひずむのか。そのときの強度やヤング率はどうなっているかなどがわかれば、よりよい設計や施工法はいかにあるべきかについて力学的な見地からの判断もつくはずである。

そこで、爆破直後の地山の挙動を考えてみることにする。ほぼ瞬間的に掘削面での半径方向応力 σ_r はゼロになる。接線方向の応力は $\sigma_t = 2p_0$ 近くになるが、短期間はヤング率 E が高いが、すぐ下がるので、この応力も急速に下がり、力はより奥の地山で受け持つようになる。応力の下がる速度が早いので、破壊せず降伏する。変形、ひずみが進まなければ破壊はしない。

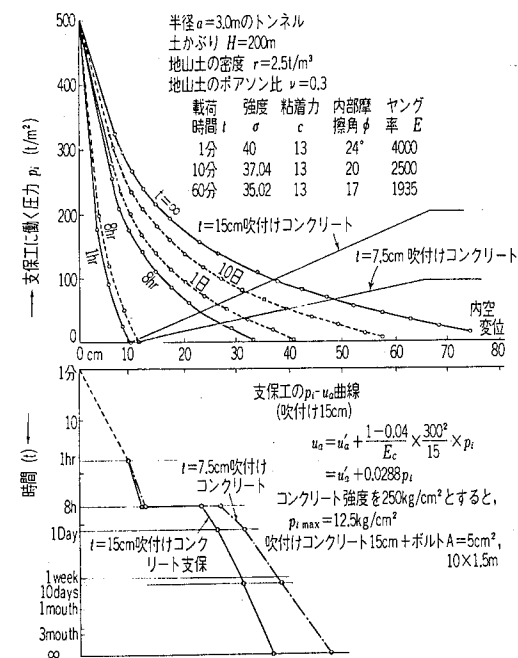


図-32-21 計算例(Fenner-Pacher曲線)

破壊はなぜ、どんなときに起こるのか? いま、応力だけを考えると、爆破直後に $\sigma_r=0$ 、 $\sigma_t=2p_0$ となるから、トンネルはすぐ壊れそうなものだが、この時点ではヤング率が高く、変形はまだほとんど起こっていない。破壊はこのような場合、ひずみ量で考えた方が応力で考えるよりまだ正確と考えられる。もちろん、許容ひずみ量も一定ではなく時間が長くなると変わるようであるが、その差は小さい。このとき弾性ひずみのまま破壊に至ると、そのとき大きなひずみエネルギーを消散し、山はねを起こす。

いま、岩石が弾性~完全塑性の挙動をするものとし、また降伏強度とヤング率とは式(32・22~23)より求められるものとする、時間による内空変位や応力分布、ひずみ分布の進展を計算できる。

剛性の支保工を用いた場合とたわみやすい支保工を用いた場合とで支保工に働く荷重がどのように変わるかも求められるし、計測値が得られている場合には地山の特性値を逆算できる。

(計算例10)

かぶり $H=200$ m、地山の密度 $\gamma=2.5$ t/m³のところ半径 $a=3.0$ mの円形トンネルを掘る。地山の強度およびヤング率は次式で求められるものとする。変位などを計算し、地山応答曲線(Fenner-Pacher曲線)を描け。

$$\sigma_0/\sigma_a = 1 - 0.08 \ln(1/t_0 + 0.00001)$$

$$E_0/E_d = 1 - 0.60 \ln(1/t_u + 0.00001)$$

$t_u=1$ 分のときの地山の強度、およびヤング率を $\sigma_g=40$ kg/cm², $E=4,000$ kg/cm²とする。

厚さ $t=15$ cm, $E=50,000$ kg/cm²の吹付けコンクリートで支保したとすると、

吹付けコンクリートの反力は、

$$p_{ic} = (u_a/a) \cdot E \cdot t / \{a(1-\nu^2)\}$$

$$= (u_a/150) \cdot 50,000 \cdot 15 / (150 \cdot 0.96) = 34.722 \cdot u_a$$

ロックボルト($l=3$ m, $A=5$ cm², $\phi=25$ mmのボルトを1.0 m×1.5m間隔で打設するものとする)の反力は、次の式で求められる。

$$p_{ia} = (u_a/a) \cdot \{E_s \cdot A_s / (g \cdot h)\} \ln(b/a)$$

$$= (u_a/150) \cdot \{2,000,000 \cdot 5 / (100 \cdot 150)\} \ln(450/150)$$

$$= 2.1205 \cdot u_a$$

切羽の近くは球形空洞で近似でき、その後、円筒形のトンネルになるものとして計算する。

答を図-32・21に示す。支保工の寸法を変えた場合についても示す。

吹付けコンクリートのヤング率 $E=50,000$ kg/cm²は小さすぎるようであるが、クリープも考えて決めた。時間により E は増加するが、クリープにより変形も進むので一応 E 一定とした。

以上の計算を地山条件を変えてやってみれば、いままてよくわからなかった膨張性などについても説明がつくようになる。掘削順序も考えに入れるときは有限要素法が必要になる。

◎ここでは完全弾塑性体として強度 σ とヤング率 E の低下だけを考えたが、降伏した後の地山の強度やヤング率は時間と荷重履歴の両方に関係しながら低下する。実験データがあれば地山をリングにわけて計算することができるが、まだ、そのような研究はされていないようである。

切羽の進行にともなう現象は、時間の関係と幾何学的に切羽が進行することによる現象、または断面を順次切り抜けることにともなう現象が混在したものである。弾性計算、または弾塑性計算により、これを計算したものが多いが、これには時間の影響は本当の意味では含まれ

ていない。FEM計算の多くは、この切羽の進行や切り抜きの影響は入っているが、時間の影響は入っていないものがほとんどである。

◎時間の関係で注意しなければならないことは、いったん緩んだ地山がまた圧縮される現象であり、それにとりまう応力の再配分である。これは時間の影響だけではないので、後に改めて論じることしよう。

参考文献

- 129) L. R. Myer, T. L. Brekke, C. T. Dare, R. B. Dill, & G. E. Corbin: An investigation of stand-up time of tunnels in squeezing ground, 1981, RETC Proc. ch. 86.
- 130) 北原正一: 超膨圧トンネルにおけるNATMと岩盤力学的考察, '82トンネル技術講演会テキスト, 日本トンネル技術協会, 1982, 2.
- 131) C. Jaeger: 岩の力学と工学 (村上良丸訳), 土木工学社, 1984.
- 132) 朝倉俊弘, 川上義輝, 小野田滋: トンネル切羽付近における初期変位測定, 土木学会第38回年次学術講演会, 1983.
- 133) 高橋彦治, 池田和彦, 白井慶治, 飯塚全: トンネルの変状と保守, 土木工学社, 1977.
- 134) 朝倉俊弘, 小島芳之: 鉄道トンネルの補強・補修法, トンネルと地下, 1990, 8.
- 135) 猪熊明: 道路トンネルの緊急点検と今後の維持管理, トンネルと地下, 1992, 10.
- 136) 日本トンネル技術協会: トンネル変状の実態調査とその原因解明に関する研究(その2) 報告書, 1981, 3.
- 137) G. L. England, J. M. Illston: Methods of computing stress in concrete from a history of measured strain, Civil Engineering and Public Works Review, April, 1965.
- 138) 堀部富男, 小林良二: 各種荷重速度下における岩石の力学的挙動について, 材料, 14巻, 141号, Jun. 1965.
- 139) 土木学会編: 新体系土木工学29“フレッシュコンクリート・硬化コンクリート”4章5章(青柳征夫).
- 140) 畑野正: コンクリートの静的圧縮変形、破壊に対する時間効果, 土木学会論文集, 第70号, Sept. 1960.
- 141) 畑野正: コンクリートの破壊強度、ひずみ能力、弾性率と破壊時間との関係, 土木学会論文集, Mar. 1961.
- 142) Tao Zhen-yu, Wang Hong: A study of the statistical theory for the failure of brittle rocks, 1990, (101) に収録.
- 143) 宇津徳治: 地震学, 共立全書, 1977.
- 144) 茂木清夫: 地震……その本性をさぐる, 東京大学出版会, 1981.

(土木工学社図書案内)

岩盤の計測と解析

工博 鈴木 光著

A5判 箱入 260ページ 定価4,326円(税込み)(〒310円)

最近では、有限要素法を利用し、地盤や構築物の変形や応力分布に関する予想解析が行われるようになりつつある。そのために入力などに信頼度の高い各種計測値が要求されるようになってきた。

このような理由から、建設工事では、従来にも増して計測と解析が重要となりつつある。

本書は、応用範囲も広く重要と思われる岩盤の計測と解析法の紹介と解説を試みた実務書である。



連載講座

わかりやすいトンネルの力学(14)

§33 表面の影響

一般の構造力学では、岩石や鉄鋼の表面と内部は同じ材質であり、強度やヤング率は同じだと仮定してすべての計算を行っている。しかし、必ずしもそう単純ではないようである。

中西ら¹⁴⁵⁾は、 $\phi 7.02$ mmの細い軟鋼の引張り試験を行って、図-33・1に示すように途中で応力一ひずみ曲線に階段状の折れ曲がりが出ることを見いだした。他の研究とも合わせて、これは表面部分の方が内部の約半分の降伏強度しかないためであるとしている。角のところはさらに弱く、内部の1/4しかないが、これらは、表面では結晶相互の干渉が内部に比べて片側だけしかないことが効いて表面層が弱くなるためとしている。さらに、その理論を拡張して、鉄板に孔を開けたときなどの寸法効果の説明をしていることは§31ですでに述べた。

堀部¹⁴⁶⁾は、丸と3～6角の岩石片の圧縮試験をして丸の方が強いこと(図-33・2参照)、これは、3角や4角の隅の方は荷重を支える有効な面積として利用されないためとしている。曲げモーメントが働かないときは、断面内の応力は等分布になると言うのが弾性論の結論であるが、これはそうならないことを示している。しかし、これも角型の場合の方が強度の弱い表面部分が大きいためかも知れない。

コンクリートの強度試験の供試体は、普通円筒形の型枠に生コンクリートを入れてつくるが、出来あがったコンクリートからボーリングして円筒形のコアを切り出すこともある。この場合、一般にはコアの強度の方が小さくなる¹⁴⁵⁾(図-33・3参照)。これもボーリングにより表面が荒されたり、骨材が表面に現れたりするためと考えられる。

平賀¹⁴⁶⁾は、図-33・4のような実験結果を示して、コアの強度は径が小さくなるほど小さくなるとしている。また、コアボーリングのとき力を加え過ぎたり、鉄筋を一

* 飛島建設(株)技術本部技術企画部担当部長

福島 啓一

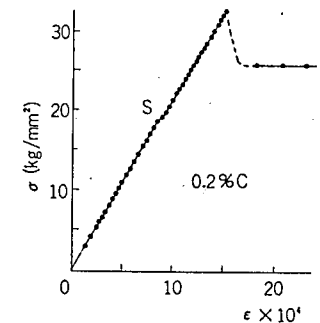


図-33・1 軟鋼の応力一ひずみ曲線

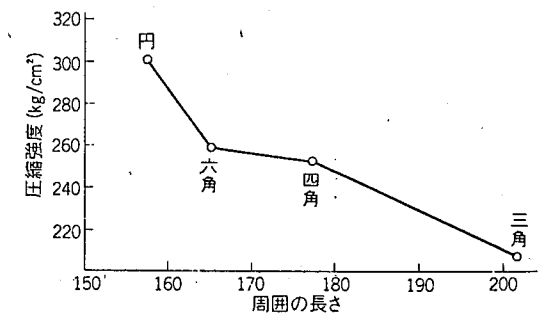


図-33・2 同じ断面をもついろいろな形状の試験片から求めた岩石の圧縮強度(堀部による)

緒に切断するなど無理な切断をすると強度が落ちることを実験により確かめている。これらはすべて表面部の強度が小さいためと考え、表面近くのある厚さを欠損厚さとして差し引く考えを示している。

このように、内部と表面の材質が同じ場合には表面が弱いので全体の強度は小さくなる。表面を強化すれば全体の強度をかなり上げることができる。吹付けコンクリートの効果のかんがりの部分は、このような作用のためである。

金属の表面を焼き入れなどで強化すると、全体の強度が上がることは広く知られているが、これも表面の影響である。

Griffith¹⁴⁷⁾は、「ワイヤーと繊維の破壊強度は主に二つの部分……一つは面積に比例し、一つは断面の周辺長さ

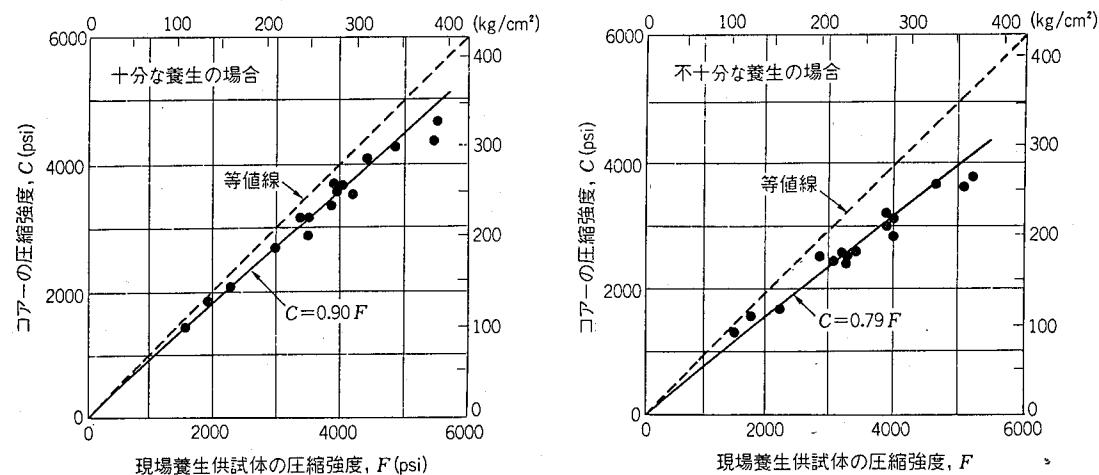


図-33-3 スラブにおけるコア強度と標準供試体強度の関係

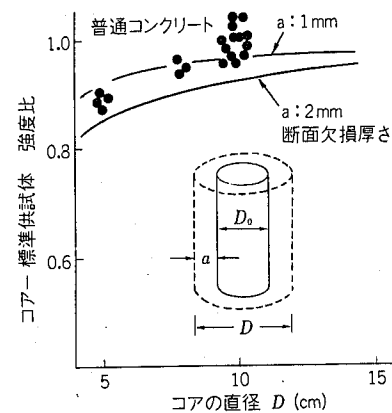


図-33-4 コアの直径と強度低下

に比例する…からなるといふ実験的事実」を示し、その理由を次のように暗示している。「表面は特別な性質を持ち、その中では傷は表面に並行に起こるであろう。……これらすべての事実、明らかに「表面層説」に完全に一致しており、また、実際に他の理論により説明することは困難である (p.185~186)」。これは、表面の方が強い場合である。

Weibull¹¹⁸⁾は、うわぐすりのある磁器の場合、強度分布の関数のグラフに折れ点があるとして実例を示しているが、これも表面の方が強い例である。

トンネルの掘削面は、発破工法でも機械式掘削でもかなり無理に表面を破壊しているの、表面近くはかなり強度が落ちているようである。薄い吹付けコンクリートで被覆するだけでもかなりの効果があるのは、この弱い部分を強化するためであろうと考えられる。TBMで掘削した場合、荷重が小さいのは表面をあまり無理に壊していないという理由もあるようである。

また、太田¹⁴⁵⁾は径の小さいコアの強度はばらつきが大

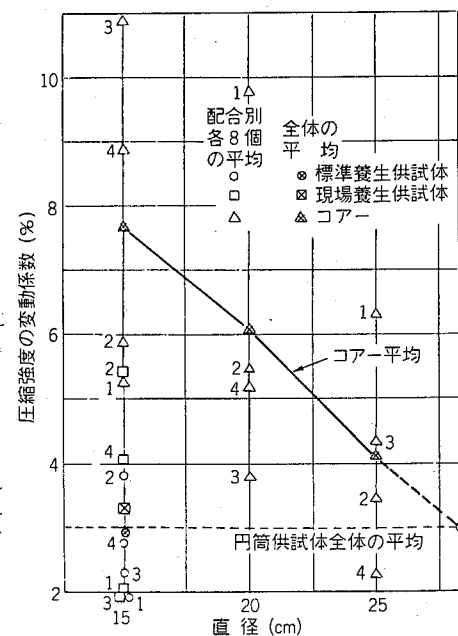


図-33-5 コアの寸法と圧縮強度の変動係数との関係

きいことを述べている (図-33-5参照)。平賀も¹⁴⁶⁾、「B. Matherらは、コア供試体の削孔面にモルタル層が形成されていないことから壁効果が大幅に低下し (容積効果による強度増加がない)、そのためコアの径が小さいほどばらつきが大きくなると報告している」と紹介している。吹付けコンクリートは、表面のばらつきを改善する作用もあると考えられる。

◎刺身の味は良く切れる刺身包丁で上手な人が切ったのと、下手な人が切れない包丁で切ったのではかなり違うそうである。トンネルもただ掘ればよいというわけではなく、上手に切ることが大事であるが、これは、なかな

かむずかしいことである。せめて、早く吹付けコンクリートで表面を覆ってやるのがトンネル屋の親切というものである。山の神様にもお化粧が必要なのである。お化粧は、単に見た目をよくするだけでなく、けがや肌荒れを防止し、紫外線よけなどの中身を守るにも役立つ。

◎フックは、ある部材について力と変形量が比例することを見出した。ヤングは、これを単位面積あたりの力、すなわち、応力と単位長さあたりの変形量、つまり、ひずみとの関係に改善した。これが非常に大きな進歩だということは前に述べたが、寸法効果や表面の効果などを考えると、さらに多少の改善を加える必要がある。絶対的な理論はなかなかないものである。

S 34 山はねについて

土かぶりが大きい地山内にトンネルや鉱山を掘削するとき、側壁や天端、あるいは切羽から急激に大きな音響を伴って岩石が飛び出してくることがある。この現象は山はねと呼ばれ、一般のトンネル土圧論で考えられているゆるみ土圧では説明のつかないもので、真の土圧による岩盤破壊の典型的な例と考えられている。すなわち、地山の自重による圧力がトンネルの影響による応力集中により2~3倍になり、地山の軸圧縮強度を越えるためと考えられている。さらに、トンネル内空間が滑らかでないための応力集中が加わるものと考えられている。例えば、「土木技術者のための岩盤力学」¹⁴⁹⁾には次のような説明がある。「山はねの機構は、未だ解明しつくされていないとはいえない。山はねは岩石の引張り破壊によると考えられたこともあったが、現在では信じられていない。破壊を生じさせる引張り応力が発生するためには、岩石中に弱点がなければならぬが、経験によれば、山はねはむしろ弱点を含まないと思われるマッシブな岩石に起こりやすく、しかも、その破断面は地層構造ともあまり関係がないからである。このことから、現在では山はねは圧縮力によるせん断破壊によると考えられている」として、Kastner²⁵⁾のくぼみのところに応力集中を起して破壊する説明図 (図-34-1) を引用している。

念のため Kastner²⁵⁾の説明を見ると、次のようになっている。「山はねは、圧縮応力の著しい集中とトンネル掘削周辺における地山圧縮強度の超過によって引き起こされる。その際、なおもう一つの特徴的な視点、すなわち、切り込み効果に注目しなければならない。すべり面ABとAC内にはせん断応力は存在しないが、それと直角にはかなりのせん断力が生じるというのは、つまり、切り込み基礎内の曲率半径によって決まる集中した圧縮応力が存在するからである。A点の応力状態は、平衡状態では存在し得ない。A点は応力場内の変異点であって、経

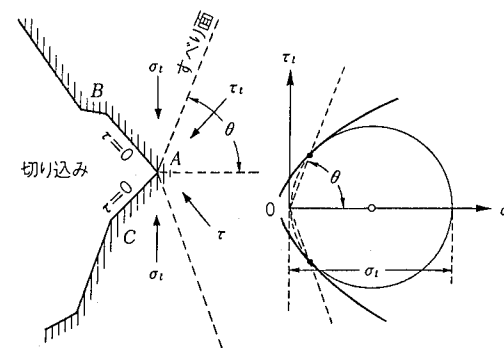


図-34-1 山はねにおける凹所の応力集中効果 (Kastnerによる)

験によると、このような点からすべり破壊のはじまる。自然にできた切り込み箇所は一般に縦長が大きくないので、山はねの生じる場合、たいてい限られた殻だけが破壊する。”

Kastnerの言うように、壁面の凹凸による応力集中はくぼみのところに生じるが、それよりも、凸部の下に生じる引張り応力による引張り破壊が山はねの本当の引金になっているのではないかと考えられる。Terzaghi⁹⁾は、図-34-2の山はね概念図を示し、その中に山はねを起こした岩片のすぐ裏で、次の山はねのための潜在的な引張りひび割れが生じることを示している (少し場所はおかしい)。

さて、どちらが正しいかを論議する前に、山はねの性質、特徴を調べてみよう¹⁴⁷⁾¹⁴⁸⁾⁷⁹⁾。

- 1) 掘削された坑壁から岩片、岩塊が瞬間的に飛び出し、甚だしい場合には切羽全体が瞬時に圧壊する。
- 2) 南アフリカ連邦の金鉱山をはじめ、世界各地のかぶりの深い鉱山で見られる。
- 3) 非常にかぶりの深い鉱山では、巻き立ての済んだ部分での瞬間的な破壊も報告されている。この場合は、付

近で別の坑道を掘削していて、地山荷重の増加があったためである⁷⁹⁾。

- 4) 700~800m以上の土かぶりのところで発生することが多いが、200mくらいでも発生した例がある¹⁴⁹⁾。硬岩のところで発生しやすいが、石炭層でも起こることがある。
- 5) 岩質によって発生の方が違うようであり、清水峠の下を貫く4本のトンネル (国鉄上越線の2トンネル、上越新幹線のトンネル、関越自動



図-34-2 山はねの概念図 (Terzaghiによる)

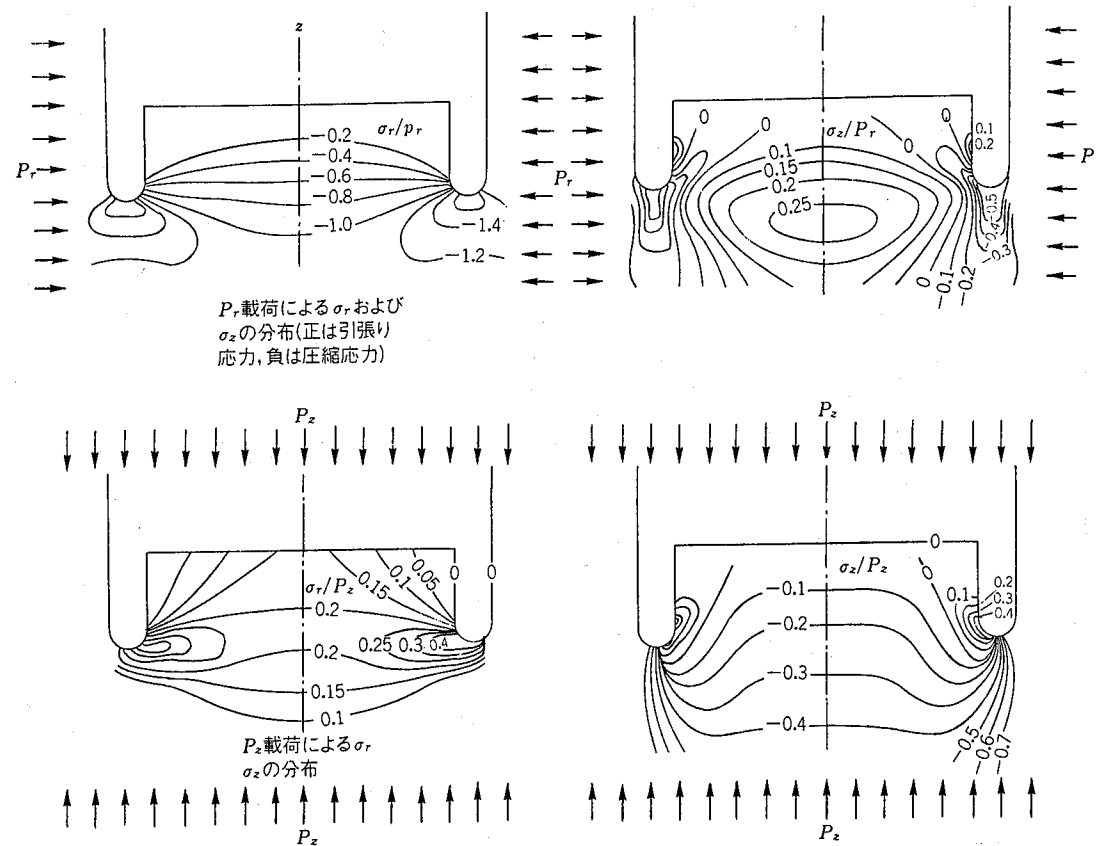


図-34-3 ボーリング孔の底部の応力分布

車道のトンネル)のうち、関越トンネルでは同じくらの土かぶりでもホルンフェルスのところでは発生せず、石英閃緑岩のところでは頻発する。他のトンネルでは、両方とも発生したと報告されている。

6) 湧水のあるところでは発生しない(割れ目が沢山あるところには発生しないと解釈してよからう。つまり、トンネルを掘る前に割れ目が一つもなかったところに発生する)。

7) 地層の方向、節理やシームとの関連性が強いようである。関越トンネルは両坑口から掘削したが、流れ盤になる湯沢側で発生し、受け盤になる水上側では発生しなかった。

8) 飛び石の大きさはいろいろであるが、いずれも偏平である。飛出した石は元のところにあてはめようとしても合わない。地山の方は強い圧力を受けて変形しているし、飛び出したものは応力が解放されてしまっているからと考えられる。

9) 関越トンネルでは、切羽での山はねが多かったが、切羽にロックボルトを打つと防止できた。

引張り応力に対処したためであろう。

◎山はねの原因は、圧縮応力だけでは説明がつかない。これは、引張り応力が原因だと思われるが、反対の意見も多いようなので、山はねとよく似たコアデスキングについての解析から紹介しよう。

コアデスキングというのは、深い地山内でコアボーリングをすると、もともとは割れ目一つない地山でもコアが丸いクッキーのようにデスク(円盤)状に切れてしまう現象である。これは、山はねが起きるようなかぶりの深いところで起きる現象である。この場合もはじめはビットの当たる部分に発生する圧縮応力の集中にあると推定されていた(Obertら, 1968)¹⁵⁰⁾。しかし、これでは実験結果とよく合わない。菅原らは、これは引張り応力によるものと考え、図-34-3に示すようなFEM計算を行った。これにより、強い引張り応力が発生することが示され、実験ともよく合うようになった¹⁵⁰⁾。

◎全体的には圧縮応力が働いていても、小さなひび割れのまわりには引張り応力が発生するのを見いだしたのはGriffith⁶⁰⁾の卓見である。地山全体の圧縮力が働いているからといって、圧縮応力ばかりに注目していると真の原因を見失うことになる。山の陰やビルの谷間には平

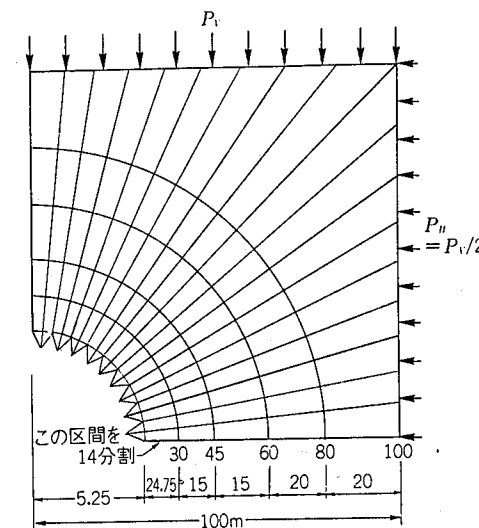


図-34-4 FEM要素分割

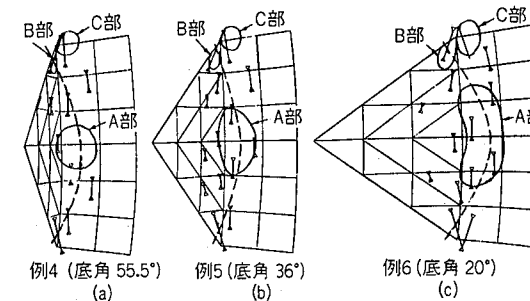


図-34-5 計算結果と想定される破壊面(破線で示す)

均的な方向と逆の方向の風も吹いている。現実にはどうなっているかをよく観察して、それに基づいて考えて行かないと見当外れの議論になってしまう。

さて、コアデスキングの類推から考えても、山はねの原因は地山内に生じる引張り応力ではないかと考えられる。つまり、トンネル内空面の凹凸により、岩盤内に引張り応力が発生するのが原因ではないかというわけである。そこで、有限要素法を用いて凹凸のあるトンネルの内空面の近くの応力を計算すると¹⁵¹⁾図-34-5のような結果が得られた。計算された応力をモールの応力円であらわすと図-34-6のようになる。降伏条件を仮定すると図-34-5(a), (b), (c)に点線で示したような一連の線状の降伏(破壊)限界上にある点があることがわかる。このように、かなりの面積の部分が同時に破壊して、急激に蓄えられたエネルギーを放出するのが山はね現象と考えられる。コンクリート模型による実験でも同じ現象がみられた。

【計算例】掘削面の凹凸を考えて、地山内の応力分布を計算し、山はねの原因を推定せよ。

円形トンネルの内壁面に波長 $l=2\pi r/48$, $2\pi r/36$,

1992年(平成4年)9月

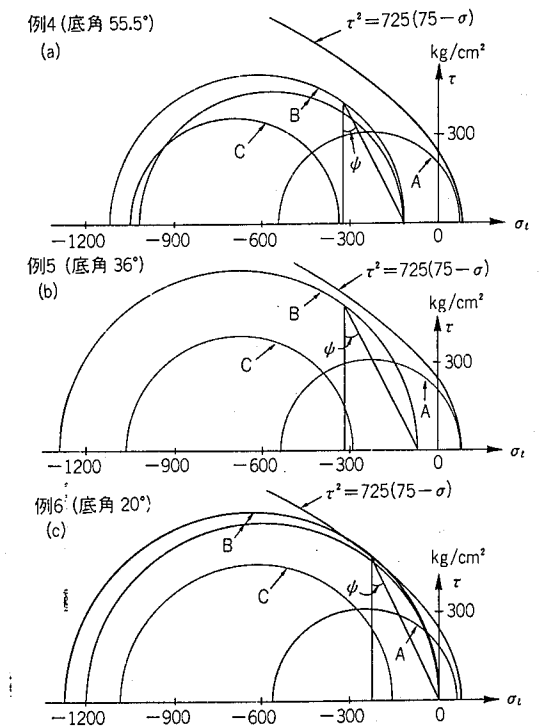


図-34-6 Mohr円とMohrの包絡線

$2\pi r/24$, 比波高=波高/波長 $\approx 1.0, 1/2, 1/4$ の三角形の凹凸がある場合について、掘削面の凹凸付近の応力を計算した。なお、水平土圧係数 $k_h=0.5$ 、ポアソン比 $\nu=0.15$ および 0.25 とした。計算結果の一部を図-34-5(a), (b), (c)に示す。これより次のことがわかった。

1) 凸部の根元(図-34-5(a), (b), (c)のA部)に鉛直土圧 P_v の $0.2\sim 0.3$ 倍程度の引張り応力が生じる。また、凸部のすそ(図-34-5(a), (b), (c)のB部)に相当大きな引張り応力(P_v の $0.1\sim 0.4$)とせん断応力(P_v の $1.0\sim 1.5$ 倍くらい)が生じる。凹部の谷底付近Cには応力集中により P_v の $3\sim 4.5$ 倍くらいの圧縮応力が生じる。同じトンネルの場合は側壁部がもっとも応力が大きいので、以後は側壁中央部について考察する。

いま、鉛直土圧 $P_v=\gamma H=2.75\text{t/m}^3 \times 1,100\text{m} \approx 3,000\text{t/m}^2=300\text{kg/cm}^2$ 、岩の圧縮強度 $\sigma_c=1,200\text{kg/cm}^2$ 、引張り強度 $\sigma_t=75\text{kg/cm}^2$ 、Mohrの破壊包絡線を $\tau^2=725(\sigma-75)$ として、応力の計算結果のMohrの応力円を描いてみると、図-34-6(a), (b), (c)に示すようになる。

これより、A部で引張り破壊が、B部でせん断破壊が起こるが、C部(谷底付近)は圧縮応力の値そのものは大きい、まだ破壊までの安全度が残っていることがわかる。引張り破壊やせん断破壊は急激に起こり、破壊の進行が早いことは周知のことであり、これにより山はね

の急激な挙動も説明がつく。いままで圧縮応力だけで考えて、比土かぶり圧（土かぶり圧/地山強度）が0.33以上にならないと山はねは起きないはずだといわれていたが、引張り強度との比が0.1~0.4で起こることになった。引張り強度は圧縮強度の1/10~1/20くらいであるから、山はねの起こり得る土かぶりが1/10くらいに減ったことになる。

2) 引張り部は主応力方向と直角に、せん断部は主応力に対し $45^\circ - \phi/2$ （図-34・6の ϕ ）の角度で破壊が起こるとされているので、破壊面を想定すれば図-34・5(a), (b), (c)の点線のような想定破壊面が描かれる。このような破壊により順次、凹凸の山が低くなれば山はねは遂には終焉するものと思われる。つまり、まずA部で引張り破壊が起き、両端（B部）では地山にくっついてるので、中央で薄くはがれた岩片は両端から受ける圧縮応力で少し反ってくる。ついでB部がせん断されて、この岩片が飛び出すと考えれば、Terzaghiの描いた図とも合致するし、現象の説明もつく。

また、中央部でひび割れが入った岩片は両端が押されて弓のように曲げられ、そのため、B部のせん断力は、ここで計算したものよりさらに増え、最後に両端がせん断破壊されて、この曲げひずみのエネルギーが一気に開放されて飛び出すと考えられる。

3) 計算結果からは単純に根元角度が大きくなれば、最大引張り応力が増えるというような結論は出なかった。各計算によって要素分割の網目の粗さも違うので、計算誤差も入っているかも知れないが、No. 4~5についてMohrの円を描いてみると図-34・6のようになり、降伏基準を $\tau^* = 725 (75 - \sigma)$ と仮定して見ると、底角 55.5° と 36° ではA部の引張り破壊がまず起こり、底角 20° ではA部の引張り破壊とB部のせん断が同時に起こりもっとも危険なのは底角が 20° のときであることがわかる。ただし、岩石のぜい性度（引張り強度と圧縮強度の比）を 20° くらいにとると、 36° でA部の破壊が生ずる危険性が高くなることも高いことがわかる。掘削面の凹凸の形と、岩盤の破壊特性が微妙にからんで山はねが起こったりする。A部の引張り破壊がまず発生し、曲げひずみが十分に蓄えられる方が飛び出す勢いは大きい。B部のせん断が先に起こるようなときは飛び出さず、むしろ、ゆるみになるのではないかと考えられる。

4) 凸部の中心線沿いに引張り応力の分布を見ると図-34・7のようになり、引張り応力の最大は谷底を結んだ線よりはわずかに地山側によったところに生じ、底角 36° のときがもっとも大きいことがわかる。

5) 応力分布状況を詳細にみると、山の頂上付近は応力値が小さくなっており、もし、この部分がなくても、あ

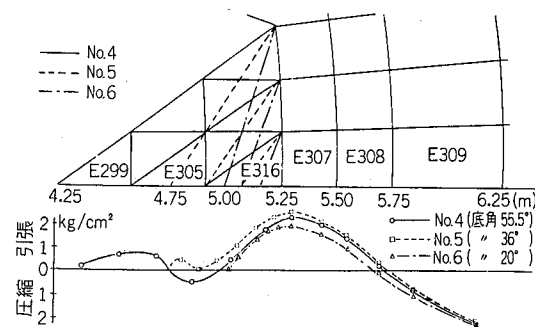


図-34・7 凸部の中心線沿いの引張り応力の分布 (No. 4~6) (ただし、 $P_0 = 10 \text{ kg/cm}^2$ とする)

まり最大応力や破壊状況には関係ない。つまり、山の高さよりも谷の根元角度の影響の方が大きいと考えられる。

6) トンネル周辺の地山は応力集中により強い力を受けているが、その一部が切断されると自由に変形できるようになるため応力はゼロになり、その前に持っていたひずみエネルギーは熱エネルギー、運動エネルギー、振動や音のエネルギーに変換される。

体積 V 、重量 W の物体が応力 σ 、ひずみ $\epsilon = \sigma/E$ を受けていると、ひずみエネルギー E_ϵ は、 $V\sigma^2/2E$ になる。この物体が初速度 v_0 で飛び出したとすると、運動エネルギーは $1/2 \cdot mv_0^2 = 1/2 \cdot \rho V/g \cdot v_0^2$ である。空気抵抗を無視すれば、水平に飛び出した物体は $y = g/2v_0^2 x^2$ の軌跡を描く。高さ3mの壁面から飛び出し、10m離れたところで地面に落ちたとすると、その点の座標は $x = 10 \text{ m}$, $y = -3 \text{ m}$ 、したがって、これを解いて、初速度は $v_0 = 12.78 \text{ m/s}$ となる。地山の密度を $\rho = 2.5 \text{ t/m}^3$ とすると、 $E_\epsilon = 1/2 \cdot 0.0025 V/g \cdot v_0^2 = 0.204 \text{ kg} \cdot V$ 、これを $E_\sigma = V\sigma^2/2E$ と等しい。また、 $E = 500,000 \text{ kg/cm}^2$ とおくと、 $\sigma = \sqrt{2E \cdot E_\sigma} = \sqrt{2 \cdot 500,000 \cdot 0.204} = 450 \text{ kg/cm}^2$ の平均一軸圧縮応力を受けていたことになる。 $E = 500,000 \text{ kg/cm}^2$ の岩石の圧縮強度は 500 kg/cm^2 以上あると考えられ、圧縮だけでは壊れないであろうと推定される。しかし、引張り応力で壊れると考えれば起こりうる程度の応力である。

そ性ひずみを起こして圧縮破壊されるときは、熱エネルギーや微細なひび割れなどに交換される割合が高く、引張り破壊やせん断破壊では運動や振動のエネルギーに変換されるものと思われる。

7) 以上の計算はすべて2次元で行ったが、厳密には3次元で考える必要がある。ただ、定性的には2次元の計算で十分と考えられる。

8) アフリカの金鉱山やダイヤモンド鉱山などのかぶりの深いところで起こる山はねは、真円と考えても起こるもので、急激に起こる点は同じであるが、岩片が飛び出すような現象はなく、原因も圧縮応力が強度を越えるた

めと思われる。

◎強度が均一な場合は急激に破壊が起こる。いっせいに起こる。破壊エネルギーが一気に開放される。強度にばらつきがあると、弱いところから部分的に破壊が起こり、破壊エネルギーは徐々に開放される。あるいは、じわじわと降伏してしまうような地山でもエネルギーが貯まらず開放されてしまう。したがって、山はねにはならないが、やっぱり小さなひび割れは起こり、これは地山の緩みになるのではないかとと思われる。

◎軟鋼などの応力-ひずみ曲線を見ると、上降伏点と下降伏点があるが、上降伏点はばらつきが大きく、信頼性に乏しいと考えられている⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。摩擦における静止摩擦と動摩擦の差、凍結と過冷却の差なども似た現象で、これらが山はねの飛び出すエネルギーを大きくするのに役立っているようである。

◎岩石の応力-ひずみ曲線の降伏後の下り勾配と、トンネルの地山応答曲線の勾配との比較で山はねの発生することがわかるはずで、各種岩石の降伏後のひずみ曲線の研究も行われている⁽¹²⁾（図-34・8）。

◎ここで述べたような引張り応力の発生は、山はねが発生しないような低強度の塑性変形する地山内でも起こり、引張り応力による目に見えないひび割れが発生する。これがゆるみになり、このひび割れがさらに次のひび割れ、ゆるみを誘発する。ゆるんだ地山も山はねに劣らずやっかいなものである。次には、これについて検討してみる。

§ 35 ゆるみと締まり

われわれは純金の中にトンネルを掘っているのではない。そのため、いままでの計算ではなかなか現実と合わないところがある。その一番の違いはゆるみという現象ではあるまいか。金属なら降伏しても強度は落ちないし、体積も変わらない。一方、岩石は塑性域になるまで変形させると、相関流れ則に従って体積膨張することを示したが、体積膨張して強度や弾性係数が元のままということは考えられない。この体積膨張は、図-28・3に示したように斜め方向の無数のひび割れと考えられ⁽⁴⁾、強度が落ちるのは当然である。このゆるみの効果でいろいろといままでの計算では合わない現象がでてくる。

トンネルを掘るとき、地山をゆるませてはいけないとむかしから言われてきた。TerzaghiもRabcewiczもMüllerも言っている。ゆるみを防ぐことは施工者の第一に心がけるべきこととして新入社員も新米の坑夫も一番にたたき込まれることである。

それでは具体的にどうすればゆるまないのか、ゆるませるとどれだけ荷重が増えるかについて科学的な理論を

探ってみよう。

§ 35-1 ゆるみの定義

(1) そもそもゆるみとは何だろうか？従来のゆるみ域の定義には、例えば次のようなものがある。“……いわゆる「ゆるみ」には硬質岩盤が潜在的にもっているクラックが開口したり、発破により新たにクラックが発生した場合（弾性係数 E の低下）および軟岩のように支持力不足が原因でそ性化してゆるむ場合（剛性率 G の低下）の2ケースがあげられる。ここでは、両方の場合を総称して「ゆるみ領域」とした⁽¹⁶⁾”。あるいは“実測によりゆるみ域を求める方法には、弾性波の速度の変化、および地中変位の分布から求める方法が一般的であるが、透水性係数の変化から求める方法、孔内載荷試験による方法、さらには、ボアホールテレビによって、直接にゆるみ領域を観察する方法なども提案されている。……計算で求める場合は、弾塑性計算の塑性域をゆるみ域としている⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾”などの説明がある。

ゆるみについての議論が少ないせいか、あまりはっきりした定義ではない。

(2) ゆるんだ地山の押し固まり

ゆるんだ地山は強度や弾性係数が元の地山より小さいが、押し固めるとほぼ元近くまで回復する。このような挙動をゆるみの定義としている例もあるくらいである。いろいろの文献からこれに関する説明を抜き出してみると、例えば、くり返し載荷試験を行ったときの包絡線の勾配を変形係数、それぞれの勾配を弾性係数と定義したうえで（図-35・1）“変形係数（ D ）は、変形特性のうち岩盤の節理や亀裂の影響を受け、弾性係数（ E ）と D の差はゆるみの程度、締め固まりの程度を表わす⁽¹⁶⁾”。と述べている。あるいは、“岩盤の変形係数は荷重が小さいときは小さく、ある荷重に達するとほぼ一定値になる（図-35・2）。1次荷重領域では、平板載荷試験のデータでは、この部分は直線ではなく、暫時その勾配を大きくする曲線で、1次荷重領域の変形係数は決して一定値を示さない。すなわち、この領域では、上記した不連続面閉塞現象が発生し、変形係数が作用荷重に比例して漸増する。……このようなゆるみを生じた岩盤が載荷重の作用を受けると、その力を吸収することによって、少しでも元の状態に戻ろうとする作用がある。それは、“圧力吸収作用”ともいいうる現象で、載荷重の増大とともに、ゆるみを生じていた不連続面では、そのためにかみ合わせ（interlocking）がだんだんと強くなっていく。……この変形係数荷重依存領域は、岩片が相対的に移動し、そのかみ合わせ度（degree of interlocking）が増加する領域、別の表現をすれば、応力作用が及ぶ範囲の岩盤の割れ目が閉塞する領域と考えることができる。当然

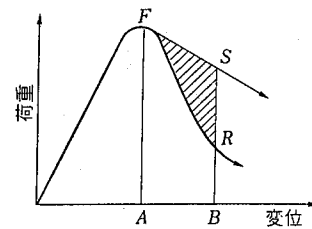


図-34・8 山はねのエネルギーの供給

のことではあるが、岩盤中の割れ目というものは、当初は小さい荷重でも閉塞しやすい大きな割れ目から閉塞作用が進行するが、だんだんと閉塞作用に対する抵抗力は大きくなる。したがって、この領域の変形係数は荷重依存性を示す¹⁵⁶⁾。”“平板載荷試験をしてみると（地中変位計で測る）変形はほとんど地表近くで起こっている。載荷面近くの表層では横坑掘削時にゆるみを生じ、このゆるみのために非弾性的挙動を示すようになっている。現地載荷試験に見られる非弾性的挙動は荷重の増加に伴って、単位荷重あたりのひずみの増分が減少していくことから、非弾性的変形を示すゆるんだ部分は荷重の増加とともにゆるんだ状態から締め固まった状態へ移行していくものと考えられる¹⁵⁷⁾”。

これらの説明によると、非弾性的挙動、つまり押し固まりを示す範囲がゆるみ域と考えられている。

このように、押し固まりの現象は多くの人によって報告はされているが、トンネルの力学の中に取り入れられた例はないようである。

§ 35-2 ゆるみの状態

ゆるんだ地山はどうなっているか。押し固まりの他に、つぎのような現象がある。

谷口ら¹⁵⁸⁾は、ボアホールテレビでボーリング孔の孔壁を連続撮影し、これを画像処理する手法（BIPS. Bore hole Image Processing System）を開発し、トンネル背面の地山の状態を調べている。測定例を図-35・3に示す。これより、累計ゆるみ量（割れ目幅を累積したもの）の曲線が急に増え始めるところまでをゆるみ域としている。また、この図より割れ目はほとんどが接線方向に入っているのがわかる。

弾性波速度が風化していない新鮮な岩石と比べてどのくらい低下したかで、次のように風化度ないし、ゆるみ度を表すことも行われている¹⁵⁹⁾。ただし、これは必ずしもトンネル掘削に伴うゆるみを表してはいない。

$$\begin{aligned} \text{割れ目指数} & K = \frac{V_p}{V_{p0}} \\ \text{岩目指数（良好度）} & f = \left(\frac{V_p}{V_{p0}} \right)^2 \\ \text{亀裂係数} & f_c = 1 - f = \frac{V_{p0}^2 - V_p^2}{V_{p0}^2} \end{aligned}$$

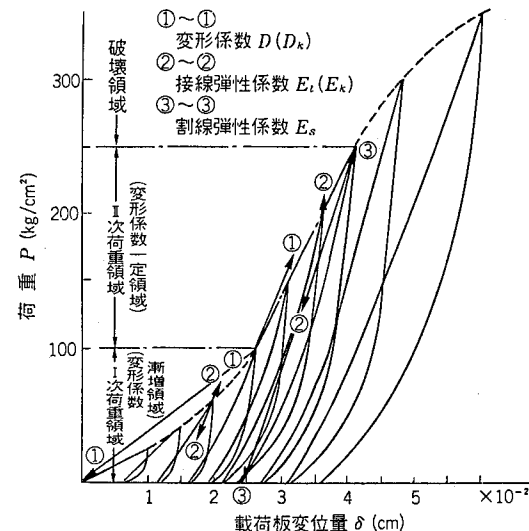


図-35・1 くり返し載荷試験での荷重-変位曲線の例 (DとEの違い)

表-35・1 地山等級とゆるみ

岩種	弾性係数*		ゆるみ領域(m)					
	×10 ⁹ kg/cm ²		在来工法		NATM		TBM工法	
等級	掘削前	掘削後**	B=5m	10m	5m	10m	5m	10m
A	150	60	0.8	1.3	0.4	0.7	0.2	0.3
B	120	48	1.5	2.3	0.8	1.2	0.4	0.6
C _H	60	24	1.9	2.9	1.0	1.5	0.5	0.7
C _M	25	10	2.3	3.5	1.2	1.8	0.6	0.9
C _L	8	3	2.3	3.5	1.2	1.8	0.6	0.9
D	3	1.2	...	...	...	...	...	...

*弾性係数は平板載荷試験による接線弾性係数を示す。

**ゆるみ領域内の値

体積膨張があれば、密度が低下するので、これもゆるみの指数になる。盛土の締め固めでは、締め固め度を密度で管理するのが普通であるが、ゆるみの管理には使われていないようである。強度、弾性係数の低下と、これらの指数の関係はまだ良くわからない。

岩種別の一般的なゆるみの範囲、およびゆるむ前と後の弾性係数は表-35・1ようになるとの報告もある¹⁶⁰⁾。

§ 35-3 ゆるみの原因についての従来の説

地山内にあるときの岩石は四方から強い圧力で圧迫、拘束されているが、トンネルや法面が掘削されると、これらの拘束圧力はゼロになってしまう。これが、ゆるみの原因の一つと漠然と考えられている。あるいは、掘削に使う爆薬による振動もゆるみの原因になると考えられている。しかし、ボーリング機械を用いてダイヤモンドカッターで切り出した地山のボーリングコアは一般にゆるんでいるとは考えられていない。このことは、拘束圧力がなくなることが必ずしもゆるみと直接結び付かない場

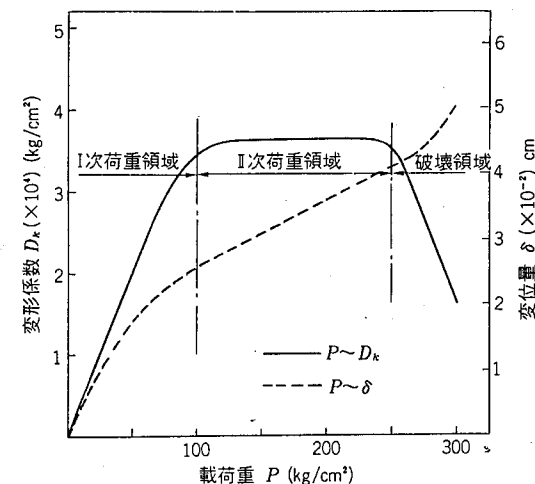


図-35・2 岩盤載荷試験での荷重-変形係数 曲線例

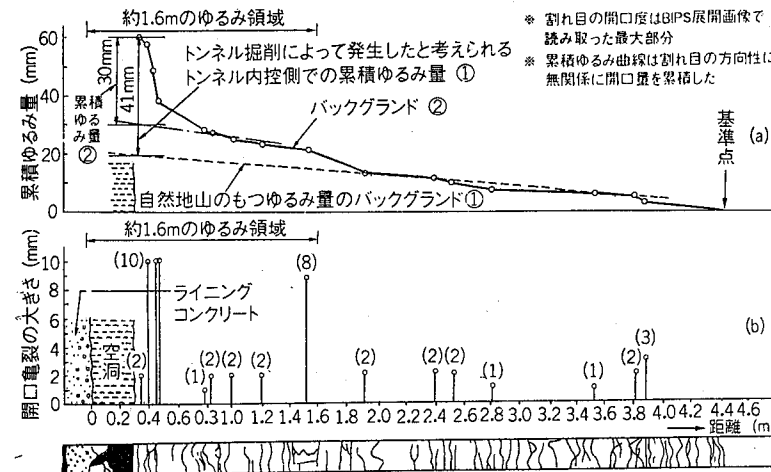


図-35・3 開口亀裂の分布と累積ゆるみ量の推定図

合のあることを裏付けている。むしろ、ボーリングコアに比べて強度や弾性波速度が小さくなった領域をゆるみ域と考えているくらいである（コアがデスクキングを起こすときは、この限りではない）。

爆破の振動で地山がゆるむことは漠然と多くの人が考えていることであるが、振動は解放面があって初めて地山内に大きな引張り応力を発生させるのであり¹⁶¹⁾、トンネルの残された地山内にどれだけの振動の影響が残るかは疑問である（爆破孔のすぐ近くの岩石にほとんどひび割れが生じないことは経験者がよく知っていることである。目に見えないような微細なひび割れが生じるかどうかは証拠がないという意見もあるが、少なくともトンネルの巻き立ての裏側でボアホールカメラで観察される

ようなひび割れは生じないことは確かである）。また、深い地山内のトンネルでは地震の影響が少ないのは周知のことであり、同じことは発破振動についても言えそうである。しかし、TBMなどの機械で掘削したトンネルでは発破を用いて掘削したトンネルよりゆるみ域が狭く、ゆるみの程度も小さいことが数多く報告されている。これは発破振動がないことと、内空間が滑らかに仕上げられて余分の応力集中がないための両方の理由によるものと考えられている。

支保工を入れるのが遅れると、地山が破壊寸前の状態になる。つまり、ゆるむと考えられている。支保工の裏の隙間も長い間に地山をゆるませる原因になるとされている。これは、施工法にも関係することで、Rabcewicz¹⁶²⁾は普通程度の地質ではゆるみ高さは木製支保工を使うオーストリア工法ではB、鋼アーチ支保工を使うアメリカ式工法ではB/2〜t、ロックボルト工法では

t/2程度になるとしている（B：トンネル幅、t：1回の掘削長さ）（§11参照）。この差は支保工の変形量、沈下量、支保工と地山の間の隙間に関係している。このように従来の研究では漠然とした原因の推定がなされているだけではっきりした理論はない。

トンネル壁面の凸凹により、地山内に引張り応力が発生することは前章の検討でわかったので、次にはGriffithの故知に習い、ゆるませるためのエネルギーの点から考察して見よう。

◎物理学上の大事な法則として、質量不変の法則とエネルギー不変の法則があった。ところが、Einsteinが質量をエネルギーに変換できることを発見して、この原則は崩れた。その応用が原子爆弾や原子力発電になっていることは周知であるが、しかし、質量を $E=mc^2$ で換算すれば、エネルギー不変の法則の方はいまでも真理と考えられている。トンネル掘削の衝撃で質量がエネルギーに変換されることもないので、ここではエネルギーの不滅だけを考えればよい。力学だって力と応力だけしかないのではなく、たまにはエネルギー問題も考えないと上手に解けない。

現場だより



平成4(1992)年

美並村は日本のどまん中

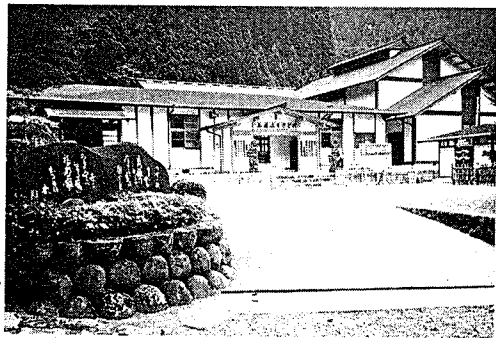
出田 定明

南北に長い日本列島、奥美濃の深い山のふところに抱かれ、和紙とウダツの町美濃市と、郡上おどりで全国的によく知られている八幡町の中間、清流長良川に沿った美並村、実は日本列島の「へそ」、つまり、どまん中にあたる(昭和60年度国勢調査)。

東に御嶽山、北に白山連峰の山々を見わたす恵まれた眺望、ここには四季折々の自然にあふれ、川や森に歴史や伝説が息づき、生き生きとした人の営みがある。

心のふるさとに会いに来たら美並村へと、村の案内にもある。鮎やアマゴ釣り、また落鮎時のヤナ場も村内に四か所ほどあり、シーズンになると大勢の観光客で賑わう。また粥川地区には、荒々しい木彫りの仏像で知られる江戸時代の遊行聖、「円空」の生誕地に「円空ふるさと館」が開館しており、円空仏80体や円空関係資料を展示し、円空の生涯をパネル・写真・ビデオ・ジオラマなどでわかりやすく紹介している。付近は粥川の森で、遊歩道・バンガロー村があり、大自然が楽しめる。

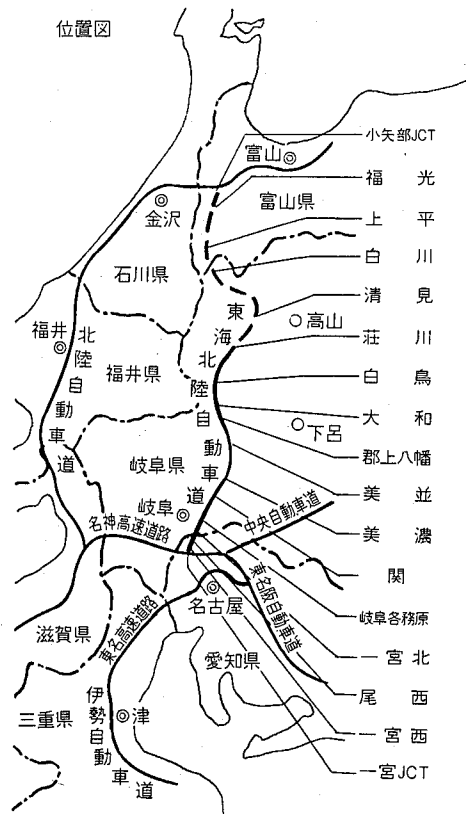
さて、当トンネルは日本道路公団名古屋建設局発注の東海北陸自動車道福野トンネル工事で、工事箇所は美並村のほぼ中央に位置し、村役場より国道156号線東側1kmほど奥まったところにある。工事延長2,146m、土工延長734m、橋梁延長186m、トンネル延長1,226m、うち福野トンネル945m、荻安トンネル281mと2本のトンネルよりなっており、工事始点側に福野トンネル、中間に土工工事・橋梁工事を挟んで終点



円空ふるさと館

側に荻安トンネルがあり、トンネル主体の工事である。福野トンネルは昨年10月中旬より掘削に着手し、6月末の進行予定は745m、残り200m、9月末に貫通を目指している。荻安トンネルは、10月中旬を掘削開始目標にしている。地質は中〜古生層「美濃帯」、岩質は粘板岩・チャートが主体である。工法はミニベンチによる全断面掘削のNATM、ずり出しはタイヤ工法(20tダンプ)を採用している。掘削当初は湧水も少なく、比較的順調に進行したが、550mを越えた頃より湧水がしだいに多くなり、岩質も悪化し、企業体職員・作業員ともども苦労しているが、完成まで無事故無災害を合言葉に努力している。

(東急建設(株)・小松建設工業(株)共同企業体所長)



わかりやすいトンネルの力学(15)

福島 啓一

§35-4 ゆるませるためのエネルギー

トンネル、または法面の掘削に伴って、地山がゆるむことは一般によく知られてはいるが、その原因は、従来、あまり明らかにされていない。したがって、有害なゆるみを防ぐ対策も立てることができなかった。グリフィスの理論によると、弾性ひずみエネルギーがひび割れの表面エネルギーに変換されるのであるから、トンネル掘削前後の地山のひずみエネルギーの変化を求めることができれば、ゆるみ防止策の一端を明らかにできると思われるので、この差を計算してみよう。

(1) ひび割れを発生させるエネルギー

一般に、力を受けている弾性体や弾塑性体はひずみエネルギーを持っている。地山はなにしろ体積が大きいから、非常に大きなひずみエネルギーを持っており、トンネルの掘削に伴って、このエネルギーの一部は支保工や巻立てコンクリートに伝達されるが、一部は地山を塑性変形させたり、地山の中に割れ目をつくる。つまり、地山をゆるませるために使われると考えられる。

まず、このエネルギーでひび割れがどう変化するか、それが強度にどう関係するが、Griffithの考え方を紹介する。

物理学的に原子間の引力から計算される物体の強度に比べ、実際の物体の強度は1/100か、1/1000にしかならないことがわかってきたが、Griffith²⁷⁾は、この原因は物体の中には小さなひび割れがあり、そこで応力の集中が起こり、平均応力は低くても部分的には高い応力状態になっているためと考えた。また、ひび割れが伸展すると表面エネルギーが増えるが、一方では、その物体全体としては応力が下がるか、長さが伸びるなどして、いままで持っていた弾性ひずみエネルギーが減り、あるいは外部に対して仕事をして、この増減はつり合うはずであると論じた。

具体的には、弾性体のひずみエネルギーはフックの法則が成り立つとすると、次のように計算できる。

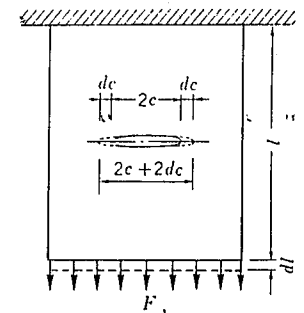


図-35-4 グリフィスひび割れ

$$W = \Sigma \int \int (\sigma \epsilon) d\sigma dv = \frac{1}{2} \int (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx}) dv$$

$$= \frac{1}{2} \int \{ (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\nu(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x)) / E + (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) / 2G \} dv \quad (35 \cdot 1)$$

主応力で考えると、

$$W = \frac{1}{2} \int ((\sigma_1 \epsilon_1 + \sigma_2 \epsilon_2 + \sigma_3 \epsilon_3) / E) \cdot dv$$

$$= \frac{1}{2} \int \{ (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)) / E \} \cdot dv \quad (35 \cdot 2)$$

Griffithは、板に極く細長い楕円形のひび割れがある場合について考えた。なぜ板かという、固体の中に円盤状のひび割れがある場合についての計算よりも、この方がやさしいからである。しかも、現象の本質についてわかるのはどちらも同じであるから、そうすれば計算はやさしいほどよいのである。

さて、図-35-4のように長さ2cの小さなひび割れが1つある板に力Fを加えたとして、いま、ひび割れが片側にdcずつ伸びて長さ2c+2dcになったとすると、板もlからl+dlに伸びるはずである。このとき板がdlだけ伸びるために受けるエネルギー(あるいは、載荷装置

* 飛鳥建設(株)技術本部技術企画部担当部長

がする仕事 ($W_1 = Fdl$) - ひずみエネルギーの変化 ($W_2 = \frac{1}{2} Fdl$) とひび割れが dc だけ伸びるために増える表面エネルギーは、エネルギーの保存の法則が働いているので等しいはずである。ゆえに、

$$\frac{dW}{dc} + \frac{dU}{dc} = 0 \quad (35.3)$$

したがって、これからトンネルを掘ったことによるエネルギーの収支 (増減といってもよい) を計算すれば、ひび割れがどのくらいできるかが計算できる。

Griffithは、板に α_0 の楕円孔があいたときのひずみエネルギーの減少を、楕円孔まわりの応力とひずみから次のように計算している。

$$W = \frac{\pi c^2 \sigma^2}{8G} (p+1) \cosh 2\alpha_0 \quad (35.4)$$

非常に細いひび割れでは、 $\alpha_0 \approx 0$, $\cosh 2\alpha_0 \approx 1$ になるので、

$$W = \frac{\pi c^2 \sigma^2}{8G} (p+1) = \frac{\pi c^2 \sigma^2 (1-\nu^2)}{E} \quad (\text{平面ひずみ})$$

$$\text{または、} \quad W = \frac{\pi c^2 \sigma^2}{E} \quad (\text{平面応力}) \quad (35.5)$$

ここに、 σ : 板の外側 y 方向から働く外力、 $G = E/(2(1+\nu))$, ν : ポアソン比、 $p = (3-\nu)/(1+\nu)$, (平面応力の場合)、 $p = 3-4\nu$ (平面ひずみの場合)。

この式を微分して亀裂が片側に dc だけ伸びるときのエネルギーの変化を求めると次のようになる。

$$-dW/dc = -2\pi c \sigma^2/E \quad (35.6)$$

一方、表面エネルギーの変化は、表面積が 4γ だけ増えるので、

$$dU/dc = d(4\gamma c)/dc = 4\gamma \quad (35.7)$$

ここに、 γ : 単位面積あたりの表面エネルギー。したがって、

$$\frac{d}{dc} (4c\gamma) - \frac{d}{dc} \left(\frac{\pi c^2 \sigma^2}{E} \right) = 0 \quad (35.8)$$

$$\therefore 2\gamma - \frac{\pi c \sigma^2}{E} = 0$$

これより、次のように強度が求められる。

$$\sigma = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi c}} \quad (35.9)$$

その後の材料強度学の研究³³⁾を通じて、この考えは支持されている。

©Griffithは、非常に細長いひび割れの場合について計算しているが、この式に $\alpha_0 \rightarrow \infty$, $c \rightarrow 0$ とすると円の場合になる。そのとき $c^2 \cosh 2\alpha_0 = 2c^2 \cosh^2 \alpha_0 - c^2 \rightarrow 2a^2$ となるので、平面ひずみの板に円孔をあけた場合のエネルギーの減少は次のように求められる。

$$W = \frac{1-\nu^2}{E} 2\pi a^2 \sigma^2 \quad (35.10)$$

これは、次章で求める円孔の場合のエネルギーの変化の $1-\nu$ 倍になっている。Griffithの計算間違いではないかと思われるが、多くの本でこのまま引用されている。この修正が正しいとすると細長い楕円孔は円孔の場合の半分のエネルギーを解放することがわかる。

◎これよりわかることの一つは、ひずみエネルギーが解放されないとひび割れが伸びないことである。応力だけで考えると、木々端みじんに壊れるか、びくともしない、ちっとも壊れないかで中間がないが、エネルギーで考えると、ひび割れが入るけれども、その量は、このくらいということがわかる。掘削直後の状態を考えると、変形の進行につれて地山の奥の方からトンネル周辺にエネルギーが運ばれてくる。応力だけで考えるとほとんど瞬間的に高い応力になってすぐ壊れそうなものであるが、徐々にひずみ、それにつれてエネルギーが移ってくると、それに応じてひび割れが生ずるということで、つじつまが合う。時間ごとのヤング率や強度の変化、変位や応力の変化図とエネルギーの相関を描くと、なおよいと考えられるが、このような観点からの研究は、まだないようである。

一方、ひび割れが延びることによる表面エネルギーの増加は昇華熱や表面張力の測定から求められる。また、岩石を砕いて碎石を造る時の必要なエネルギーについては、次のような説がある¹²³⁾。

「Bondは、岩石を破碎するときのエネルギー変化を粒子径 x の2.5乗に比例するとした (表面のエネルギーだけだと x の2乗に比例するが、そのほかに粒子をひずませ、最終的には熱エネルギーに転換される分もあり、2.5乗に比例するとした)。一方、粒子の数は x の3乗に比例するから、単位面積あたりのエネルギーは $x^{2.5}/x^3 = 1/\sqrt{x}$ に比例する。したがって、次のようになるとした。
 $W = W_2 - W_1 = C_B(1/\sqrt{x_2} - 1/\sqrt{x_1}) = 10W_1(1/\sqrt{x_2} - 1/\sqrt{x_1})$
 W : 破碎に要するエネルギー、 W_1, W_2 : 破碎の前後の粒子のエネルギー、 x_1, x_2 : 破碎の前後の粒子の径、 W_1 : 表-35.2参照。

ひび割れが成長するために必要なエネルギーは、その物質の潜熱や昇華熱などから求められるのが一般的であるが、潜在ひび割れがあるような岩盤の場合は、これより

表-35.2 Bondの仕事指数 W_1

岩石名	比重	仕事指数(kWh/t)
花崗岩	2.66	16.56
安山岩	2.84	20.08
玄武岩	2.91	18.81
石灰岩	2.65	13.79
頁岩	2.57	15.73
ガラス	2.58	13.54

破碎のエネルギーは表面積に比例する。 x^2 に比例するという説もある。

割り引く必要があるかも知れない。いずれにしろ、材料固有の値がある。岩石については、表-35.2のBondの仕事指数が参考になる。Griffithは、ガラスについて常温で 0.00055kg/cm という表面張力の値を示しているので、Bondの表も参考にすれば、岩石もほぼこの程度と考えてよからう。

そこで、掘削に伴うエネルギーの収支を計算すれば、ゆるみに (ひび割れ形成に) 使われるエネルギーの大きさが予測でき、ゆるみを防ぐのに必要な対策についても有用な知識が得られるであろうと考えられる。

(2) 弾性変形の場合

いま、簡単のために地山の自重は無視し、 x, y 方向に静水圧状態の地圧 p_0 (z 方向 = トンネル軸方向のみは $2\nu p_0$) が働く地山内に半径 a の円形のトンネルを掘った場合を考える。座標の原点をトンネル中心にとれば、トンネル掘削前の応力とひずみは次式で表される。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_t = p_0 \\ \sigma_z &= \nu(\sigma_r + \sigma_t) = 2\nu \cdot p_0 \\ \varepsilon_r &= \varepsilon_t = (1-2\nu)(1+\nu)p_0/E \\ \varepsilon_z &= [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_t)]/E = 0 \end{aligned} \quad (35.11)$$

ここに、 $\sigma_r, \sigma_t, \sigma_z$: それぞれ半径方向、切線方向、トンネル軸方向の応力、 $\varepsilon_r, \varepsilon_t, \varepsilon_z$: それぞれ半径方向、切線方向、トンネル軸方向のひずみ、 E : ヤング率、 ν : ポアソン比、 p_0 : 地山の初期地圧 $= \gamma H$ 、応力・ひずみの記号は引張り・伸びを正にとる。

したがって、半径 R の単位長さの地山が持っている弾性ひずみエネルギーは、

$$\begin{aligned} W &= \Sigma \frac{1}{2} \sigma \varepsilon V \\ &= \left[\frac{1}{2} p_0 (1-2\nu)(1+\nu)p_0/E \right] \cdot 2\pi R^2 \\ &= p_0^2 \cdot \{(1-2\nu)(1+\nu)/E\} \cdot \pi R^2 \end{aligned} \quad (35.12)$$

この地山に、半径 a のトンネルを掘る場合について考える。掘削して運び出された単位長さの地山が掘削前に持っていたエネルギーは、

$$W_1 = p_0^2 \cdot \{(1-2\nu)(1+\nu)/E\} \cdot \pi a^2 \quad (35.13)$$

このエネルギーは掘削した地山とともに運び去られ、運動エネルギーや熱エネルギーに転換される。

周辺地山 ($a < r < R$) の応力とひずみは次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= p_0 - (a^2/r^2)(p_0 - p_i) \\ \sigma_t &= p_0 + (a^2/r^2)(p_0 - p_i) \\ \sigma_z &= \nu(\sigma_r + \sigma_t) = 2\nu p_0 \\ \varepsilon_r &= p_0(1+\nu)(1-2\nu)/E - (a/r)^2(p_0 - p_i)(1+\nu)/E \\ \varepsilon_t &= p_0(1+\nu)(1-2\nu)/E + (a/r)^2(p_0 - p_i)(1+\nu)/E \\ \varepsilon_z &= 0 \end{aligned} \quad (35.14)$$

ここに、 p_i : トンネル内空面での支保工などによる反力、したがって、半径 $r=a$ と $r=R$ の間の地山が持っている

弾性ひずみエネルギーは、

$$\begin{aligned} W_2 &= \int_a^R \left(\frac{1}{2} \sigma_r \varepsilon_r + \frac{1}{2} \sigma_t \varepsilon_t \right) 2\pi r dr \\ &= \int_a^R \left\{ (1+\nu)/E \right\} [(1-2\nu)p_0^2 \\ &\quad + (p_0 - p_i)^2 a^4/r^4] 2\pi r dr \\ &= \{(1+\nu)(1-2\nu)/E\} p_0^2 \pi (R^2 - a^2) \\ &\quad - \{(1+\nu)/E\} \pi (p_0 - p_i)^2 (a^4/R^2 - a^4) \end{aligned} \quad (35.15)$$

ここに、 $R \rightarrow \infty$ であるから、 $a^4/R^2 \approx 0$ になる。ゆえに、

$$W_2 = \{(1+\nu)(1-2\nu)/E\} p_0^2 \pi (R^2 - a^2) + \{(1+\nu)/E\} \pi (p_0 - p_i)^2 a^2 \quad (35.16)$$

この第1項は掘削前に $a < r < R$ の地山が持っていたエネルギー $W - W_1 = \{(1+\nu)(1-2\nu)/E\} p_0^2 \pi (R^2 - a^2)$ に等しい。

したがって、この区間で掘削により変化する増加エネルギーは、

$$\Delta W_2 = \{(1+\nu)/E\} (p_0 - p_i)^2 a^2 \quad (35.17)$$

半径 R ($R \rightarrow \infty$) のところの地山は応力 p_0 を受けているが、トンネル掘削により、

$$\delta_R = \{(1+\nu)/E\} (p_0 - p_i) \cdot a^2/R \quad (35.18)$$

だけ変位するので、 $r=R$ より外側の地山は次の大きさのエネルギーを解放する。

$$\begin{aligned} W_3 &= p_0 \times \delta_R \times 2\pi R \\ &= p_0 \times \{(1+\nu)/E\} (p_0 - p_i) a \cdot a/R \times 2\pi R \end{aligned} \quad (35.19)$$

つまり、 W_3 だけのエネルギーが R の外側から内側に移ってくる。 R の外側では W_3 の分だけエネルギーが減るが、体積が大きいので実際に計測できたり、観測できたりするほどの影響はない。

◎この場合、半径 $R \rightarrow \infty$ なので、ここに働く圧力は常に p_0 で一定であるから、(35.14)式などと違い $1/2$ という係数を入れる必要はない。 δ_R はごく小さいので、計測などで確かめることはできないが、微分や積分を使うと、このように計算することができるのが数学の素晴らしいところである。

トンネル内空面は掘削する前は p_0 の圧力があり、掘削後、変位 u_a とともに圧力は p_i に減り、支保工と接触して、これとつり合う反力 p_i を発生し安定する。

掘削前後の変位の差 u_a は、

$$u_a = \frac{1+\nu}{E} a(p_0 - p_i) \quad (35.20)$$

であるから、トンネル内空面が力のつり合いを保ちながら (圧力が p_0 から p_i へと徐々に減りながら) 変形するとすれば、その間に地山は次のエネルギーを失い、その一部は支保工に伝達される。ゆっくりと圧力を受けながら変形して行く理想的な支保工の地山から受け取るエネルギーは次のように計算される。

$$W_4 = \int 2\pi a p du_a = \int 2\pi a p a \{(1+\nu)/E\} dp$$

$$= \{(1+\nu)/E\} \pi a^2 (p_0 - p_i) \quad (35 \cdot 21)$$

ただし、これだけのエネルギーを全部受け止められる支保工の具体的な形を考えると、掘削前にすでに設置してあり、地山の変形と圧力に常につき合いながら少しずつ変形し圧力を下げていく（熱力学でいう可逆変化）支保工である。これは、実験などでトンネルを掘削する部分にあらかじめ圧力 p_0 の油の入ったゴムチューブを入れておき、この圧力を徐々に下げて、トンネル掘削を模擬するときなどに相当する条件である。一般には、このような理想的な支保工はない。実際に使われる支保工はドンと掘削してから、しばらくして建て込むので最初の圧力はゼロで、地山の変位に比例して圧力が増えていくものである。しかも、支保工の設置は地山の掘削からかなり時間をおいて行われ、支保工を設置する前に地山はかなり変形してしまっているのが普通である。したがって、ここで放出される地山のエネルギーの大部分は支保工に移転されず、ゆるみや振動や熱のエネルギーに変換される。

そこで、まず、どれだけのエネルギーが地山から放出されるかを計算してみよう。

いま、(35・11)～(35・19)式に $p_i = 0$ とおいてみると（つまり、支保工なしの場合を考えると）、

[ゆるみなどに交換されるエネルギー W_2] = $-[a < r < R$ の地山のひずみエネルギーの減 $\Delta W_2] + [r > R$ の外側から貰うエネルギー $W_3]$

$$W_2 = W_3 + \Delta W_2$$

しかるに、

$$\Delta W_2 = -\{(1+\nu)/E\} \pi a^2 p_0^2 \quad (35 \cdot 22)$$

$$W_3 = 2\{(1+\nu)/E\} \pi a^2 p_0^2 \quad (35 \cdot 23)$$

になっている。トンネル掘削に伴ってトンネルより遙か遠いところからトンネル周辺（半径 R と r の間）の地山へ移ってきた弾性エネルギーのうち半分はトンネル内部に放出され、ゆるみなどに変わり、残りはひずみエネルギーとして $a < r < R$ の地山に保持されていることがわかる。

この放出エネルギーおよびトンネル内空部分の持っているエネルギーは、瞬間的には振動のエネルギーに変わり、やがて熱エネルギーやひび割れエネルギーに変換される。

具体的には、例えばトンネル周壁の地山内の応力は掘削前に $\sigma_r = \sigma_t = p_0$ だったものが、最終的にゼロおよび $2p_0$ になるが（いま完全弾性体と仮定している）、その前に掘削直後は $\sigma_r = \pm p_0$ 、および $\sigma_t = 2p_0 \pm p_0$ の間で振動を起こすことになる。したがって、地山の強度が $3p_0$ であれば、この時点で地山の破壊ないし、ひび割れが起こることになる。つまり、静的に考えると地山の強度が $2p_0$ あれば破壊やひび割れが起こらないはずなのに、急激に掘削すると $3p_0$ の強度がないとひび割れなどが起こることになる。それ以上に瞬間的に $-p_0$ の引張り応力が

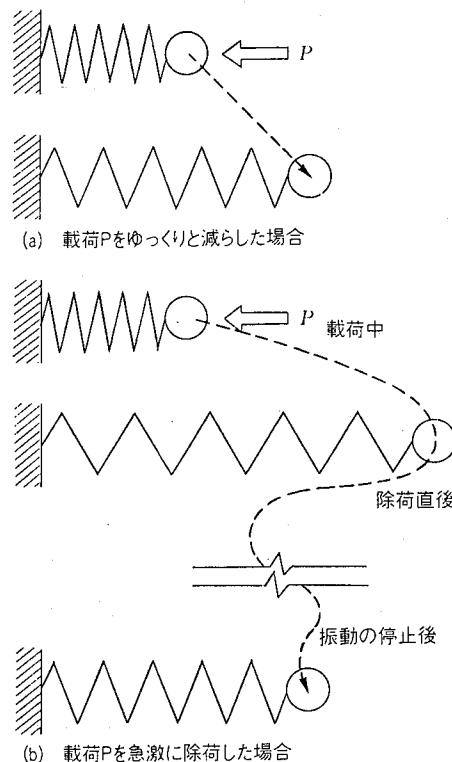


図-35・5 掘削方式の違いによる地山挙動の模式図

発生するが、これがひび割れの発生、ひいてはゆるみの発生の大きな原因になっている。

ただし、以上の話はトンネルが完全に円形、側圧係数は1とした場合のことである。実際のトンネルでは当然掘削面の凹凸があり、側圧係数も必ずしも1ではないのでその影響がある。

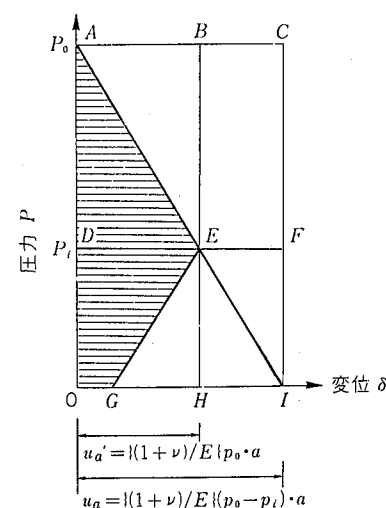
掘削の瞬間に設置されたほぼ理想的な支保工を考えると、地山の変形に伴って支保工に働く圧力はゼロから p_i まで増え、地山から次のひずみエネルギーを受けとる。

$$W_4' = \frac{1}{2} u_a \cdot p_i \cdot 2\pi a$$

$$= \{(1+\nu)/E\} \pi a^2 p_i (p_i - p_0) \quad (35 \cdot 24)$$

ここに、吹付けコンクリート支保の場合、 $(1+\nu)/E$ ；換算ヤング率 $= (1-\nu_c)^2 a^2 / (E_c \times t)$ 、 t ；吹付けコンクリートの厚さ、 E_c 、 ν_c ；吹付けコンクリートのヤング率とポアソン比、 p_i ；支保工で負担する内圧。これらの概念は、図-35・5に示す圧縮してあるバネを解放するときの挙動を見るとわかりやすい。

もし、外径 $a = \Delta a$ で、剛性は無限大の支保工を設置して、地山が Δa だけ変位したのち初めて支保工と接触し、ただちに内圧 p_i が発生して安定したものとするれば、この W_4 のエネルギーは支保工に転換することができず、どこにも転換されなくなり、つまりは地山をゆるませ、



半径 a と R の間の地山が持っているエネルギーの変化量 $\Delta W_1 = \{(1+\nu)/E\} \pi a^2 (p_0 - p_i) = \square ADEB \times a\pi$
 $= \triangle ADE \times 2a\pi = \triangle ABE \times 2a\pi$
 半径 R より外側から移動してくるエネルギー $W_3 = \{(1+\nu)/E\} \pi p_0 (p_0 - p_i) 2\pi a^2 = \square ABHO \times 2a\pi$
 ゆえに、 $W_3 - \Delta W_1 = \square AEHO \times 2a\pi$ （地山から開放されるエネルギー）

その中で支保工に移るエネルギーは、
 $W_4 = (1/2) u_a \cdot p_i \cdot 2a\pi = \triangle EGH \times 2a\pi$
 差し引きのゆるみ・振動・熱などになるエネルギーは、
 $W_5 = \square OAEH \times 2a\pi$
 理想的な支保工の受け取るエネルギーは、
 $W_6 = \triangle AEHO \times 2a\pi$
 ここに、 OG ：支保工設置前の変位
 AEI ：地山応答曲線（Fenner-Pacher曲線）

図-35・6 トンネル掘削に伴うエネルギーの移動（弾性変形のみの場合）

ひび割れを発生させるのに使われることになると考えられる。シールド工法は、これに近い。

一般には支保工の設置はかなり遅れるが、剛性は無限大ではないので、内圧 p_i でつり合い、支保工に移転するエネルギーは次のようになる。

$$W_4' = (1-\nu_c^2) (a^2/t) (1/E_c) \pi a^2 (p_i - p_i') (p_i - p_0) \quad (35 \cdot 25)$$

ここに、 p_i' ：支保工設置前の内空変位時の内圧、 W_4' と W_5 との差は主にひび割れを作るエネルギーに使われるようになる。地山をゆるませないためには、支保工が十分な強度を持つと同時に、エネルギーを吸収できるように適切なたわみ性を持つものを早く設置する必要があることがわかる。それにしても、すべてのエネルギーを支保工で吸収することはできない。

以上で計算した支保工反力 p_i や変形量 u_a とエネルギーの分担をわかりやすく示すと、図-35・6のようになる。

以上の計算は、トンネルをかなりの長さにわたって一

度に掘削することになっているが、もし、TBMで掘削する場合のように切羽を数cmくらいずつ掘削していく場合には地山から解放されたエネルギーは、これから掘削する地山部分、つまり、鏡の部分をもっとも応力集中が激しいので、その部分をゆるめるのに使われ、周辺の掘削後も残る部分はほとんどゆるめられないことになる。したがって、地山内に一時的にも引張り応力が発生しない。

いいかえれば、切羽前方の地山が掘削と同時に上記した理想的な支保工を設置したのと同じ作用をしていることになる。これが、TBMで掘削したトンネルでゆるみの小さい原因の一つと考えられる。泥水シールドや泥土圧シールドも裏込め注入を完全にすれば、この状態に近い。断面を分割して掘削するのも、さね残し工法も、鏡ボルトも上手にやれば、これに近くなる。

別の言い方をすれば、周辺地山の半径方向応力と内側にある切羽前方の地山も含めて、これと対抗する支保工などによる反力との差をなるべく小さく保ち、できるだけゆっくり変形するようにし、周辺地山の持っているエネルギーを可能なかぎり外部への仕事に使わせる。熱力学でいう可逆変化に近い変化をさせるほど地山をゆるめないとと言える。

◎石造りのアーチ橋のセントルを外すときには、実に慎重に行う。RCのアーチでも同じことである。これは、一つには石と石の間の微少な隙間や、点接触状態から大きな力を伝えることができる面接触状態へと転換するのに多少時間がかかることに関係しているようである。ここで計算したのは、そんな微妙なことは無視した単純な連続体、弾性体としての計算であるから、実情はもっと複雑であり、例えば、TBM掘削と発破掘削の差は、この計算以上に大きいであろう。

◎強度ギリギリまで荷重を載せるときには、慎重に、ゆっくり行のが常識である。発破掘削は、そんな常識よりも能率を採るわけであるから、衝撃係数のようなものを加味する必要がある。

Wickham¹⁰⁰⁾らの調査によると、トンネルの径が小さいほどTBM掘削と発破工法による掘削とのゆるみ荷重の差が大きくなっているが、これも、大断面トンネルでは爆破工法でも断面を分割して掘るので急激なエネルギー解放がないためと考えられる。

◎膨張性の地山と言われる非常に地圧の強いところでは、先に導坑を掘って地圧を逃がし、後で残りの断面を掘るという掘削法が取られることがあるが——いなし工法とも呼ばれている——、これも地山から解放されるエネルギーが後から切り抜ける部分の地山をゆるめるために使われており、掘削後支保工や巻き立ての後ろに残る地山をあまりゆるめられないことから、強い地圧が働かなくなるの

であろうと考えられる。

(3) 弾塑性状態の場合

弾性状態でのひずみエネルギーはわかったが、実際にゆるみが問題になるのは地山が塑性状態になったときである。地山が塑性状態になると、応力やひずみは上述の計算値と違って来る。これを計算してみよう。

$W_1 \sim W_3$ は前項にならって、次のように計算できる。

$$W_1 = p_0^2 \{(1-2\nu)(1+\nu)/E\} \pi a^2 \quad (35\cdot26)$$

弾塑性境界の外側($r=R_p$)と $r=R_p \rightarrow \infty$ の間の地山が持つ弾性ひずみエネルギーは、

$$W_2 = \{(1-2\nu)(1+\nu)/E\} p_0^2 \pi (R^2 - R_p^2) + \{(1+\nu)/E\} \pi (p_0 - \sigma_R)^2 (R_p^2 - R_p^4/R^2) \quad (35\cdot27)$$

そのうち、掘削前後で変化する分は、

$$\Delta W_2 = \{(1+\nu)/E\} \pi (p_0 - \sigma_R)^2 R_p^2 \quad (35\cdot28)$$

ここに、 $\sigma_R = (2p_0 + s)/(m+2)$ ；弾塑性境界での半径方向の応力、

$r=R$ より外側の地山から移動してくるエネルギーは、

$$W_3 = p_0 \delta R 2\pi R = \{(1+\nu)/E\} p_0 (p_0 - \sigma_R) R_p^2 2\pi \quad (35\cdot29)$$

W_3 の計算式をみると、支保工反力 σ_R をうける半径 R_p のトンネルを掘ったのと同じことになっている。つまり、塑性域が広がるほど解放されるエネルギーが大きくなることがわかる。

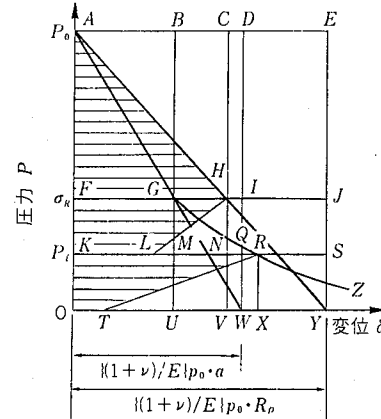
塑性域のひずみ変形のエネルギー W_4 は、弾性変形の部分と塑性変形の部分にわけて、次のようにして求められる(塑性域にだって弾性ひずみ分がある。力を外すと元に戻る分が少しある)。

$$W_4 = \int_{R_p}^R \left[\left(\frac{1}{2} \sigma_{re} \epsilon_{re} \right) + \left(\frac{1}{2} \sigma_{ue} \epsilon_{ue} \right) \right] 2\pi r dr + \int_{R_p}^R \left[\left(\sigma_{rp} \epsilon_{rp} \right) + \left(\sigma_{up} \epsilon_{up} \right) \right] 2\pi r dr \quad (35\cdot30)$$

ここに、添字 e, p は弾性、塑性を表す。

応力とひずみは§27~28で求めたとおりで、次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= s/m + (\sigma_R - s/m)(r/R_p)^m \\ \sigma_t &= s/m + (m+1)(\sigma_R - s/m)(r/R_p)^m \\ \sigma_z &= \nu(\sigma_r + \sigma_t) \\ &= 2\nu s/m + \nu(m+2)(\sigma_R - s/m)(r/R_p)^m \\ \epsilon_{re} &= \{\sigma_r - \nu(\sigma_t + \sigma_z)\}(1+\nu)/E \\ &= \{(1+\nu)/E\} [(1-\nu-2\nu^2)s/m \\ &\quad + (1-\nu-m\nu-2\nu^2-m\nu^2) \\ &\quad (\sigma_R - s/m)(r/R_p)^m] \\ \epsilon_{te} &= \{\sigma_t - \nu(\sigma_r + \sigma_z)\}(1+\nu)/E \\ &= \{(1+\nu)/E\} [(1-\nu-2\nu^2)s/m \\ &\quad + (1+m-\nu-m\nu^2-2\nu^2) \end{aligned}$$



半径 R と R_p の間のエネルギーの増加

$$\Delta W_2 = \{(1+\nu)/E\} \pi R_p^2 (p_0 - \sigma_R)^2 = \Delta AHF \times 2\pi R_p$$

半径 R より外側から移ってくるエネルギー、

$$W_3 = \{(1+\nu)/E\} 2\pi R_p^2 p_0 (p_0 - \sigma_R) = \square ACVO \times 2\pi R_p = \square AEJF \times 2\pi R_p$$

塑性域地山内のエネルギーの増減、

$$\Delta W_4 = \square FHLK \times 2\pi a$$

支保工の分担するエネルギー

$$W_5 = \Delta RXT \times 2\pi a$$

ここに、 $AGRZ$ ：地山応答曲線

OT ：支保工設置前の内空変位

図-35-7 トンネル掘削に伴うエネルギーの移動(弾塑性変形の場合)

$$(\sigma_R - s/m)(r/R_p)^m \quad (35\cdot31)$$

ここに、 $R_p = a[(\sigma_R - s/m)/(p_0 - s/m)]^{1/m}$ ：弾塑性境界の半径、

ゆえに、これを(35-30)式に代入して、

$$\begin{aligned} W_4 &= \pi R_p^2 \{(1+\nu)/E\} \left[(s/m)^2 (1-2\nu)(1+\nu) \right. \\ &\quad \left. (1-a^2/R_p^2) + (s/m)(1-2\nu)(1+\nu) \right. \\ &\quad \left. (\sigma_R - s/m) \{1 - (a/R_p)^{m+2}\} + \{m^2 + 2m + 2 - 2\nu(m+1) - \nu(m+2)^2\}/(2m+2) \right. \\ &\quad \left. (\sigma_R - s/m)^2 \{1 - (a/R_p)^{2m+2}\} \right] \quad (35\cdot32) \end{aligned}$$

塑性域の塑性変形エネルギーを計算するとき、応力は塑性についても塑性についても同じである。ひずみは、

$$\begin{aligned} \epsilon_{rp} &= dekk \cdot (m+1)/m \\ \epsilon_{tp} &= dekk \cdot (-1)/m \\ dekk &= \{(1-\nu^2)/E\} \{m^2/(m+1)\} (p_0 - s/m) \\ &\quad [(r/R_p)^m - (R_p/r)^{m+2}] \quad (35\cdot33) \end{aligned}$$

これを(35-30)式に代入すると、塑性ひずみエネルギーは、つぎようになる。

$$\begin{aligned} W_{4p} &= \int_{R_p}^R (s/m) dekk \cdot 2\pi r dr \\ &= \{(2\pi sm/(m+1))\} \{(1-\nu^2)/E\} (p_0 - s/m) \times \\ &\quad \int [(r/R_p)^m - (R_p/r)^{m+2}] r dr \\ &= \{(2\pi sm/(m+1))\} \{(1-\nu^2)/E\} (p_0 - s/m) R_p^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &[1/(m+2)] \{1 - (a/R_p)^{m+2}\} + (1/m) \\ &\{1 - (R_p/a)^m\} \quad (35\cdot34) \end{aligned}$$

なお、 σ_R の関数として表すときは、

$$p_0 - s/m = \{(m+2)/2\} (\sigma_R - s/m)$$

この部分がもともと持っていたエネルギーは、 W_1 や W_2 に準じて次のように求められる。

$$W_4 = \{(1-2\nu)(1+\nu)/E\} p_0^2 \pi (R_p^2 - a^2) \quad (35\cdot35)$$

ゆえに、この部分でのエネルギーの増減は、

$$\Delta W_4 = W_4 - W_{4e} - W_{4p} \quad (35\cdot36)$$

ここに、

$$\begin{aligned} W_4 &= \pi R_p^2 \{(1+\nu)/E\} \left[(s/m)^2 (1-2\nu)(1+\nu) \right. \\ &\quad \left. (1-a^2/R_p^2) + (s/m)(1-2\nu)(1+\nu) \right. \\ &\quad \left. (\sigma_R - s/m) \{1 - (a/R_p)^{m+2}\} + \{m^2 + 2m + 2 - 2\nu(m+1) - \nu(m+2)^2\}/(2m+2) \right. \\ &\quad \left. (\sigma_R - s/m)^2 \{1 - (a/R_p)^{2m+2}\} \right. \\ &\quad \left. - \{(2\pi sm/(m+1))\} \{(1-\nu^2)/E\} \right. \\ &\quad \left. (p_0 - s/m) R_p^2 \{1/(m+2)\} \{1 - (a/R_p)^{m+2}\} \right. \\ &\quad \left. + (1/m) \{1 - (R_p/a)^m\} \right] \end{aligned}$$

これより計算すると、掘削前の地山が持っていたひずみエネルギーに比べ相当減るので、この分がひび割れエネルギーに転換される。そのほか支保工があるときは、支保工のひずみエネルギーが次式で求められるように増加する。

$$W_5 = \frac{1}{2} u_a \cdot p_0 \cdot 2\pi a \quad (35\cdot37)$$

ここに、 u_a ：支保工を設置してからの変位。

したがって、掘削後のひずみエネルギーは、

$$W_5 = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 \quad (35\cdot38)$$

ここで、トンネル掘削前の弾性ひずみエネルギー W よりも掘削後のひずみエネルギーの合計 W_5 が小さければ、その差の分だけは運動エネルギーとなって岩片を飛び出させたり、地山を振動させたり、ひび割れをつくって、表面エネルギーに転換させたり、熱エネルギーになったりする。その比率は岩質によって変わるが、一般にはかなり大部分のエネルギーが地山をゆるめるのに使われることになる。図-35-6にならってエネルギーの差し引きの概念図を作ると図-35-7のようになる(面積に掛ける係数が違ったりして、弾性的場合ほど簡単明瞭にはならない)。

◎応力ひずみ曲線を図-26-4のように仮定しているので、塑性ひずみ分には1/2の係数がついていないことに注意。

W_5 から ΔW_2 と W_4 を差し引いた残りの分のエネルギーは、支保工の変形やひび割れ形成のためのエネルギーになる。そのうち、塑性変形に使われたエネルギーは完全弾塑性の場合、潜在エネルギーに変換されず熱エネルギーに変換される。したがって、弾性ひずみエネルギーのつり合い(差し引き)、支保工の変形エネルギーと塑性変形エネルギーを計算すれば、残り振動やひび割れ形成に消費された

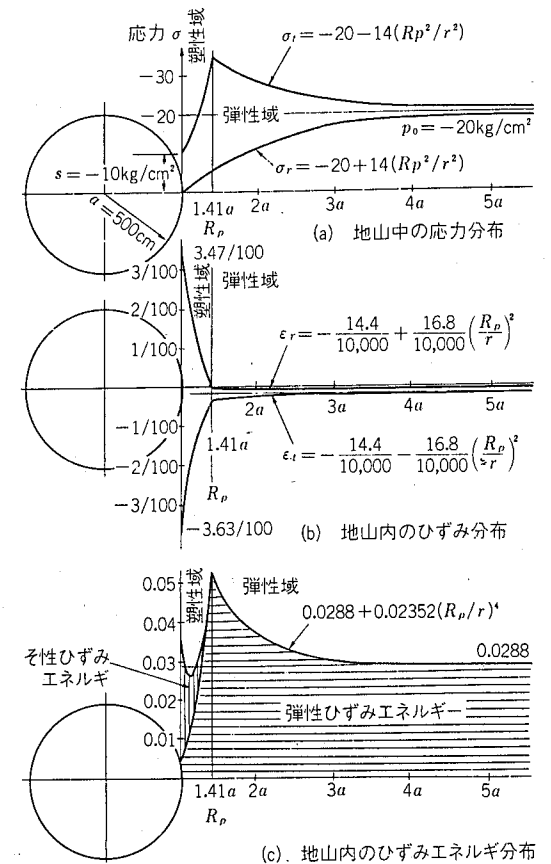


図-35-8 トンネル周囲の地山内の応力、ひずみ、ひずみエネルギーの分布

エネルギーがわかるはずである。

相関流れ則を仮定した場合のエネルギーのつり合いを計算した一例を示すと、次のようになる。

仮定条件 $p_0 = -\gamma H = -20 \text{ kg/cm}^2 (-2 \text{ MPa})$, $E = 10,000 \text{ kg/cm}^2 (1 \text{ GPa})$, $\nu = 0.2$, $\sin \phi = 0.6$, $\phi = 36.87^\circ$, $m = 3$, $s = 10 \text{ kg/cm}^2 (1 \text{ MPa})$, $a = 500 \text{ cm}$ とすると、 $\sigma_R = 4 \text{ kg/cm}^2$, $R_p = 622.86 \text{ cm}$ になる。エネルギーは次のように計算される。

R より外側から供給されるエネルギー

$$W_3 = 93,605 \text{ kg-cm/cm (936 kJ/m)}$$

弾性域のエネルギー増減

$$\Delta W_2 = -37,441 \text{ kg-cm/cm (-37 kJ/m)}$$

塑性域の弾性ひずみエネルギー

$$W_{4e} = 24,451 \text{ kg-cm/cm (244 kJ/m)}$$

塑性域の塑性ひずみエネルギー

$$W_{4p} = 8,086 \text{ kg-cm/cm (80 kJ/m)}$$

塑性域が元々持っていたエネルギー(差し引き)

$$W_4 = -12,482 \text{ kg-cm/cm (-124 kJ/m)}$$

ゆえに、エネルギーの変化は、

76,219kg-cm/cm(762kJ/m)の減少

つまり、差し引き76,219kg-cm/cm(762kJ/m)のエネルギーが減少するが、そのうちのかなりの部分がひび割れをつくるのに使われることになる。

岩石の表面張力を0.0005kg/cmとすると、76,219kg-cmのエネルギーでできるひび割れ面積は、

$$A = 76,219 / 0.0005 = 250 \text{ m}^2 / \text{m}$$

となる。トンネルの周長が31mであるから、トンネルの周りに8重にひび割れができることになる。

トンネル内から放射方向にボーリングすると8つのひび割れがあることになる(図35-3参照)。

しかし、この計算では何処でエネルギーが変化するのかよくわからないので、次に単位体積あたりの計算を示す。

$$W_1/V_1 = p_0^2 \times \{(1-2\nu)(1+\nu)/E\}$$

$$W_2/V_2 = \{(1+\nu)/E\} [(1-2\nu)p_0^2 + (p_0 - \sigma_R)^2 (R_p/r)^4]$$

$$W_3/V_3 = 0$$

$$W_4/V_4 = \{(1+\nu)/E\} [(s/m)^2(1-2\nu) + \{(m+2)s/2m\}(1-2\nu)(\sigma_R - s/m)(r/R_p)^m + \{m^2 + 2m + 2 - \nu(m+2)\}(\sigma_R - s/m)^2 (r/R_p)^{2m}]$$

$$W_5/V_5 = \{(sm/(m+1))\} \{(1-\nu^2)/E\} (p_0 - s/m) \times [(r/R_p)^m - (R_p/r)^{m+2}] \quad (35-39)$$

計算例を地山中の応力分布、ひずみ分布とともに図-35-8に示す。これより、そ性域内では単位体積あたりのひずみエネルギーが小さいこと、そ性域が広がるとエネルギーのつり合いが破れ破壊に使われるのがよくわかる。以上の計算は完全弾性、つまり、降伏しても強度低下はないものとして行っているが、破壊エネルギーにより当然強度低下が起こるので、そ性域の半径 R はこの計算より大きくなり、エネルギーのつり合いはさらに破れることになる。◎ひずみエネルギーの減る分についてのみ計算したが、これが実際の岩石ではどのくらいの比率で飛び出しの運動エネルギーになるか、ひび割れになるか、熱になるかなどはまだデータがなくよくわからない(完全そ性の場合は熱になる。完全弾性の場合では飛び出しと振動になるが、振動になった分は時間が経てば熱になる程度のこととはわかるが)。

◎単位体積あたりにすると、ゼロに近い R より外側から移ってくるエネルギー W_5 だが、絶対量にするとこれがひび割れエネルギーのほとんどすべてを供給していることがわかる。下世話にも物言わぬ大衆と言うのは割とバカにされているが、本当は一番力を持っているように、トンネルの現象でもトンネルよりかなり離れていて、わっしは何等関わりもございませんとおっしゃっているような、いわば物言わぬ大衆の地山の強い圧力が変化のすべてのエ

ネルギーを供給していることがわかる。

(4) 岩石のぜい性-延性転移からの考察

地山が延性変形をして、ひずみエネルギーが熱エネルギーに変換されるか、ぜい性破壊して地山の中に割れ目をつくり、割れ目の表面エネルギーに変換され、しかも地山の強度が低下してますますそ性域が広がりそ性変形する部分が増えるかは拘束圧力との関係では、茂木⁷⁴⁾⁷⁷⁾、Byerlee⁷⁸⁾、またはHoek、Brown⁷⁹⁾の判定式で判断できる(§27参照)。実際には時間も影響するが、これについてはまだデータがない。ひび割れでどのくらい強度低下するかはParkらの論文が参考になる(§30参照)。

これらの研究よりわかることは、つまり、掘削前から支保工を設置しておく、切羽のなるべく近くで支保工を設置するなどして、地山を拘束しながら変形させると延性降伏する割合が増え、地山の強度低下が少なくてすみ、そ性域の広さもそれほど広がらない。ぜい性破壊すると強度が小さくなり、上式で示したより以上にそ性域が広がり、内空変位量も増える。そうすると、ひび割れをつくるのに使われるエネルギーがますます増えて地山のゆるみを加速することになる。

エネルギーのつり合いから求めたゆるみ範囲と、茂木、Byerleeなどの延性降伏とぜい性破壊との判別式から求めたゆるみ範囲が一致するかどうかなどは、今後の実験、計測による研究を進める必要がある。

茂木らの判定式でも、拘束応力をなるべく高く保つように掘削工法を選べば地山をゆるめないことはわかるが、全体的な展望を得るためにはエネルギーのつり合いからぜい性破壊するのかどうかを判断する方が上に示したように容易である。

従来のFenner-Pacher曲線の計算、FEMなどを用いたトンネルの応力、変形計算ではトンネルを掘削した瞬間に支保工をすると仮定している。瞬間的な強度は長期強度より高いことから、地山は掘削後直ぐには壊れないので、外見上はこの計算でよいように見えるが、実際はゆるみが起こっている。これを従来は無視していた。作用応力が小さいうちは、これでもあまり大きな誤差はないが、土かぶりが大きく、作用応力も大きいトンネルでは、この誤差は無視できない。

◎トンネル掘削に伴うゆるみは極力避けるべきであると多くの人が言っているが、ゆるみが起こる原因がわからなければ避ける方法もわからない。原因については、多面的に研究すべきであるが、ここでは、ゆるみを生じさせるエネルギーについて考察した。

従来は掘削と同時に支保工をすることにして、静力学的なつり合いからトンネルの応力やひずみの問題を解いていたが、エネルギーの観点からみると、これが矛盾する

ことや、ゆるみが起こるはずだということがわかる。

弾性力学の応力、ひずみの計算では重ね合わせの原理が成り立ち、トンネル問題でいえば、トンネルを掘ってから地山分の荷重をかけても、荷重が働いているところに後からトンネルを掘っても同じことになるはずである。掘削途中も含めて弾性範囲に入っていれば、これでよいわけであるが、瞬間的にでも弾性範囲から飛び出すとこの計算ではうまく行かない。完全弾性にして、応力だけで考えると、この辺の関係がさっぱりわからないが、エネルギーという観点からみると、この二つは別の現象になることがわかる。

現在行われているトンネルについての計算は、大部分が完全弾性と言う仮定のもとに行われているが、ゆるみを考えた計算に改める必要があると考えられる。ゆるみを考慮したとき応力や変位、支保に働く荷重などの計算結果がどのように変わるかなどについて、わかっている範囲で後で検討したい。

◎表面はエネルギーを持っているというのは少しわかりにくい、液体に表面張力があり、芋の葉の上の水滴が丸くなって表面積を最小にしようとするように、固体でもなるべくエネルギーを小さくしようとする表面張力がある。エネルギーがあるが、固体の形を保とうとするひずみエネルギーの方が大きいので普段は気がつかないのである。

◎エネルギー論からはひび割れの面積だけが問題になるが、地山のゆるみとしてはひび割れの開き幅も問題になる。

◎ものが壊れるのは応力かひずみか、エネルギーか?

ニュートンは慣性の法則を速度 v の保存でなく、運動量 mv の保存としてとらえた。このことは、当時では同じことであったが、相対性理論の時代に入り、速度が光速に近づくと物の重量が重くなることがわかると、このことは重要な意味を持った。破壊基準を応力でとらえるか、ひずみで考えるかは普通は余り変わらないが、載荷速度が変わるときはかなり違ってくる。どちらが正しいかは、まだよくわからない。

◎トンネルを掘削するとき、地山をゆるませないように努力することはむかしから当然のこととして認識されていた。特にNATMでは、地山アーチで荷重の大部分を負担するという考え方からも、ゆるみを防ぐことは重要と考えられている。しかし、ゆるみの影響としては、単にゆるみにより地山の強度や弾性係数が小さくなることや、ゆるんだ部分の地山の自重が支保工の荷重になることくらいしか考えられていなかった。しかし、計算してみると、前者の影響はそれほど大きくない。後者のゆる

み荷重については、サイロの底に働く粉粒体の圧力と基本的には同じ考えである。おもな研究は、岩質別、施工法別などにゆるみの量を求めることである。この方法は、サイロに働く圧力を計算する式と同じであることからわかるように、側壁部の地山は自立することを前提にしている。側壁部の地山の支持力が不足するような悪い地質のところではまったく適用できない欠点がある。しかも、非常に悪い地質のところほどゆるみの影響は大きく、それについて考慮できないような理論では実用的とはいえない。そのうえトンネルの掘削をよく観察してみると、いったんゆるんだ地山も支保工や巻立てをした後で再び圧密されることや、それが力の再配分に微妙に影響していることが見て取れる。このように重要な要素と考えられる側壁部の裏側の地山がゆるんだ場合や、ゆるんだ地山の二次的な挙動について次に考えてみよう。

参考文献

- 145) 太田実: コア強度と標準供試体強度との関係についての既往の資料、コンクリートライブラリー、No. 38、所収、土木学会、1974。
- 146) 平賀友晃: 鉄筋コンクリート部材の切断加工技術と建築現場への適用に関する研究、1983(自費出版)。
- 147) 下河内隆・小田重雄・木沢恒雄: 大清水トンネルにおける山はね現象からの一考察、第5回岩の力学国内シンポジウム(1977)講演集。
- 148) 猪間英俊: 関越トンネルにおける山はね、応用地質、1981、3。
- 149) 望月常好・穂刈利夫・斉藤義信・桑田俊男: 土被り200mで山はね現象に遭遇、国道140号、雁坂トンネル、トンネルと地下、1990、9。
- 150) 菅原勝彦・亀岡美友・斉藤敏明・岡行俊・平松良雄: コアディスキング現象に関する研究、日本鉱業会誌、1978、11。
- 151) 福島啓一・松尾勝弥・小原勝巳: 山はねについての考察、第16回岩盤力学に関するシンポジウム、土木学会、1984。
- 152) 土木学会: 孔内載荷試験法の現状と課題—指針化の試み—土木学会、1988。
- 153) 日本トンネル技術協会: トンネル掘削によるゆるみ領域の調査報告書、1982。
- 154) 桜井春輔: トンネル掘削に伴うゆるみ領域の研究、トンネルと地下、1983、1。
- 155) 土木学会: 原位置岩盤の変形およびせん断試験の指針、土木学会、1983。
- 156) 三木幸蔵: わかりやすい岩石と岩盤の知識、鹿島出版会、1978。
- 157) 飯田隆一・小林茂敏: 原位置載荷試験時における岩盤のゆるみと挙動特性の関係、第8回岩盤力学に関するシンポジウム、1973、土木学会。
- 158) 谷口親平・亀和田俊一・米田裕樹: 既設トンネル周辺岩盤の調査手法と設計への応用、土木学会論文集、No. 409/VI-11、1989、9。

現場だより



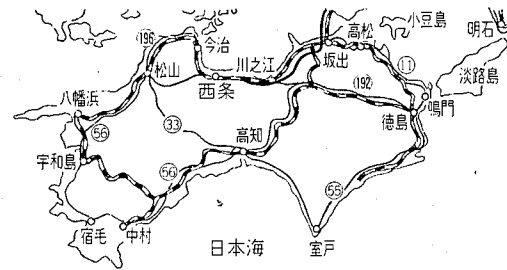
平成4(1992)年

「祭り」と水と信仰の街」伊予西条から

斎藤 一二三

西条市は、「坊ちゃん」で有名な松山市から東へ車で約1時間30分、愛媛県の東部に位置し、石鎚国定公園と瀬戸内海国立公園を腹背にする美しい自然に彩られた城下町である。水の都としても有名で、市内を流れる加茂川沿いでは、春には1,500本・約100種の桜が咲き乱れる武丈公園、夏は清流に子供たちが興じ、川辺では「いもたき」の輪ができるトリム公園、秋には西条祭りが催され、屋台（だんじり）や神輿、太鼓台など約130余りが石岡神社・伊曾野神社・飯積神社を中心に、市内を練り歩き、加茂川べりに屋台や神輿、太鼓台が集合し、祭りのクライマックスを迎える。「西条っ子」にとって祭りは一年で盆・正月以上に大切な行事の一つで、その熱意・熱気たるや、ただただ圧倒されるばかりである。

市の南側には四国山地の中核をなす石鎚山系がどしどしそびえて、豊かな水と自然をはぐくんでいる。何しろ西条市のいたるところにある打ち抜き井戸はほとんどが自噴井戸、おいしくて豊かな水が湧き出して何ともうらやましい限りである。石鎚山は標高1,982mの西日本最高峰で、加賀白山・越中立山・大和大嶺山・駿河富士・伯耆大山、そして、月山などとともに、日本七霊山のひとつに数えられ、信仰の山として崇め



位置図

ている。毎年7月1日から10日まで開かれる「お山開き」には、全国各地から数10万人の信者が訪れる。古来より男の修験者の山として有名で、いまでも7月1日だけは女人禁制である。さて、当横山トンネルは、日本道路公団高松建設局発注の松山自動車道「中野工事」の一部で、トンネル延長483mショートベンチカットによるNATM（発破工法）で施工中である。石鎚山脈の北東部を東西に走る中央構造線と岡村断層の影響を受け、地質は三波川結晶片岩類の黒色片岩で構成されており、複雑な地質を示しているが、幸いにも現在まで心配していた豊かな水にも遭遇することなく、9月中旬の貫通へ向けて昼夜頑張っている。

（岡白石・(株)二神組共同企業体所長）



加茂川辺りにくり出した屋台（だんじり）



わかりやすいトンネルの力学(16)

福島 啓一

§36 地山のゆるみ、再圧密を考えた考察

強力な力を発揮して膨張していた地山も、その膨張がいつまでも続くとは限らない。むしろ、上がったものは落ちる、熱くなったものは冷めるのが世の常である。ゆるんだ、膨張した地山は不安定な状態であり、力の配置が変われば、まったく元どおりになるわけでもないが、また、圧密され締まってくる、体積が減少することになる。支保工などで周りから支えてあり、力も作用しなければおしぼりはそのままのまゝだろう。しかし、支保工がなければ崩落するし、支保工があっても時間が経てば容易に変形したりする。病み上がりの病人みみたいなものである。世の荒波にあたれば、いつまでもそのままというわけにはいかない。

「おごれる者もひさしからず、ただ春の夜の夢のごとし。たけき者もついにほろびぬ、ひとえに風のまへのちりに同じ」（平家物語）といわれているとおりである。

このあたりを考えると、トンネルの力学的挙動はどうなるのであろうか。次に検討してみたい。

§36-1 はじめに

トンネルを掘削するとき、地山をゆるませないように努力することは当然のこととして認識されていた。とくにNATMでは地山アーチで荷重の大部分を負担するという考え方からも、ゆるみを防ぐことは重要と考えられている。しかし、ゆるみの影響として数量的に計算などに取り入れられていたのは、単にゆるみにより地山の強度や弾性係数が小さくなることや、ゆるんだ部分の地山の自重が支保工の荷重になることくらいであった。しかし、計算してみると、これらの影響はそれほど大きくない。

トンネルの掘削をよく観察してみると、いったんゆるんだ地山も支保工や巻立てをした後で再び圧密されることや、それが力の再配分に微妙に影響していることが見

て取れる。ここでは、このように重要な要素と考えられる地山のゆるみの性質について考察し、アーチの上や側壁部の裏側の地山がゆるんだ場合や、ゆるんだ地山の二次的な挙動を取り入れたトンネル力学を考えてみたい。◎ゆるみ現象は、従来弾塑性学がよく取り扱ってきた金属の塑性加工や、土木、建築、機械などの構造物の塑性設計ではほとんど現れなかったものであり、材料物性についても不明な点が多い。したがって、以下にはまずトンネル掘削によって実際に起こっている地山の挙動と、その原因についての推測を述べ、この考え方を取り入れた荷重計算法や望ましい施工法について検討し、また、それを裏付ける計測例を示す。

§36-2 ゆるんだ部分の再圧密の影響

(1) 従来の考え方

ゆるみの影響として、従来は地山の強度や弾性率が小さくなることを主に考えていた。まず、考えられているのは地山を完全弾塑性体と仮定する方法である。さらに、降伏後は強度が低下すると仮定した解析も行われているが、これを取り入れても、それほど著しいゆるみの影響はない。

ところで、これらの計算の暗黙の前提となっているのは、地山の变形と支保工の变形がわずかの時間差をもってほぼ同時に進行し、両者の力と変形量が釣り合ったところでトンネルが安定するということである。具体的には、掘削前と、切羽と、切羽より遙か後方の三つの状態について計算することになる(Rombardi¹⁹⁹, Gesta²⁰⁰, 図-32・4参照)。しかし、トンネルの掘削に伴う挙動をよく見てみると、事はそれほど簡単でも単純でもない。

むしろトンネル工事でもっとも恐ろしいゆるみの影響は、いったんゆるんだ地山が支保工をした後で支保工と外側の地山に挟まれて再び圧密され、それに伴い思いがけない応力再配分が起きて支保工に予想外の大きな圧力が働くことにある。あと荷として現象は知られていたが、真の原因はよくわからず、地山の特殊な性質のせいとされたり、地山のクリープやレオロジーの問題として解こ

*飛鳥建設技術本部技術企画担当部長

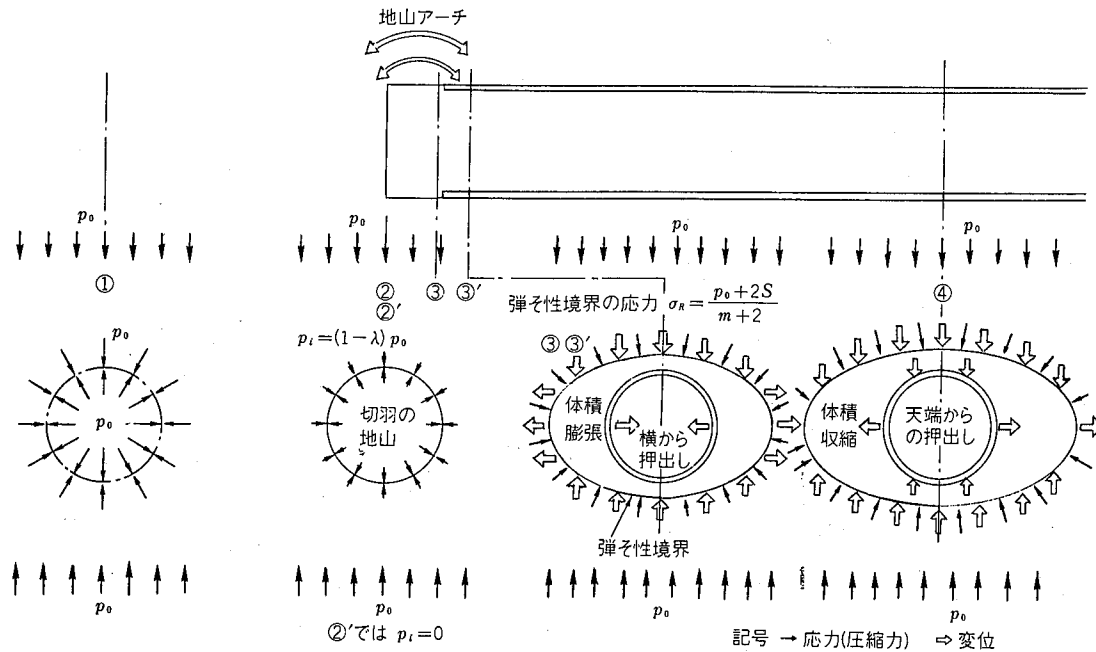


図-36-1 掘削進行に伴う地山の動き

うとする研究が行われたりしたものの原因がこれである。クリープなら地山がクリープで変形するのと同じく、あるいは、それ以上に若材齢のコンクリートもクリープで変形するので¹³⁾、全体の変形量は増えるが支保工に働く荷重はあまり増えない。場合によっては、むしろ減るはずである。クリープから予想される荷重、変形量などに比べ、実際に生じる値は非常に大きく、また、施工法の影響を受けるが、これらのことはレオロジーだけでは説明ができない。掘削に伴い地山が部分的にいったんゆるみ、支保工を設置した後でいったんゆるんだ地山部分が応力状態が変わったために再び元の状態の近くまで押し固まる、再圧密されるという数段階の挙動を考えると(図-36-1)現実の挙動と合うようになるし、計測結果とも合う。

この押し固まりの現象は、岩盤の載荷試験などをすると人にはよく知られていることで、そのことについては前章で述べた(図-35-1,2参照)。ただ、この現象をトンネルの掘削に伴う現象として理解し、荷重計算に取り入れた例はこれまでになかった。

そのときトンネルに働く土圧の大きさは、開削工法の場合や埋設管などを設置してから盛土する場合などについて開発されたA.Marstonの公式(§5参照)などで計算できるし、さらに施工法などを細かく取り入れた計算をする必要があれば、ここで述べるような考え方を取り入れた有限要素法のプログラムを作ることでも対処できる。

A.Marstonの式⁹⁾¹⁰⁾については、すでに述べた(§

5参照)ので簡単に説明する。

Marstonは、道路の下に埋め込んだヒューム管やコルゲートパイプに働く荷重について考察した。基本的な考え方はTerzaghiとほぼ同じであるが、Terzaghiはトンネル両側の地山は沈下せず、天端は常に荷重が最小になるまで沈下して、直上とその隣との境界面の地山内には十分な摩擦力が働くと考えた。つまり、トンネル直上の地山はその両側の地山によって半分釣り下げられたような状態になると考えた。これに比べてMarstonは盛土もお沈下し、両側の盛土の沈下と管(支保工や巻立て)の変形量(管の基礎が沈下するときはそれも含めて天端の沈下量)との差に比例した分だけ摩擦力が働くと考えた。すなわち、図-5-1で仮想等沈下面より下の変形量が等しいとして次式を導いた。

$$\sigma_v = \frac{B(\gamma \pm 2c/B)}{2k_a \tan \phi} \cdot [1 - \exp(\pm k_a \tan \phi \cdot 2z/B)] + q \cdot \exp(\pm k_a \tan \phi \cdot 2z/B) \quad (\text{式5-2再記})$$

ここに、 σ_v : トンネルや管渠に働く鉛直土圧、 B : トンネル幅、 γ : 土の密度、 c : 土の粘着力、 ϕ : 土の粘着力と内部摩擦角、 k_a : 側圧係数、 z : 等沈下面までの高さ。

したがって、摩擦力は条件により上向きになることもあれば、下向きになることもある(式(5-2)で $\pm$ が $+$ になることも、 $-$ になることもある)。これに伴い管に働く土圧も土かぶり圧より小さくなることが多いが、逆に大きくなることもあるとした。

$\sigma_v/\gamma H$ の計算例は図5-2,3に示した。これより、条

件によっては土かぶり圧 γH より遙かに大きな圧力が働く可能性があることがわかる。

(2) トンネル掘削に伴う地山挙動の推定

この式を利用して、土圧を求めるとき想定するトンネル切羽周辺での地山や支保工の挙動は次のようである。

1) 地山の当初の状態

鉛直方向 $p_v = -\gamma H$ 、水平方向 $p_h = -k_h \gamma H$ で、どこでも一様である。

2) 荷重の働いている地山内に半径 a の空洞をつくる。掘削直後のトンネルではまだ支保工はなく、支保工反力はゼロである。ただし、切羽後方の地山や切羽と支保工の間のトンネル長さ方向の地山アーチの支持作用があるので、球形空洞に近い応力状態である。それでも土かぶり圧が大きければ、または放置時間が長くなればトンネル内空面近くの地山は強い応力を受けて降伏する。このとき、内空面のごく近くの地山は拘束圧力が小さいので、降伏後、ぜい性破壊をし、強度低下や体積膨張をする。つまり、ゆるむ。内空面より奥の方の地山は、拘束圧力が高いので降伏しても延性破壊をし、強度低下や体積膨張はない(つまり、降伏はするがゆるまない)。

ゆるむ範囲は、支保工を建込むまでの時間やトンネルの大きさにもよる。切羽を分割して掘り、ただちに支保工を設置して行けば、ゆるみ範囲は小さくなる。ゆるみ範囲の広がりには統計的な要素も入る。つまり、支保工なしの部分の体積(面積)が大きかったり、時間が長かったりすると破壊の確率も多くなるので、比較的小さな応力でも壊れることになる(有効強度が低下する)。

破壊、または降伏に近い状態になっても、実際に壊れるまでには多少時間を要する(遅れ破壊)。すぐには崩落はしない。ゆるみから崩落に至るためには変形がさらに進むことと、地山の粘着力 $c \rightarrow 0$ 、圧縮強度 $s \rightarrow 0$ になるために時間が経つことが必要である。すなわち、ひび割れの噛み合わせが外れるほどの変形が必要であるが、そのためにはそ性域が広がっていくことが必要だし、それには相当の時間を要する(具体的な時間は地質により変わる)。さらに、噛み合わせが外れそうになっても割れ目の中の粘土などの粘着力が切れるにはある時間が必要になる。そこで、この崩落寸前の状態で支保工をすれば崩落を止めることはできるがゆるみは残る。

- 在来工法では地山と支保工の間に隙間があって、その後もゆるみが進んだが、現在はそんなことはない。支保工と地山が密着した状態での変形の進行はゆるみとはならない。

3) 支保。または覆工の完成後、地山内の応力分布は無支保のときの球形空洞に近い状態から、支保された円筒形に近い状態へと応力分布が変わる。また、時間が経

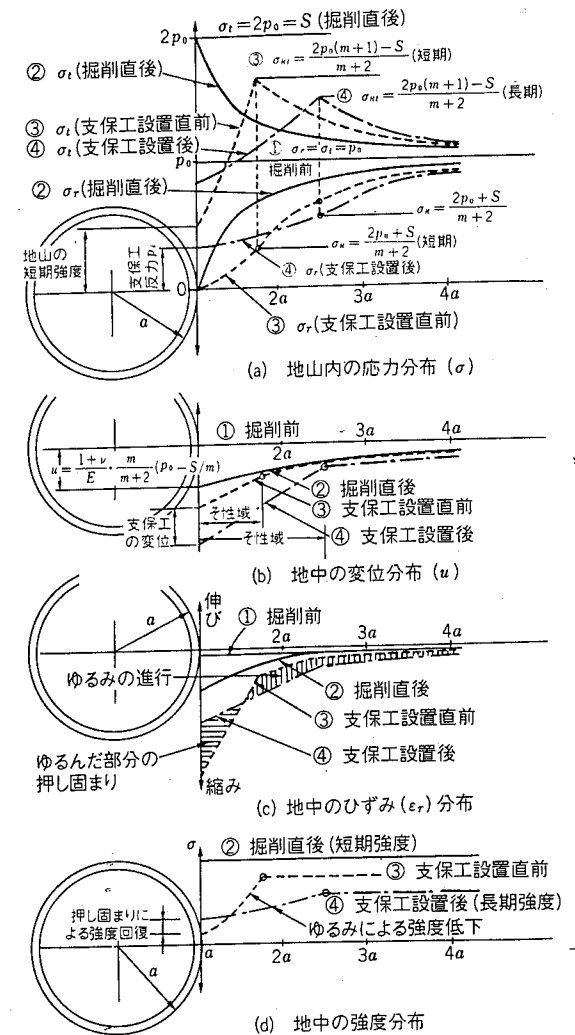


図-36-2 トンネル周辺の地中での応力、ひずみの分布と時間的変化(弾性率も同じ傾向を示す)

つことで地山の強度や弾性率が低下する。それに伴い、地山はゆっくりと内空側に押し出してくる。

4) そ性域 R が広がり、地山は更に押し出してくるが、そこに支保工があるので内空面近くのいったんゆるんだ地山は支保工反力 p_i と弾性境界での地圧 σ_R で両側から押され変形係数 D で圧密される(D も一定でなく圧力依存性がある。図-35-2参照)。弾性境界の近くでは、弾性からそ性になるためにはまだ体積膨張が生じており、支保工に近いところではますます体積圧縮が生じる。つまり、全応力 $\sigma_v + \sigma_r + \sigma_\theta$ が支保工をする前より大きい地山部分は再び圧密される。そして、地山はいったん低下したその強度、密度の大部分を再び回復する。ボルトの引張り力は減り、ときには圧縮力を受けるようになり、吹付けコンクリートから突出することもある。

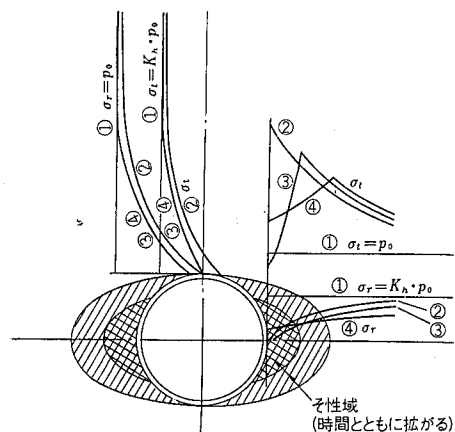


図-36・3(a) トンネル周囲の応力分布

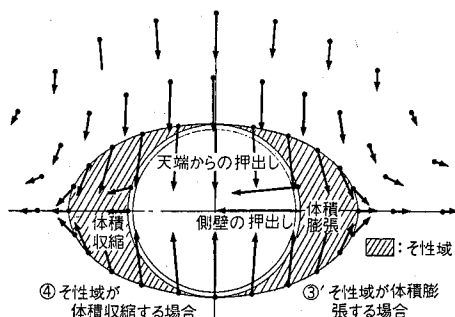


図-36・3(b) トンネル周囲の変位分布

このようなトンネル周辺の地山の挙動（応力分布，変位，ひずみ分布など）の概念図を図-36・2(a),(b),(c),(d)に示すが，いったんゆるんだ地山が再び圧密される様子がわかる。

この図は軸対称の変形を考えてつくったが，もう少し細かく側圧係数が1でない場合を考えると，このとき地山はトンネル中心方向へも向かって動くが，弾性領域（内空面は楕円）は主に上下に押しつぶされ，水平方向にはむしろ広がる（この弾性域の動きは，地山のクリープ，またはヤング率の低下）。土性域がなお横から押すか，上下から押してくるかは，土性域の地山が体積膨張するか，しないのかにより変わる。すなわち，§29で示したように，弾性域が上下方向に縮んでも土性域が相関流れ則にしたがって体積膨張するならば，トンネルは横方向から押し出してくる。しかし，いま体積膨張がゼロ，または収縮とすれば，トンネルは上下から押し出してくる量の方が大きく，横方向にはかえって拡大する。横にひろがる変形になる（図-36・3）。

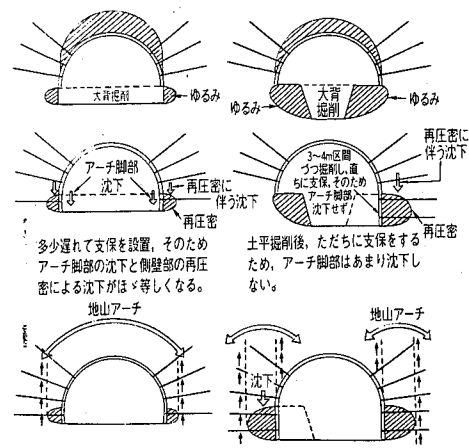


図-36・4 断面分割・施工順序の違いによる地山の挙動

ゆるんだ地山の再圧密は，長い時間を掛けてゆっくり進む。そのため，荷重はゆっくりと何時までも増加し，剛性の大きい支保工にはかなり大きな荷重が働く。つまり，このとき支保工にはMarston が埋設管について想定したような沈下量の差による応力の再配分が起こる。

トンネルの動きはすべて相対的なものであるから，変形の形も圧力の増加も地山と支保工の相対的な動きによる。したがって，施工順序などに微妙に左右されるし，支保工の方が剛性が大いと思いがけない大きな圧力が働く。出る釘は打たれることになるわけである。例えば，上半掘削の段階ではアーチ脚部の下の地山がまず降伏し，アーチの沈下とトンネル外側への押し出しが起こる。次に脚部の裏の地山が降伏し，相関流れ則による体積膨張が起こり，天端沈下量以上の側壁の押し出しが起こる。下半切り下がりに伴ってアーチへの荷重が増し，アーチの沈下や破壊が起こることもあれば，側壁からの押し出しがなお続くこともある。掘削工法によって，その様子が変わる例を図-36・4に示す。

4a) ベンチを短い区間ずつ掘り，ただちに支保するなどの対策をとり，アーチ脚部の沈下をなるべく防止すると支保工は弾性変形をするだけで，それ以外の変形や沈下はほとんどない。一方，アーチ支保の上にできた地山アーチは，側壁部の掘削のとき，その足もとがゆるみ支持力を失い消滅してしまう。そのかわりに，ゆるまない，奥の地山と支保工の間に別の地山アーチがトンネルの左右に一つずつできる。そのため，支保工にはトンネル幅より広い幅（図-36・4の右下）の分の荷重が働くようになる。つまり，Marstonのいう突出形になり，場合によっては土かぶり圧よりも大きな圧力が働くこともある。

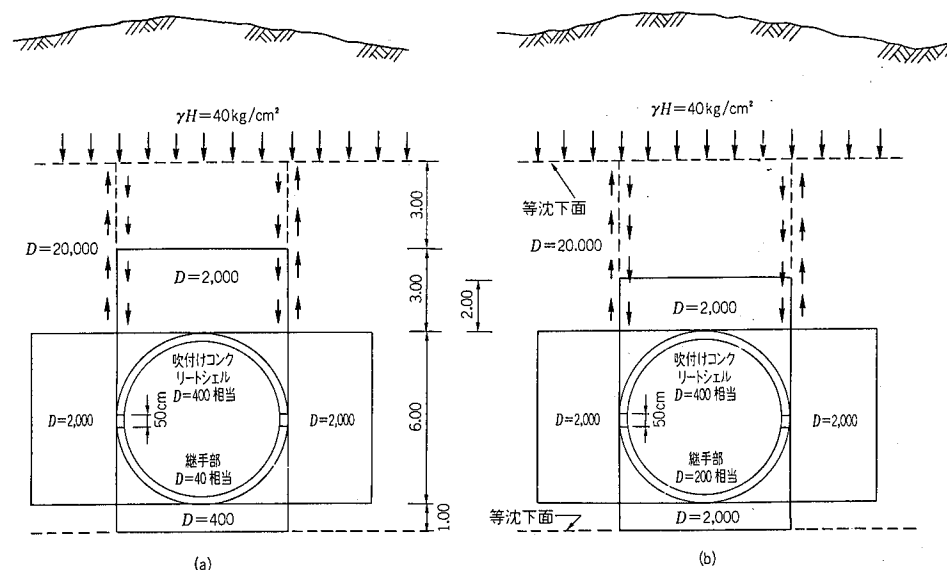


図-36・5 ゆるみ量の違いによる土圧の差・計算例

4b) ベンチ高さを低くし，1回のベンチ掘削を長くとするなどの施工法をとれば側壁奥のゆるみは小さくなり，一方，支保工の脚部は適度の沈下を生ずる。すなわち，地山アーチの脚部沈下と支保工アーチの脚部沈下はほぼ等しくなるので地山アーチは壊れず，支保に働く荷重は増えないで掘削を続けることができる（図-36・4左）。ただし，この沈下量の差は数mmで計測ではなかなか検出できないくらいの微妙な差である。

4c) このように地山内の応力集中は，地山と支保工との変形量，沈下量の差によって，大きさ，方向を左右されるために，計算で予測することはむずかしい。また，施工法や地山の性状の小さな変化にも大きく影響される。そのため，観測，計測による現場対応が大切になる。

地山だけ沈下して，ひとり支保工だけが抵抗すると膨大な地圧が働くようになる。このとき支保工が座屈したりして，強度低下しても沈下は多少進むがトンネルは依然として壊れないことが多い。

◎上半掘削で一間を大きくとると，比較的天端の上のゆるみが大きくなる。

下半の掘削で，掘削高さが高い，1回の掘削が長いなどの場合には側壁の裏のゆるみが大きくなる。

天端の上のゆるみが大きく，ここが再圧密されると鉛直圧力を吸収し，鉛直荷重を地山アーチで負担するので吹付けコンクリートのアーチ支保工にはあまり鉛直荷重は働かない。他方，地山アーチの脚部にあたる側壁の裏

の地山に強い鉛直力が働き側壁が押し出されてくる。

天端の上のゆるみを小さくするように掘削しても，側壁の裏の地山をゆるめるとアーチコンクリートに強い鉛直圧力が働く。このとき，足付け（アーチの下の側壁コンクリートの打設）のとき，少し隙間をあける，または時間差をとってアーチの脚の沈下を許すなどの対策をとればアーチに働く荷重を減らすことができるが，地山のゆるみの管理を怠ってコンクリートなどの人工構造物の管理のみを厳密にするならば地山アーチの足元をすくい，一方，吹付けコンクリートアーチの足元はしっかり支えるのでトンネル幅の数倍の分の荷重が吹付けコンクリートに働くことになる。このように荷重の大きさは施工法に微妙に左右される。

以上のようなことを考えて，支保工に働く荷重を計算した例を次に示す（図-36・5）。

〔計算例〕仮定条件
当初の土圧 $p_0 = \gamma H = 200\text{m} \times 2\text{t/m}^3 = 400\text{t/m}^2 = 40\text{kg/cm}^2$

地山のヤング率 $E = 20,000\text{kg/cm}^2$ ，ゆるんだ後のヤング率や支保工の換算ヤング率は図に示したとおりとする。トンネル直上とその両側の等沈下面の沈下量は等しく

$$\delta = p_1 \Sigma (h/E) = p_2 \Sigma (h/E)$$

ここに， p_1 : トンネル直上の地山に働く土圧， p_2 : トンネルの両側の地山に働く土圧。

トンネルの幅とトンネル両側のゆるみの影響を受ける

範囲の幅を同じとする。

$$p_1 + p_2 = 2\gamma H$$

変形係数、寸法などを図-36・5のように仮定すると（アーチ脚部は沈下しやすいので変形係数 $D=10$ 相当とする）、沈下量は、

$$\delta_1 = p_1 \left(\frac{300}{20,000} + \frac{300}{2,000} + \frac{550}{400} + \frac{50}{40} + \frac{100}{400} \right) = 3.04p_1$$

$$\delta_1 = p_2 \left(\frac{600}{20,000} + \frac{600}{2,000} + \frac{100}{20,000} \right) = 0.335p_2$$

$$\delta_1 = \delta_2 \text{ であるから, } 3.04p_1 = 0.33p_2$$

また、 $p_1 + p_2 = 80 \text{ kg/cm}^2$

$$\text{ゆえに, } p_1 = 80 \times 0.335 / (3.04 + 0.335) = 7.94 \text{ kg/cm}^2$$

$$p_2 = 80 \times 3.04 / (3.04 + 0.335) = 72.06 \text{ kg/cm}^2$$

側壁部の地山の強度が $p_2 = 72 \text{ kg/cm}^2$ より弱ければ、側壁は激しい押し出しを受ける。

吹付けコンクリートシェルは側圧の大きさにより変わるので、実際はもっと複雑になる。

慎重な施工により天端部のゆるみ高さを 200 cm に抑え、また下半施工時のアーチ支保工の沈下、インバート下のゆるみを例 1 の $1/5$ に抑えたとしても、

$$\delta_1 = p_1 \left(\frac{400}{20,000} + \frac{200}{2,000} + \frac{550}{400} + \frac{50}{200} + \frac{100}{2,000} \right) = 1.795p_1$$

$$\delta_2 = p_2 \left(\frac{600}{20,000} + \frac{600}{2,000} + \frac{100}{20,000} \right) = 0.335p_2$$

$$\therefore p_2 = (1.795/0.335)p_1$$

また、 $p_1 + p_2 = 80$

$$\text{ゆえに, } p_1 = 12.59 \text{ kg/cm}^2 \quad p_2 = 67.41 \text{ kg/cm}^2$$

$p_1 = 7.8 \text{ kg/cm}^2$ の支保工は何か施工できるが、 $p_1 = 12.6 \text{ kg/cm}^2$ を負担する支保工を施工することは実用上かなり困難である（強度 $\sigma_c = 200 \text{ kg/cm}^2$ の吹付けコンクリートで支保をするとすれば厚さ t はそれぞれ $t = pa/\sigma = 7.8 \times 300/200 = 11.7 \text{ cm}$ と $t = 12.5 \times 300/200 = 18.75 \text{ cm}$ となる）。ここで、 $\gamma H = 40 \text{ kg/cm}^2$ としたが、 $\gamma H = 4 \text{ kg/cm}^2$ （かぶり 20 m ）とすれば、このような施工法でも $p_1 = 1.15 \text{ kg/cm}^2$ となり、十分可能である。また、地表面沈下を制限されるようなときは、さらに沈下を少なくすることが要求されよう。

逆に、 γH がさらに大きい場合はどうなるかも、これから推定できよう。

ヤング率 $20,000 \text{ kg/cm}^2$ の地山の強度は $20 \sim 40 \text{ kg/cm}^2$ くらいしかないのに、側壁部のゆるみはここで予想したよりさらに激しく、支保工の荷重はさらに増えると予想される。一応このままの仮定で等沈下面の沈下量を計算してみると、それぞれ $\delta = 3.04 \times 7.94 = 24.1 \text{ cm}$ と $\delta = 1.795 \times 12.6 = 22.6 \text{ cm}$ となり、微妙な沈下量の差が相当

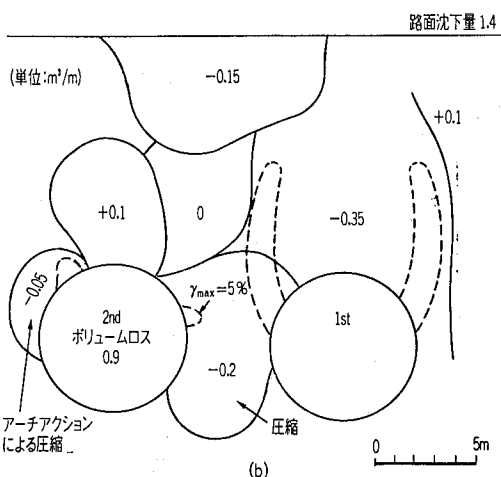
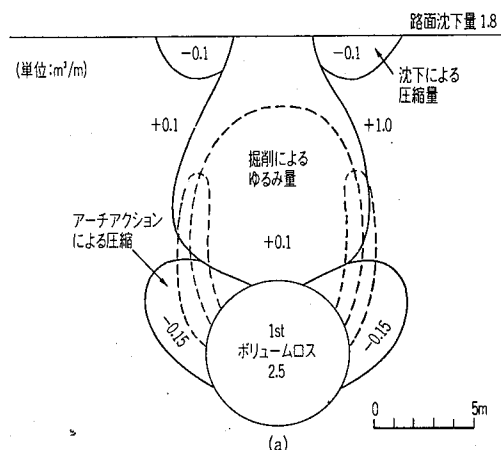


図-36・6 並列シールドトンネルの掘削に伴う地山挙動 (W 地下鉄)

大きな荷重の差を生んでいることがわかる。

◎いったんゆるんだ地山は、また圧密されるということは、なるほど理屈では何となくわかるが、いままでのトンネル力学の計算ではそんな話を聞いたことがない、本当かいと考える人も沢山いそうである。確かに著者もほかでは聞いたことがないので、独断だ偏見だと信用してもらえないのも困る。計算式もまだかなり荒っぽいものしか導いていない。しかし、これはトンネルの施工法の力学的な作用、効果を考えるうえでもっとも大切なところなのでぜひ詳しく論じてみたい。そこで、実際の計測で圧密現象が現れている証拠を説明しておくことにしよう。

§ 36-3 ゆるみと再圧密の現象を示している計測例

(1) ワシントン地下鉄での計測例⁽¹⁰⁾

ゆるんだ地山が、また圧密される現象を示している。このような現象が実測された、また、指摘された最初の

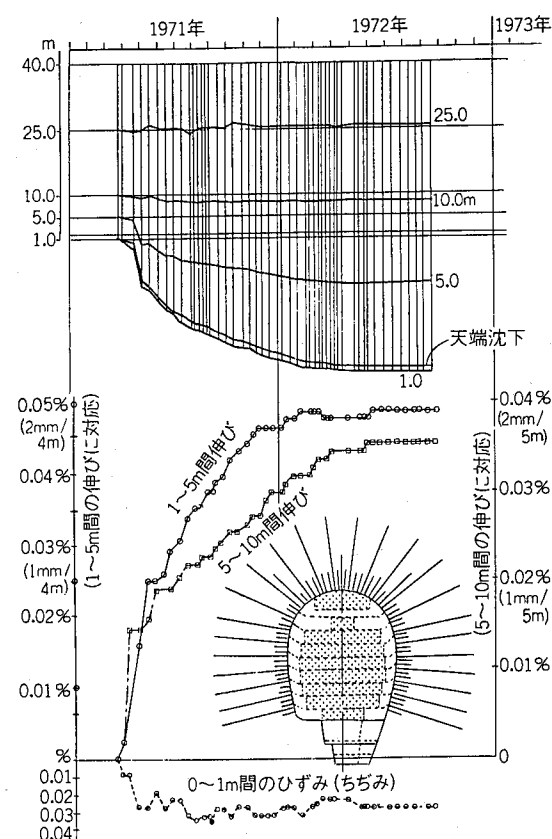


図-36・7 Waldeck II 発電所地中変位計測結果

例であろう (図-36・6)。

(2) Waldeck II 地下発電所の計測例⁽¹¹⁾

軟岩中に掘られた大空洞としてかなり話題になった地下発電所である。公表されている地中変位計の読みと、それから区間ひずみ量を求めたものを示す (図-36・7)。いったんゆるんだ地山が支保工背面で圧密されているのがわかる。ただし、筆者は何ら言及していない。

このように整理し直してみると、地山のゆるみと再圧密が見られる地中変位計の計測結果は多くの工事報告に見られるが、再圧密に気がついて説明したものは見あたらなかった。したがって、ここに示した図の上段はそのまま引用したもの、下段は筆者が加筆したものである。

図-36・8は成田新幹線堀之内トンネル⁽¹²⁾の計測例を示す。これも区間ひずみは論文にはないもので、筆者が加えたものであるが同じ傾向を示している。

(3) 鍋立山トンネル計測例 I⁽¹³⁾ (図-36・9)

泥岩中のトンネルで、大きな土圧で難航したところである。いったんゆるんだところが再圧密され、ゆるみ域が地山の奥に移動していることがわかる。この図を図-36・3の概念説明と対比してみると、理論と実測がよく合っ

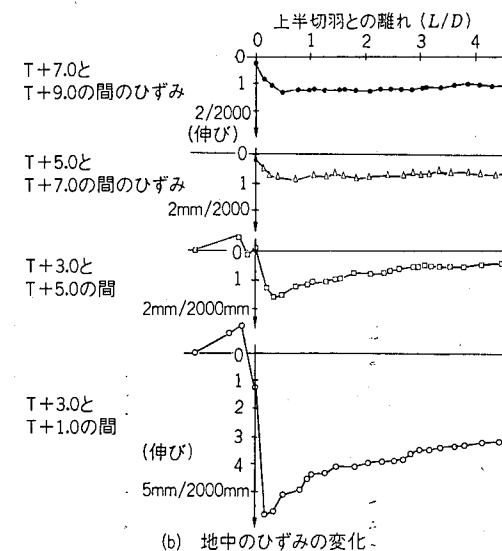
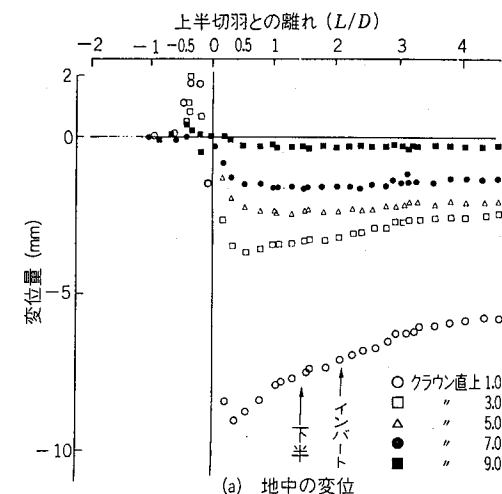


図-36・8 堀之内トンネルの地中変位計測とひずみの変化

(4) 鍋立山トンネル計測例 II⁽¹³⁾

同じトンネルの別の場所の例。トンネル周辺の地山の弾性波速度は掘削前には 0.9 km/s 程度であったのが、掘削後はゆるんで速度が遅くなるどころか圧密されて強度や弾性率が上がり、弾性波速度も速くなっていることが分かる (図-36・10)。また、ロックボルトの引張り応力もトンネルの直ぐ裏では地山が圧密されるのに伴ってあまり大きくなりず、数m奥のほうが大きくなっている (図-36・11)。

(5) Tauern T 計測例⁽²²⁾

土かぶり γH 以上の大きな土圧が働いている計測例である。この図-36・12に対する Rabcewicz⁽²³⁾ の説明を引用する…… “圧力測定の結果を興味ある結果も、異

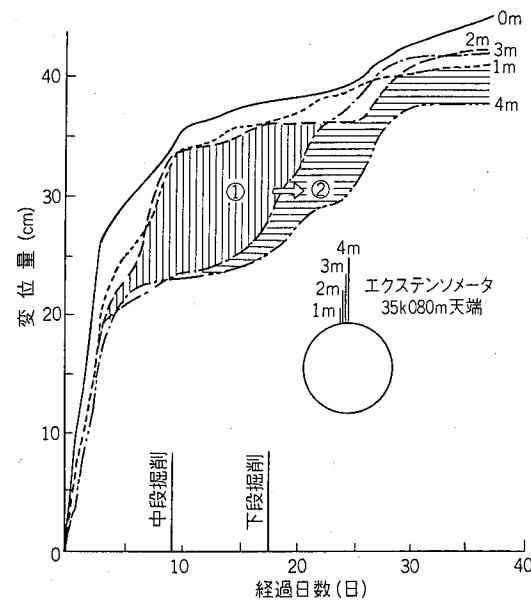


図-36-9 鍋立山トンネルの地中変位 (2~3mの伸びひずみが最初大きくなるが、途中で(再圧密されて)減り、かわって3~4m間のひずみが増えている。

常な値も一緒にして図に示す。ここで、まず目立つことはトンネルの右肩部で非常に高い半径方向圧力が生ずることであり、平均 85t/m^2 、最大 180t/m^2 に達する。この辺は60mのかぶりがあり、崖層材料は $\gamma=2.0\text{t/m}^3$ であるから最大値は $1.5\gamma H$ に、すなわち、経験的に、このような条件下で予想される圧力値の3~4倍に達している。このことは、一連の特別な条件により説明できる。まず最初に、この特別な区間では進行は大きな岩塊によって妨害されなかったため、15日という記録的な短い時間内にリングを閉じるという仕事が容易になされた。この時点までの天井の沈下はわずか2cmしかなかった。一つには上半リングが非常に剛な構造であること、二つには作業が早く行われたので変形が小さかったことによって非常に高い圧力が発生するのは当然であった。……この説明では土圧が高くなることはわかるが、それにしても土かぶり圧の2割か3割くらいならともかく、土かぶり圧の1.5倍にもなることは説明できない。そんなことはありえない、というのが従来の理論の結果である。すなわち、Fenner-Pacher 曲線などから予想される値に比べ数倍の大きな土圧が働いたわけで、Rabcewiczでも、この異常に大きい土圧は説明がつかなかった。これも、ゆるみと再圧密を考えMarstonの式を用いると説明がつく。また、日付を見るとわかるようにかなり長期にわたって荷重が増えていくことがわかる。

Terzaghi¹⁾は、次のように過圧密粘土中のトンネルで土かぶり圧の3倍の強大な土圧が働いた例を報告し

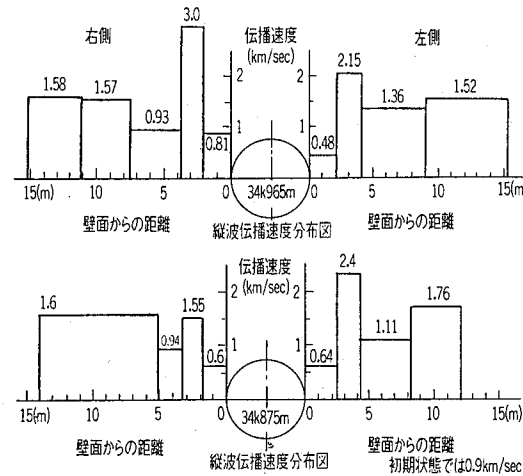


図-36-10 鍋立山トンネル地中弾性波計測例

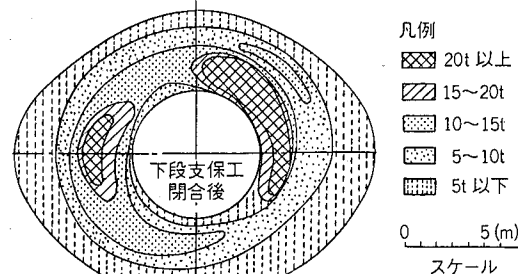


図-36-11 鍋立山トンネルロックボルト応力分布計測例

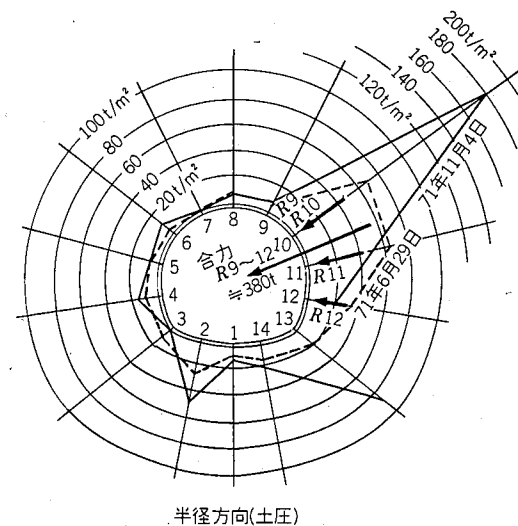


図-36-12 Tauernトンネルの土圧・計測例

ている。「しかしながら、地表から中位の深さにおいては、トンネル支保工における粘土の圧力の終局値は現在の土かぶり圧力を越える。上記の結論は、次の観察結果により明瞭に説明される。フランスのパリーの東のプロ

ピンス地方において、締まった膨張性粘土が商業の目的で掘削された。粘土層は約35mの厚さがあり、それは約2mの厚さの水を含む砂とシルトで被われていた。坑道は $2\times 2\text{m}$ の正方形の断面で、地表からの平均深さ35mのところにあった。その深さで土かぶり荷重はだいたい 70t/m^2 である。トンネルの天井、側面および底面は隙間のないほど25cm径の丸い坑木で支えられた。掘削直後の粘土は支保工なしで自立する。約1週間後膨張が始まる。約3か月後では普請材が破碎し、盛り換えを要した。この期間にトンネルに接した粘土の含水量は乾燥重量の約35%の初期値より約70%にまで増加した。この支保工を破壊するのに必要な圧力は約 250t/m^2 と見積もられたが、これは土かぶり圧力の約3倍である。この観察は粘土層における水平圧力はそれに相当する土かぶり圧力よりかなり大きくなり得ることを示している。" Terzaghiは、この大きな圧力を先行圧密としているが、水平力だけが大きくて鉛直力はかぶり厚相当だけだったとは(先行圧密であれば、水平圧力は大きいまま残っても、鉛直圧力は上載圧力が減ればすぐに γH までに減る)一言も書いてない。計測されたのは鉛直圧力の方である。いまさら真の原因はわかりにくい、Tauernトンネルと同じ原因ではないかと推定される。

(6) 平石トンネル計測例 (図-36-13)

かぶりの小さい真砂土の中に掘削したトンネルを上半先進工法で掘削した例。上半掘削中の地表面沈下はほぼトンネル幅で起こっているが、下半掘削時の沈下、後からの沈下はトンネル幅よりもかなり広い幅で起こっている。側壁部の裏の地山のいったん緩んだところが再び圧密されたためであると考えられる。このトンネルでは、一部側壁導坑先進で掘削したところがあるが、そこを切り広げるとき、吹付けコンクリートのすぐ外側で、掘削時点ではゆるんでいた地山がしっかり締まっているのが観察された。計算で仮定していることと現実起こっていることは違ふようだと実感した筆者にとっての思い出のトンネルである。

一般的にトンネルの縫い返しなどのときによく観察すると、いったんはゆるんだ支保工背面の地山が非常によく締まっていることが多い。「あれほど強大な圧力を発

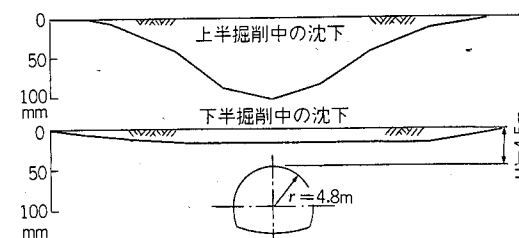


図-36-13 平石トンネル計測例

揮した地山が、らくらく自立する」といわれることも多い¹⁶⁾。膨張性地山の特質と見られているが、かならずしもそうではない。Terzaghi¹⁾も縫い返しをすると荷重が減っている例を報告している。

(7) ボルト応力の計測例

全面接着形ボルトの軸力分布は、地山とよく接着していれば地山のひずみと同じはずで、したがって地山が弾性状態のときは $1/r^2$ に比例して、トンネル内空面で最大になるはずである(そ性変形をすれば、もっと急激に増えるはず。図-27-8参照)。しかし、計測値ではトンネル内空面近くで引張り力が小さくなる例が多い(図-36-11)。いったんは張力が働いていてもインバート閉合後減ることもある。とくに天端付近でこの傾向が強い。極端な場合には軸力が圧縮側になってナットが遊んでいることもある。これは吹付けコンクリートの直ぐ後ろで地山の再圧密が起こり、引張り応力が減るためと思われる。とくに天端のボルトはほとんどのトンネルで圧縮力を受けている。極端な例ではあろうが、吹付けコンクリートの裏の部分でボルトの応力が圧縮になってしまい、施工時点では密着していたはずの吹付けコンクリートとロックボルトのナットが離れてしまい叩くと軽い音がする場合さえある。

(8) NATMで施工しても、Rabcewiczの水平圧力破壊説に反して鉛直圧力で壊れる例もある(図-36-14)。Tauern²⁰⁾、Arlberg、Tarbela²⁰⁾などで報告されている。大断面のトンネルでは、この場合が多いくらいである。そうかと思うと、インバートの地圧が一番高い例もある(図-36-15)。変位も水平方向より鉛直方向が大きい例もある。これらはトンネル支保が突出状態になった場合や、逆にアーチの上の地山がゆるんでいてクッションになり、鉛直圧力が働かないためと考えられる。また、

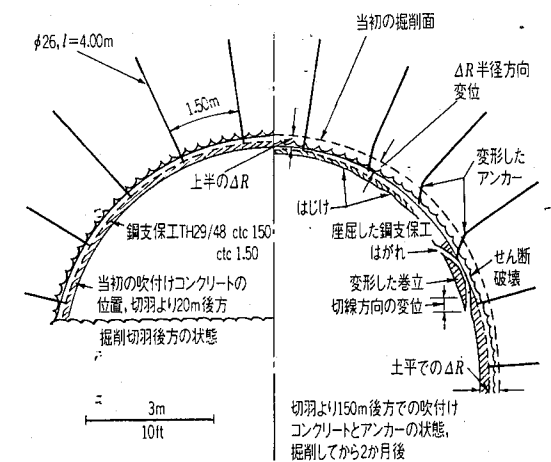


図-36-14 鉛直荷重で壊れたトンネルの例

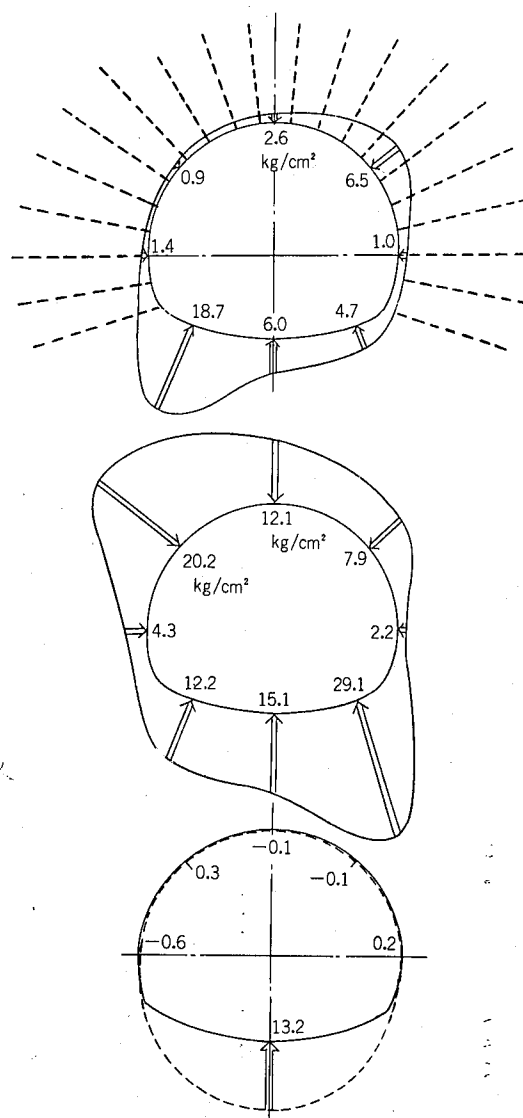


図-36-15 支保工に働く土圧の計測例 (Iトンネル) (底盤反力がもっとも大きいことは、インバート閉合後、側壁裏の地山が再圧密され、側壁に大きな摩擦力が働いたためと考えられる)

Marston の仮定と少し違うのは必ずしもトンネル天端での沈下量がトンネル幅のところで隣接土柱と同じになるのではなく、トンネル底盤のところで同じになる場合もあることである。したがって、どこの土圧が一番大きくなるかは地層の傾斜などにもよるが、それ以上に施工時のゆるみなどに影響される。

(9) 地下発電所などの背の高い大空洞で、ベンチを切り下がるのに伴ってアーチ部の圧力や変形が増える例がある。弾塑性FEM計算をしてみると、ベンチ切り下がりときの新たな開放力は図-36-16の矢印のようであり、

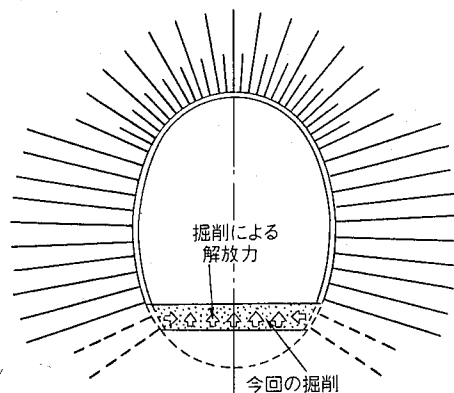


図-36-16 ゆるみや再圧密を考えない場合の掘削進行に伴う開放力

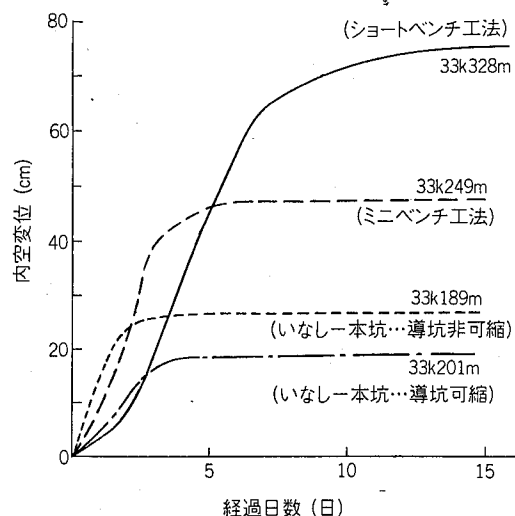


図-36-17 工法別内空変位の比較

天端の荷重が増える要素はなく、アーチ部の変位や応力はほとんど変化しないはずであるから、これでは計算と合わない。再圧密を考える必要があることがわかる。

(10) 切羽の分割を工夫する、切羽防護をする、掘削から支保までの時間を短くするなどの対策をとると、内空変位や支保工に働く荷重は減る例がある¹⁶³⁾。図-36-17の例では全断面工法に近いショートベンチやミニベンチ (3日以内に閉合) よりも中央導坑を先進させる、いなし工法の方が変位が小さかった。再圧密を考えない計算ではほとんど同じはずである。

§ 36-5 まとめ

歴史的な経緯からトンネルの力学も金属を中心に発達してきた力学の影響を強く受けている。しかし、トンネルは一般の構造物と違って施工の途中では強度一杯の応力を受けることが多く、この影響は強度の低下だけでなく広い範囲に及ぶ。これが加工中に塑性変形を受けても強度はほぼ元のままか、むしろ加工硬化で強度が増す

ことさえあり、完成後は主として許容応力内での挙動だけを考える一般の構造物とは非常に違っている。この点について、いままで知られていなかったわけではないが、このようなゆるみに伴う現象について一貫して考察したものはない。また、ゆるみ現象を考えにいたしたTerzaghiも、トンネルの真上のゆるみだけを考えていたので、RabcewiczやTalobreが指摘している水平圧力で壊れるトンネルについて説明がつかない理論しか組み立てられなかった。P.Egger¹⁶⁰⁾は降伏後の岩盤の挙動を取り入れた計算法を提案しているが、いったん降伏し、ゆるんだ地山がその後どう変化するかまでは考えが及んでいない。そのため、せっきくの計算も実際の現象との一致がいま一步不足していた。

いったんゆるんだ地山が再び圧縮されることや、弾性体部分の地山のクリープ変形などのゆるみの影響を総合的に取り入れることによって現象の解明に一步前進できるものと考ええる。

◎Fenner-Pacher 曲線の右上りの部分は、ゆるんだ地山の重量のためと説明されていたが、再圧密とネガティブフリクションを考えて始めて計算できる。

これを土木屋に理解しやすい表現にすれば、主動土圧と受動土圧の違いである。周辺地山が沈もうとするのに巻き立てだけが突っ張り、抵抗すると受動土圧になる。それは、主動土圧の3~10倍にもなる。

◎物事は現在の状態だけで考えては、どうにも訳がわからないものでも歴史的な発展の後をたどると、それなりの必然性があることが多い。例えば、人間に尻尾の骨の痕跡や盲腸やらがあるのを現在必要な機能だけから解釈しようとしても無理なようなものである。トンネルも前章までに説明した計算やFEMの計算で仮定されるような掘削と同時に支保工が設置されるのでなくて、どうしてもそこに避けられない時間差があり、その短い時間内は支保工なしで置かれることを考えると、いろいろのことが見えてくる。前世からの因縁みたいなものを引張って現在があるわけである。推理小説風にいえば、「空白の数時間」、そこに事件のカギが隠されている。

◎前には定性的な話ばかりしているとダメで、きちんと数字や数式であらわすことが大事だと説明した際に、この話はえらく定性的で、数式ときたらごく大雑把な式しかないといわれそうである。しかし、ここで取り上げた問題がまだよく研究されていないことと、内容がむずかしいことのためである。数式が少ないからといって馬鹿にはしていない。先学も「画期的な理論でもほとんどその出発点は質的な『思い付き』である。……基礎に横たわるものはほとんど哲学的、あるいは質的な考察である。これなしにはいかなる数学の力を如何に駆使し

ても結局何物も得られない……『すべてを量的に』という合い言葉が往々甚だしく誤解されて行われるために、すべての質的な研究が……』冷遇されていることを愁えている (寺田寅彦「量的と質的と統計的」と全集第3巻)。

数値ではあわせえないものでも大事なものはたくさんある。

◎トンネルの工事は巻立てコンクリートを打ってしまえばもうすべて終わりというものではない。トンネル工事は、いわば外科手術であるから、切開したところを縫い合わせた後、もとの体にかえるまでの養生も大切なのである。と言って、工事が終わった後もさまざまな補修工事が必要というのではなく、逆に補修工事になるべくいらないような設計や施工をすることが大切である。手術が済んだら数日間安静にしておくだけで、余分な手当は要らないのが理想的である。終わりよければすべてよしということである。

プレストレスコンクリートなどはジャッキを使って応力の配分を強制的に変更するが、トンネルではものが大きすぎてとてもそんなわけには行かないので、施工過程をうまく使ってなるべく無理のない応力状態になるように持つていく。工事が終わった状態に無理が残らないようにする。問題を解決した後に恨みを残さぬようにすることが大切である。みんなが納得した解決か、無理してウンといわせたかは、そのときは余り変わらぬようであるが、後で歴然たる差がでる。無理してウンといったものは何時かは、本音はこうだというのが噴き出してくる。

そのために、地山の性質の時間的変化、施工の時間的な経過をよく頭にいれて工事を進めることが大切である。

とくに、トンネルの安全を最後に守るのは支保工や巻立てであるから、支保工に強度以上の力が掛からないようにすることが肝要である。それも後から掛かるのが一番困るので、それを避けねばならぬといってもなかなか避けられぬ。そのときどうなるかも含めて次には二次覆工の問題を考えてみよう。

参考文献

- 159) G. Lombardi: Dimensioning of tunnel linings with regard to constructional procedure, T&T, July, 1973.
- 160) Cording & Hansmire: Displacements around soft ground tunnels, 5th Panamerican on SMFE, 1975.
- 161) Abraham, Kurt Heinz & Pakl, Arno: Bauwerksbeobachtung der großen Untertageräume des Pumpspeicherwerks Waldeck II, die Bautechnik Mai, 1976.
- 162) 横山章・高瀬昭雄: 土かぶりの薄い未固結地山におけるトンネル掘削時の地山挙動, 土木学会論文集, No.352/ III-2, Dec. 1984.
- 163) 大塚正幸・高野彬: 膨張性泥岩におけるトンネルの挙動と地質特性, 土と基礎, 1980.7.

トンネルと地下11

vol. 23
no. 11
1992

段丘堆積層でのトンネル施工による地山挙動
青函トンネル海底部の維持管理
R13mの急曲線の中折れシールドで施工
建設進む臨海副都心の共同溝
●地下鉄丸ノ内線直下に地下鉄駅をつくる
耐久性と防食に関する研究

日本トンネル技術協会誌



わかりやすいトンネルの力学(17)

福島啓一

§37 二次覆工の役割とひび割れ

トンネルの安定は、基本的には支保工だけで得られる。ただ、従来の鋼材や木の矢板を用いた支保工では長い間には材料の劣化が生じるので、本格的なトンネルの安定は二次覆工(巻立てコンクリート)によることが原則とされていた。NATMになってからは、支保工にも二次覆工と同じ材料を用いるので、材料の劣化は余程特殊な場合以外には心配しなくてもよくなった。そのため、二次覆工の役目は主に化粧や流水抵抗の低減、架線、照明や標識の取り付けになり、その他に安全率を高めることもあるというように変わってきた。すなわち、一次覆工(支保工)はなるべくたわみやすいものとして、地山の応力再配分が十分できるようにし、つまり、支保工の安全率は1.0ギリギリとしておき、後で二次覆工を行い所要の安全率を得られるようにするのがNATMの正しい方法だといわれた¹⁵⁾、¹⁶⁾。支保工の安全率については後で論じることにし、ここでは二次覆工の役割と、しばしば見られる二次覆工のひび割れの原因について考察する。

§37-1 二次覆工の役割

軸対称の問題では、支保工を強くする(コンクリートの厚さを大きくする)ことは多少安全率の向上につながるが、側圧係数が1.0でない場合、つまり、一般に現実のトンネルで起きるような場合では、あまり安全率の向上に役立たないことは§19、§20で説明したとおりである。地山のそ性変形まで考えると、§20で述べた以上に曲げモーメントの影響が大きく、コンクリートの厚さを増やすことは、かえって安全率を下げる危険性もある。

一次覆工と二次覆工とは、止水シートなどを間に挟んでいるので構造的には一体にはならず、半径方向の軸力は伝わるが、せん断力は伝えないと考えられる。吹付けコンクリートと、二次覆工コンクリートとの間にアスファルト乳剤などを塗付したり、合成樹脂のシートを挟んだ

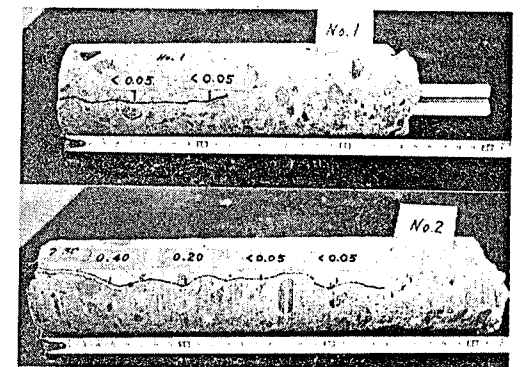


写真-37-1 二次覆工のひび割れ(ボーリングコア)

りすると、せん断力をほぼ完全に伝えなくすることができる。

曲げモーメント M と軸力 P を受ける寸法 $b \times h$ の矩形の梁部材の応力 σ_c は次式で計算できる。

$$\sigma_c = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{Z}$$

ここに、 $A=bh$:断面積、 $Z=bh^2/6$:断面係数、一方、たわみ量は断面二次モーメント $I=bh^3/12$ に反比例する。いま、一次覆工、二次覆工の厚さを t_1, t_2 とすると、これを一体としたときと、シートで分離したときとの断面積と断面係数は、

$$A_1=b(t_1+t_2) \quad z_1=b(t_1+t_2)^2/6 \quad I_1=b(t_1+t_2)^3/12$$

$$A_2=b(t_1+t_2) \quad z_2=b(t_1^2+t_2^2)/6 \quad I_2=b(t_1^3+t_2^3)/12$$

したがって、 $t_1=t_2$ とすると、間にシートなどを挟んだ場合は曲げモーメントによる応力は2倍になるが、たわみ剛性は1/4になる。不静定構造の場合、たわみやすいものはモーメントも減るので、差引きして作用応力は減る方になる。つまり、断面積は大きくなるが、断面二次モーメントはあまり大きくならず、強度はあるが、たわみやすい支保工というNATM理想の支保工に近くなる。これがRabcewiczのいう二重覆工理論の根拠である。

支保工と二次覆工の関係は、活荷重合成桁などと同じ

* 飛島建設(株)技術本部技術企画部担当部長

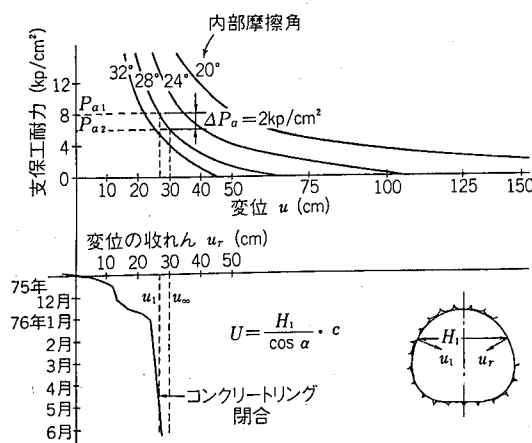


図-37-1(a) 早期巻立てによる残留変形と増加荷重の推定例

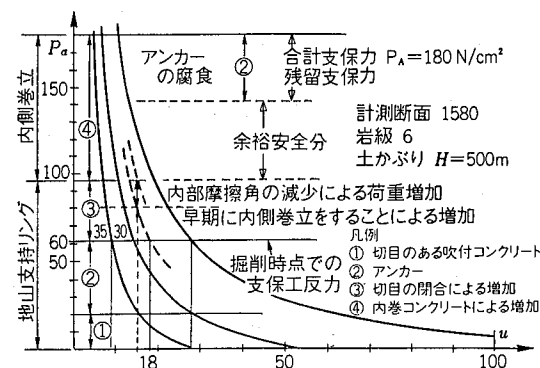


図-37-1(b) 荷重と支保耐力の関係

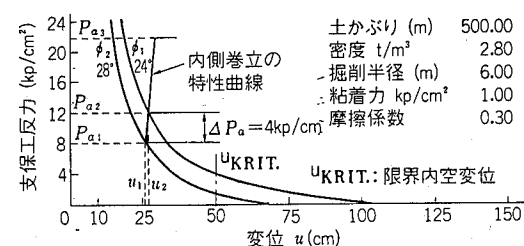


図-37-1(c) 内部摩擦角の低下による荷重の増加計算例

で、掘削直後の荷重は支保工だけで負担するが、後から働く地山のクリープ、ゆるんだ地山の再圧密などによる荷重は、両者で一緒になって負担する。

地下水位以下のトンネルでは一次覆工は水を通すので、水圧は二次覆工で負担することになる。

Pacher¹⁶⁰⁾は、Arlbergトンネルにおいて、図-37-1のように地山応答曲線を用いて地山の状態を管理し、次のように二次覆工に働く荷重を推定した。

内空変位が収束しない早期にコンクリート巻立てをすることにより、

腐蝕によりボルトの効果が失われることにより、

2~8kg/cm²
浸水により地山の内部摩擦角が小さくなることにより、
(2) kg/cm²

計 4~10(12) kg/cm²

こうして普通は35cm、特別に荷重が大きいごく短い区間だけは45cmの厚さの巻立てコンクリートが設計された。このトンネルは内空変位がなかなか収束せず、残留変位速度が6mm/月以上のところでも巻立てを施工せざるを得なかった。また、雲母片岩は水で飽和させると内部摩擦角が4~5°も小さくなることが試験によりわかったとしている。

時間の影響を考えた計算をすれば、一次覆工と二次覆工に働く荷重を別々に求められるであろう。

◎時間の影響を考えないと二次覆工の役割はあやふやなものになる。後荷を二次覆工で負担すると考えると役割分担もはっきりする。ただし、覆工をすると剛性が上がるので荷重もより増える傾向になる。たとえば、次のような報告がある。「……たとえば、覆工時点で支保工に土圧の増加が認められなくなった場合でも、周壁における地層の変位がクリープ、またはフローのような方法で、支保工骨組み(H鋼)間の矢板の部分(H鋼より弱い)、あるいは地層の露出面では変位が継続して起こり、土圧がそこで解放されているので、支保工骨組みにはも早や土圧が作用していないと思われるだけである。……支保工の段階では、これに作用する応力の様子から土圧の増加が停止したように見えても、覆工すると、これに土圧が作用することがある。……覆工コンクリートは剛であるため、この変位を阻止するように作用するからである¹³³⁾……」。

ただし、単純に一次覆工で負担しきれない分の強度を持った二次覆工を施工すればよいとはならない。つまり、一次覆工の強度と二次覆工の強度を単純に足し算してよいとは限らない場合がある。

◎人間が勝手にNATMのときの二次覆工の役割は化粧だ、荷重は負担しないのだと決めつけても、現実にはそのように挙動するとは限らない。つまり、人間の思惑などとは関係なしに二次覆工にも荷重が働く場合がある。化粧の役しか期待しないのなら、荷重がかからないように縁切りなどの処理をきちんとしておくことが大切である。

◎最近、吹付けコンクリートに対する認識も変わり、つまり信頼性も高くなり、必ずしも二次覆工を必要としないという考え方も増えてきた。そのような考えの実施例も小断面の水路トンネルから大断面の地下発電所などに及んでいる。ヨーロッパでは地下鉄を二次覆工なしにしようとしている。しかし、これはRabcewiczの唱えた

二重覆工理論が間違っているというわけではなく、かぶりが浅いトンネルではこれでも十分ということである。

◎二次覆工と支保工の耐力を足し算してよいのか?は、大いに問題である。Rabcewiczがロックボルトにステンレス材を使うことに反対した⁹⁹⁾ことは前にも紹介したが、これもロックボルトに施工上の役割を多く期待しているからである。NATMの支保材料がコンクリートなどの耐久性のあるものだからといって二次覆工と同じ性格とは限らない。目的には共通なものと時間の違いが本質的な差となっているものがある。

§37-2 二次覆工のひび割れ

二次覆工をすると安全率が増すとは限らない。二次覆工だけが壊れて、そこをはずしたらその裏の一次覆工はなんともなかった、トンネルとしてはまったく健全だったという例もある。

NATMで施工したトンネルの二次覆工は、美観を増すこと、安全率を高めること、架線、照明器具、天井板などの取り付け用、水路トンネルでは流水抵抗を減らすことなどの意味しかないといわれていた。しかし、実際に施工してみると、在来工法ではほとんどみられなかったコンクリート巻立てのひび割れが数多く発生し、美観上好ましくない状態になり問題となっている(特別の対策のない場合61.7%¹⁶⁵⁾)。その中にはコンクリートの温度応力や乾燥収縮によるものもあるが、配合を改善したり、膨張セメントを使ったりしてもなかなか防止できず、また、もっと厚いコンクリートを使っていて熱応力も大きかったはずの在来工法の場合にはあまりみられず、NATMで施工した場合だけ発生する例が多いので、明らかに掘削工法の違いによる力学的挙動の違いが、ひび割れ発生の一つの原因になっていると考えられる。いまのところ、構造物の安全性を著しく損なうものではないと考えられるが、美観を害し、また、寒冷地ではつららの発生や、ひび割れ内の水の凍結融解によるコンクリートの損傷なども起こるので、早急に原因を追及し対策をたてることが必要であろう。

(1) ひび割れの状態

現地調査、計測および文献に発表されているものをまとめると、ほぼ次のようになる。

- ① ひび割れはNATM採用区間で顕著に発生し、在来工法で施工した区間では余り発生しない。
- ② ひび割れは主に天端付近から発生し、ほぼ全面に及ぶ。発生はコンクリート打設後3~7日頃、または数週間後が多く、型枠を外したとき、すでにひび割れしているようなことはほとんどない。
- ③ トンネル軸方向(天端付近、スプリング付近)にも輪切り方向(1回打設の中央に側壁下端から伸び

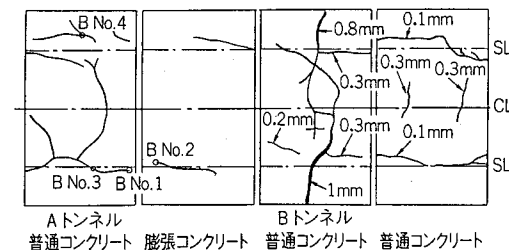


図-37-2 ひび割れ実測例

てくるものや、天端付近に2~3か所は入るなどさまざま)にも発生する。また、斜め方向や一点から3~4方向に走るものもある。間隔は1.5~5.0mくらい、幅は最大1mmくらいまでである(図-37-2参照)。

④ 湧水がある場合、ひび割れより水がしみだして遊離石灰で壁面がよごれ、著しく美観を害する。

⑤ コンクリートのひびく量を現場測定したところ、図-37-4に示すように、底盤近くは収縮を強く拘束されているが、天端付近はあまり拘束されていない。これよりみると、乾燥や温度低下による収縮が原因であれば、まず、インバート付近からひび割れが発生するはずであるが、ほとんどの場合、天端付近から発生し、ひび割れ幅も天端付近がもっとも大きい。いくつかの例では、インバートとの境目から1回打設の中央で輪切り方向にひび割れが発生しており、これはコンクリートの乾燥および温度降下による収縮が原因と推定される。

⑥ ひび割れ沿いにコアボーリングをしたところ(Aトンネル4本)、全部のひび割れが裏まで貫通していなかった¹⁶⁶⁾(写真-37-1)(文献¹⁶⁵⁾のボーリング例では裏まで貫通、ただし、1本だけ。他の調査では34本ボーリングして約2/3が貫通していて、1/3が途中まで)。また、二次覆工コンクリートと吹付けコンクリートとの間にはほこりなどがあり、一体化していなかった。ほとんどのひび割れから、地下水がある場合は水がしみ出しているの、どこかに裏まで貫通しているところがあるはずであるが、目に見えないほど狭いのか? どうかはよくわからなかった。

⑦ 湿気の多いところ、膨張セメントを使ったところではひび割れが少ない。巻厚が薄いところの方がひび割れが入りやすいようである。膨張セメントを使ったところはひび割れの入るのが遅い。

⑧ トンネルによりひび割れの型に特徴があり、これはトンネルの形状、地質、施工法、コンクリートの配合などの影響と思われる。

ひび割れの発生率は地質によって違い、シート、

膨張セメントなどの対策がない場合は土砂トンネル(98%)>軟岩トンネル(72%)>硬岩トンネル(32%)の順序に地質がよくなるほど少なくなる¹⁶⁹⁾。地山が悪いほどひび割れが多い、地山に原因がありそうなことを示している。

⑨ 従来の報告は、背面で強く拘束されたコンクリートが収縮することをひび割れの主原因としているものがほとんどである。シールド工法によるトンネルでも二次覆工コンクリートにひび割れの問題が生じており、やはりコンクリートの収縮が原因と考えられている。

⑩ 一次覆工と二次覆工の間に絶縁材を入れるとひび割れはほぼ防げる。ただし、あまり薄いビニールシート(0.4mm)だけでは効果はなく、2~10mmくらいのシート、1mm厚さのアスファルト吹付け(ただし、一例だけ)、5mm厚さ以上の発泡モルタル吹付けは効果ありと報告されている¹⁶⁹⁾。

① ひび割れ防止鉄筋、膨張セメントはあまり効果がない。
(2) ひび割れ原因の推定

ひび割れの原因としては、コンクリートの温度降下、乾燥による収縮がまず考えられるが、その他にNATM独特のトンネル力学上の原因もあると考えられる。

(2-1) 温度降下による収縮ひび割れ

コンクリートは硬化するとき熱を発生し、そのために温度が上がるが、後では外気の温度まで下がり収縮する。このとき、コンクリートが自由に動けないように外部から拘束されているとコンクリートには引張り応力 σ_r が発生し、しばしばひび割れを生じる。この温度応力は次式で計算できる。

$$\text{温度応力 } \sigma_r = \text{温度差 } \Delta T \times \text{熱膨張率} \times \text{ヤング率 } E \times \text{拘束度}$$

拘束度はまったく自由に伸び縮みができるときの収縮ひずみと実際の収縮ひずみの比を1から引いて求める。ヤング率や強度は材齢により変わるので、それぞれの時点での値を用いる。ひび割れを生じるかどうかは、一般に次のような温度ひび割れ指数を計算して、その値が小さければひび割れしないと予測している¹⁶⁹⁾。

$$\text{温度ひび割れ指数} = f_t / \sigma_r$$

$$= \text{コンクリートの引張り強度} / \text{温度応力}$$

詳しくは、条件に合わせた計算や計測が必要になるが、概略は次の式で予測できる。

内部拘束応力が卓越する場合

$$\text{温度ひび割れ指数} = 15 / \Delta T_i$$

外部拘束応力が卓越する場合

$$\text{温度ひび割れ指数} = 10 / (R \cdot \Delta T_o)$$

ここに、 ΔT_i : 最高温度になったときの内外の温度差

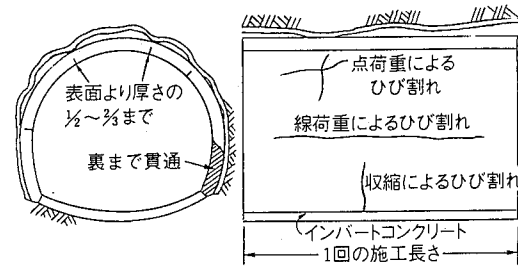


図-37-3 ひび割れ概念図

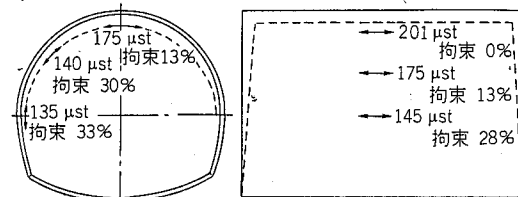


図-37-4 覆工コンクリートの拘束度測定例

($^{\circ}\text{C}$), ΔT_o : コンクリートの平均最高温度と外気温と平衡したときの温度との差 ($^{\circ}\text{C}$). 内部拘束とは1回に打設したコンクリートのうち、外側が先に冷えるため、内側コンクリートが外側コンクリートの収縮を妨げるような場合をいう。 R : 外部よりの拘束度、比較的軟らかい岩盤の場合は0.5、硬い岩盤の場合には0.8、既設のコンクリートの場合は0.6としてよい。

ひび割れ指数は、一般に次の範囲にあればよいとされている。

ひび割れを防止したい場合	1.5以上
ひび割れの発生を許すが、その幅および数を制限したい場合	1.2~1.4
上記以外の場合	0.7~1.1

巻立てコンクリートの最高温度は、夏には50 $^{\circ}\text{C}$ くらいになるから最終温度を15 $^{\circ}\text{C}$ 、コンクリートと止水シート間の拘束度を0.1と仮定すると、ひび割れ指数は $10 / (R \Delta T_o) \approx 10 / [10\% \cdot (50-15^{\circ})] \approx 2.9$ になり、ひび割れはまず起きそうでない状態にあることがわかる。インバートコンクリートとの打継ぎ部は拘束度が0.6でひび割れ指数は0.476になるので、ここだけはひび割れが当然起きそうである。

温度応力だけでは説明のつかない現象としては、

i) 拘束度が低い天端付近にまず発生し、ひび割れ幅もそこが一番大きいこと。

ii) ひび割れが裏まで貫通してないところがあること(湧水があるので貫通しているところもある)。背面での拘束が原因なら裏の方がひび割れ幅が広いはずである。

インバートコンクリートがある場合で、これから輪切り方向に延びるひび割れは裏まで貫通しているものが多

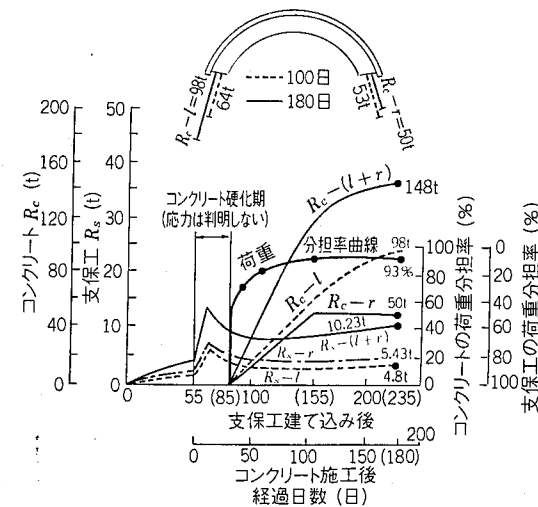


図-37-5 覆工後の土圧増加、鋼アーチ支保工と覆工コンクリートの荷重(親不知トンネル)

く、天端や側壁のひび割れは表面だけのことが多い。それぞれ原因が違うようである。

iii) 在来工法で施工した区間では、あまり発生していない。

iv) 地質との相関が強い。

v) 独特のひび割れのかたちがある(図-37-2, 3)。

vi) 防水シートを張ってその内側に施工した二次覆工コンクリートの外側面は非常につるつるして、そんなに摩擦力が働くとは考えられない。新品のメタルフォームを使って打設したコンクリートよりもさらにピカピカつるつるしている。また、防水シートとコンクリートの間には施工中の埃がそのままついていて、せん断力を伝えられるとはとても思えない。

(2-2) 力学的なひび割れ原因の推定

結局、NATMあるいはシールド工法に独特の原因がある力学的なもの、温度応力によるものとの二つの原因が加わっているのではないかと考えられる。

NATMで施工したトンネルは、一次覆工だけで安定はしているが、微小な変形はかなり遅くまでまだ続いていると考えられる(§32参照)(図-37-5¹⁶⁹⁾は在来工法で施工したトンネルであるが、長期にわたり荷重が増えていった計測例である。支保工の荷重分担率が減り、巻立てコンクリートの分担が増えたと報告されているが、これは荷重の絶対値が増えたからである。

この地山の微小な変形に対して、一次覆工は薄肉でたわみやすいことや、地山と全面的に密着して分布荷重が作用するので曲げモーメントは小さく、しかもかなりの軸力も導入されていることとで、ひび割れはほとんど発生しない。

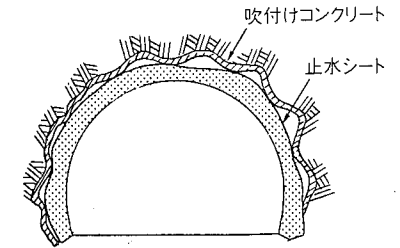


図-37-6 地山と巻立てコンクリートの接触状況(誇張して描いてある)

一方、一次覆工と二次覆工は側壁部では密着し一体となっているが、天端に近づくに従って互いに接触したり離れたたりしており、天端部はコンクリートの収縮もあってほぼ完全に離れているものと考えられる(防水シートを張って、その内側にコンクリートを流し込んだ場合の覆工コンクリートの詰まり方は図-37-6のようになっていると考えられる)。そこに残留変形による外圧が働き、一次覆工がたわむと一次覆工と二次覆工は点接触になり、二次覆工には比較的大きな集中荷重が働くことになる。在来工法の場合は支保工はそれほど強力ではないので、巻立てには分布荷重が働きひび割れが少ないと考えられる(逆に、鋼アーチ支保工は剛性が大きく容易にたわまないで、やはり点接触にはならないと考えられる……Hの間の矢板が腐って一様荷重が働く¹³³⁾……)。

NATMの場合には、一次覆工が永久覆工としても十分なだけの耐力を持っているが、非常にたわみやすいのと同時に、かなりの表面硬さをもっているの、かえって悪い影響を生むものと考えられる。

ひび割れのかたちから考えると、側壁下部にはインバートコンクリートがある場合は、これによる拘束で、1回巻立ての中央に輪切り方向に入った底盤との打ち継ぎ目から鉛直に伸びるひび割れ、スプリング部に側圧による線荷重によってできる長手方向のひび割れ、アーチ部に点荷重、または短い線荷重によりできる一点から放射状に広がるひび割れの三つが代表的なひび割れと考えられる(図-37-3参照)。

(2-3) 計算による推定の裏付け

a) 円筒に図-37-7(a)のように上下から等分布荷重が働くときの曲げモーメント M 、応力 σ 、たわみ ω は、次のように求められる¹⁶⁹⁾。ここに、 h : コンクリートの厚さ、 w : 等分布荷重、 a : トンネルの半径

$$M = 0.25wa^2 \quad \sigma = M/Z = 1.5wa^2/h^2 \quad \omega = wa^4/12EI \quad (37-1)$$

いま、トンネルの半径 $a = 4.5\text{m}$ 、巻厚 $h = 30\text{cm}$ 、コンクリートの引張り強度 $\sigma_t = 30\text{kg/cm}^2$ 、ヤング率 $E = 200,000\text{kg/cm}^2$ 、また $I = h^3/12$ 、 $Z = h^2/6$ とすると、 $\sigma_t = M/Z = 0.25 \times w \times 450^2 / (30^2/6) = 337.5w = 30$

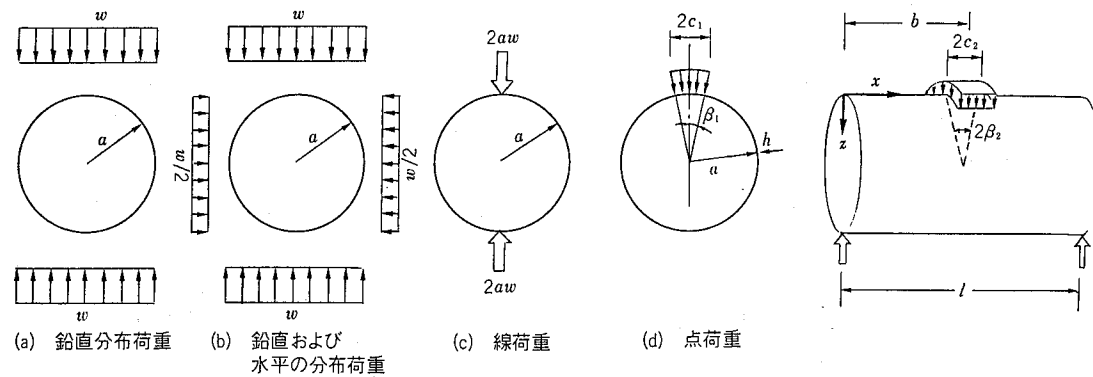


図-37-7 円筒シェルに働く荷重

$\therefore w = 30/337.5 = 0.0889 \text{ kg/cm}^2 = 0.889 \text{ t/m}^2$
 $w = 0.0889 \times 450^4 / (12 \times 200,000 / (30^3/12)) = 0.675 \text{ cm}$
 $= 6.75 \text{ mm}$
 すなわち、 0.889 t/m^2 の等分布荷重でひび割れが入り、そのときのたわみは 6.75 mm である。
 b) 鉛直圧 $p_v = w$ のほかに側圧 $p_h = w/2$ も働く場合、
 $M = 0.125 w a^2$ $\sigma = M/Z = 0.75 w a^2 / h^2$
 $w = w a^4 / 24 E I$ (37-2)
 $\sigma_t = M/Z = 0.125 \times w \times 450^4 / (30^3/6) = 168.75 w = 30$
 $\therefore w = 30/168.75 = 0.1778 \text{ kg/cm}^2 = 1.778 \text{ t/m}^2$
 $w = 0.1778 \times 450^4 / (24 \times 200,000 / (30^3/12)) = 0.675 \text{ cm}$
 $= 6.75 \text{ mm}$
 つまり、側圧 $p_h = 0.5 p_v$ が働けば2倍の荷重に耐える。そのときのたわみは同じく 6.75 mm である。
 c) a)と同じ大きさの荷重でも線荷重として働けば、つまり、吹付けコンクリートなどで全荷重を受けてしまい吹付けコンクリートと二次覆工コンクリートとは天端の狭い幅だけで接触していると考え、 $P = 2aw$ となり、
 $M = 0.318 P a = 0.636 w a^2$ $\sigma = M/Z = 3.816 w a^2 / h^2$
 $w = 0.15 w a^4 / E I$ (37-3)
 $\sigma_t = M/Z = 0.636 \cdot w \cdot 450^4 / (30^3/6) = 858.6 w = 30$
 $\therefore w = 30/858.6 = 0.0349 \text{ kg/cm}^2 = 0.349 \text{ t/m}^2$
 $w = 0.15 \cdot 0.0349 \cdot 450^4 / (200,000 / (30^3/12))$
 $= 0.477 \text{ cm} = 4.77 \text{ mm}$
 つまり、a)の場合の半分以下、b)の場合の約1/5の荷重でひび割れが入る。そのときのたわみは約2/3である。つまり、円筒シェルは集中荷重に対して弱いようである。
 d) 図-37-7(d)のように狭い面積のところに集中して荷重 P が働く場合については、P. P. Bijlaard¹⁰⁹⁾がフーリエ級数を用いて次のように解を求めている。
 円筒の長さ l の中央 $b = l/2$ 、天端 $\phi = 0$ のところに $2c_1 \cdot 2c_2 = 2a\beta_1 \cdot 2a\beta_2$ の広さに荷重 P が働いているときに、円筒の半径方向のたわみ w と単位面積あたりの

半径方向荷重 z は、
 $w = \sum \sum w_{mn} \cos m\phi \sin(\lambda/a)x$ (37-4)
 $z = \sum \sum z_{mn} \cos m\phi \sin(\lambda/a)x$ (37-5)
 ここに、 $\lambda = n\pi a/l$ 、
 l : 円筒の長さ a : 円筒の半径
 $w_{mn} = \phi_{mn} z_{mn} l^2 / 2D$ (37-6)
 ここに、 D : シェルの剛度、 $D = Eh^3 / (12(1-\nu^2))$ 、 h : シェルの板厚、 E : ヤング率、 ν : ポアソン比 m, n : 積分数。
 途中の計算は省略するが、次のような式が導かれている。
 $\phi_{mn} = 2(m^2 a^2 + n^2 \pi^2) / [(m^2 a^2 + n^2 \pi^2)^4 + 12(1-\nu^2)n^4 \pi^4 a^4 \gamma^2 - m^2 a^4 (2m^4 a^4 + (6 + \nu - \nu^2)n^4 \pi^4 + (7+\nu)m^2 a^2 \pi^2)]$ (37-7)
 ここに、 $\alpha = l/a$ $\gamma = a/h$
 長さ l の中心に鉛直方向の荷重が働くときの荷重係数 z_{mn} は次のように求められている。
 $z_{mn} = (-1)^{(n-1)/2} (4\beta_1/\pi^2) (p/n) \sin(n\pi\beta_1/\alpha)$
 $(m=0, n=1, 3, 5, \dots)$
 $z_{mn} = (-1)^{(n-1)/2} (8/\pi^2) (p/mn) \sin(m\beta_1) \sin(n\pi\beta_2/\alpha)$
 $(m=1, 2, 3, \dots, n=1, 3, 5, \dots)$
 $z_{mn} = 0$ ($m=0, 1, 2, 3, \dots, n=1$ 偶数) (37-8)
 これより曲げモーメントは、
 $M_x = (1/2) \alpha^2 l^2 \sum \sum \phi_{mn} z_{mn} (n^2 \pi^2 / \alpha^2) + \nu(m^2 - 1) \cos m\phi \sin(\lambda x/a)$ (37-9)
 $M_\phi = (1/2) \alpha^2 l^2 \sum \sum \phi_{mn} z_{mn} (m^2 - 1 + (\nu n^2 \pi^2 / \alpha^2)) \cos m\phi \sin(\lambda x/a)$ (37-10)
 膜力は、
 $N_x = -6\pi^2(1-\nu^2) \alpha^6 \gamma^2 a \sum \sum \phi_{mn} z_{mn} (m^2 n^2 / (m^2 a^2 + n^2 \pi^2)) \cos m\phi \sin(\lambda x/a)$ (37-11)
 $N_\phi = -6\pi^2(1-\nu^2) \alpha^4 \gamma^2 a \sum \sum \phi_{mn} z_{mn} \{n^4 / (m^2 a^2 + n^2 \pi^2)\} \cos m\phi \sin(\lambda x/a)$ (37-12)
 これより、荷重の分布幅 β が狭くなると、たわみ w はあまり変わらないが、曲げモーメント M は急激に増えて

表-37-1 Bijlaardの式による計算結果
 荷重分布幅 $\beta_1 \times \beta_2$ と ω (変位)、 M_x, M_ϕ (曲げモーメント)、 N_x, N_ϕ (軸力)の関係

$\beta_1 = \beta_2$	$\omega/(P/Ea)$	M_x/P	M_ϕ/P	$N_x/(P/a)$	$N_\phi/(P/a)$
1/8	269.5	0.132	0.1047	-2.6304	-2.3070
1/16	288.6	0.2037	0.1743	-2.9943	-2.4614
1/32	294.98	0.2489	0.2286	-3.1297	-2.5139
1/64	296.7	0.2648	0.2491	-3.1694	-2.5288
1/128	297.2	0.2691	0.2548	-3.1798	-2.5326
1/256	297.3	0.2703	0.2563	-3.1825	-2.5336
1/512	297.4	0.2706	0.2567	-3.1832	-2.5339
1/1024	297.4	0.2706	0.2568	-3.1834	-2.5339
1/2048	297.4	0.2707	0.2569	-3.1834	-2.5340
1/4096	297.4	0.2707	0.2569	-3.1834	-2.5340
0	300.0	∞	∞		

注 $a/h=15$ 、 $l/a=3$ の場合(たとえば、半径 $a=4.50 \text{ m}$ 、コンクリート厚さ $h=30 \text{ cm}$ 、長さ 13.5 m)についての計算

ゆき、 $\beta_1 = \beta_2 \rightarrow 0$ になると、 $M \rightarrow \infty$ になることがわかる。計算結果を表-37-1に示す(ただし、 $2c_1$ は最少でも壁厚 h 、 $\beta \geq h/a$ にとってよいと思われる)。同じ大きさの荷重でも、作用面積が小さくなると、たわみはあまり変わらないが、曲げモーメントは増えることがわかる。

$\beta = 1/32$ ($c=12.5 \text{ cm}$)の場合について計算すると、
 $M_\phi = 0.2489 P = 1.5 a^2 w$

$\therefore \sigma = 0.25 \times 6 a^2 w / (h^2/6) = 2025 w$

β_1, β_2 がゼロに近づく場合の荷重点近くの曲げモーメントは、上記の薄肉シェルの弾性解では無限大になってしまう。しかし、針の先ほどのところにそんな大荷重がかけられるわけでもなく、実際の載荷幅を考えるとほぼ $M_\phi = 0.27 P$ くらいになると予想される。また、より正確にはせん断力の影響、厚さの影響、そ性変形を考えないと正確な解とはいえない。シェル全体でこの場合の解を求めるのはむずかしいが、平板、それも円形の板で近似しても十分正確といわれている。そのときの荷重直下の板の下側の引張り応力は次の式で求められる(Timoshenko; 板とシェル⁵⁰⁾ 3章19節)。

$$\sigma_{\max} = (P/h^2) [(1+\nu) \{0.485 \ln(r/h) + 0.52\}] \quad (39-9)$$

いま、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、トンネルの巻立ての長さ $l=3a$ を円盤の中心に集中荷重 $P=2alw=6a^2w$ が働く場合を考え、これを円盤の中心に集中荷重が働く場合の式で推定する。円筒シェルを円盤に置き換えて計算するわけであるが、線荷重の働く場合の応力分布から推定して単純支持された円盤の半径 r を約 $0.6a$ とする。
 $\therefore r/h = 0.6 \times 450/30 = 9$ (a : トンネルの半径、 h : 壁厚) とすると、

$$\sigma_{\max} = 6 a^2 w / h^2 \cdot 1.3 \{0.485 \ln 9 + 0.52\} = 2782.8 w$$

($\beta = 1/32$ とした場合の $\sigma = 2025 w$ より少し大きな値を

表-37-2 荷重状態別のひび割れ荷重とその時のたわみ量

荷重状態	単位	(a)	(b)	(c)	(d)
ひび割れどきの荷重	t/m ²	0.889	1.778	0.349	0.107
" (9m×11.25mあたり)	t	100.0	200.0	39.2	13.1
ひび割れするときのたわみ量	mm	6.75	6.75	4.77	0.436

* $h=30 \text{ cm}$ 、 $a=4.50 \text{ m}$ 、 $l=1350 \text{ cm}$ 、 $E=200,000 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\nu=0.3$ 、 $\sigma_t=30 \text{ kg/cm}^2$ の場合

与えるがほぼ同じ)

引張り強度を $\sigma_t=30 \text{ kg/cm}^2$ とすると、 $w=30/2782.8=0.01078 \text{ kg/cm}^2=0.1078 \text{ t/m}^2$

$$P = 2a \cdot l \cdot w = 2 \times 0.45 \times 1350 \times 0.1078 = 13.098 \text{ t}$$

また、たわみは表-37-1より $w=300 P/Ea$

$\therefore w = 300 \cdot 13.098 / (20,000/450) = 0.04366 \text{ cm} = 0.4366 \text{ mm}$
 以上の計算より、荷重状態が(b)、(a)、(c)、(d)と変わるにつれて、全荷重 w は同じでも曲げモーメントや応力は増大すること、ひび割れするときの引張り応力を一定にすると、そのときの荷重や変位量は減少することがわかる。とくに(d)の状態になると、計測でも検知できない、ごくわずかな変位でひび割れが入ってしまうことがわかる。(b)の状態と比べると、吹付けコンクリート(bの状態に近い)にひびが入る1/15くらいの荷重で二次覆工(dの状態に近い)にひび割れが入ること、吹付けコンクリートには相当の軸力も入っているの、実際にはこの比はさらに大きいことが推定される。

NATMやシールド工法で施工したトンネルの場合、一次覆工と二次覆工とが点接触状態になることは十分ありえることであり、残留沈下により数ミリ沈下すること、 1 t/m^2 くらいの荷重が働くこともありえるので、もともと乾燥収縮などにより引張り応力が働いているコンクリートがひび割れするものと考えられる。

この対策としては、接触面積を大きくすることが効果的で、厚いシートを挟むのがよいと考えられる。

◎中間管理職はつらいとよくいわれるが、中間に挟んだ層がクッションになって世の中を幸せにするし、場合によっては、これが針のむしろになって、真綿で包まれていれば100の荷重に耐えられても、途中に針のむしろが刺さることは10でも大変である。図-37-6のように覆工コンクリートは必ずしも外側の地形になじまないの、こんな悪い作用をすることもある。シートを挟むのでますます外側の形と同じにならない。

厚いシートを挟むと多少の変形は吸収するし、また、荷重を広い面積に分布させてくれるのでひび割れが減る。これは実績で証明されている。シートの裏側に丁寧に注入すれば、さらにひび割れは減るのではないかと考えられる。



「切支丹哀史の島」天草より

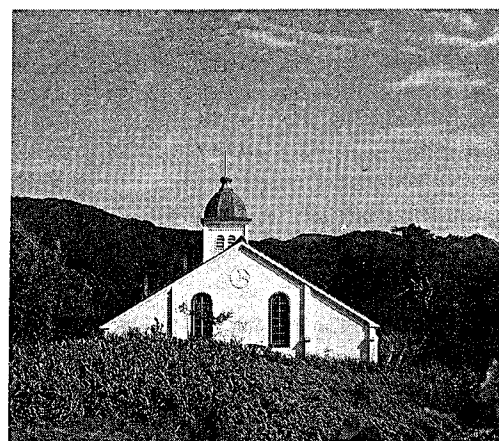
早瀬 隆 幸

熊本県の南西部に位置する天草は、北に有明海、島原半島、西には東シナ海へ続く大小120余の島々からなり、天草町の大江は、天草下島の南西部、天草灘に面する自然に恵まれた温暖で美しい景観をもったリアス式海岸の山あい位置する。

この地は、かつてキリシタン弾圧と重税に苦しむ農民や、キリシタン宗徒らが天草四郎を総大将とした天草島原の乱で全滅したと思われたキリシタンが300余年の間、厳しい弾圧に耐え忍び、人知れず信仰の火を守り続けた「かくれキリシタンの里」である。

その間、毎年正月二日には庄屋邸で宗門改めと称する踏絵が行われ、人々が正月気分浸って楽しんでいたその日は、キリシタンにとって最大の苦難の日だったそうである。

明治6年にキリシタン禁教令が廃止され、この地に司祭が訪れてからは信者たちが名のり出て信仰を表明し、聖堂が建てられ、キリシタン復活の中心地となった。純朴で敬虔な信徒により、穏やかな風土の中で、温かい信仰の心が育まれている。当作業所の南の丘にある大江天主堂は、人々の平和で静かな暮らしを見守っ



大江教会

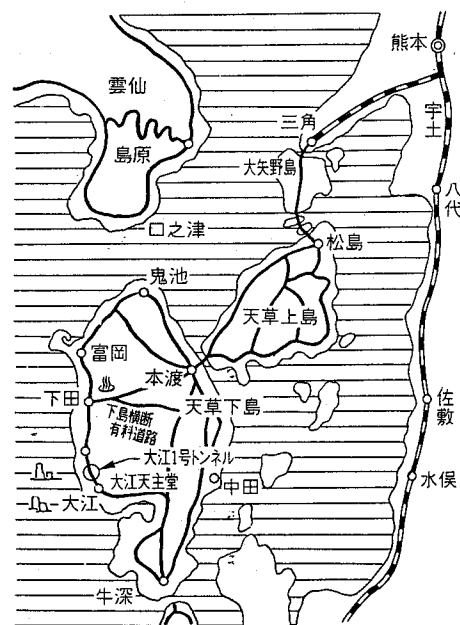
ているように見える。

こうしたキリシタン文化と外洋に面し、荒々しい崖辺に奇岩が連なる天草町西海岸は、道路が狭く、カーブも多く交通のネックとなっており、地域発展を妨げる要因ともなっている。現在施工中の国道398号道路改良大江1号トンネルは、この西海岸道路のバイパス工事の一環として建設されているもので、NATMによる上半先進発破工法で延長766mの2車線道路トンネルを建造する。

平成4年5月より掘削を開始し、8月末で上半部約200mの進行である。地質は、長崎変成岩に属する片岩類で断層破碎帯が数箇所存在する。坑口部は強風化片岩、トンネル部が黒色片岩珪質片岩の互層で、層の境は動力変成作用に伴い土砂化し、また薄板状に割れ目を有し、剝離するため内空変位に比べ天端沈下が大きいのが特長であり、到達側坑口部は表層すべりを呈し、緩傾斜地形で、土かぶり非常に薄く、また、変圧地形であるため慎重な対応が必要となるが、来夏夏の無事故・無災害での貫通を目標に全員で頑張っている。

夕日の美しい天草西海岸は、釣りの天国でもある。磯釣り、舟釣り、堤防釣り年間を通してさまざまな釣りが楽しめる。釣り好きの方は、ぜひ一度お越し願いたい。

(銭高組・山本建設・中村建設共同企業体所長)



わかりやすいトンネルの力学(18)

福島 啓一

§38. 安全率

§38-1 安全率の考え方

何事も計算どおりにはいかないことが多い。理論的に柱や梁の寸法が計算できたとしても、その寸法ぎりぎりにつくる人はまずいない。計算のときに想定しなかった大きな荷重が働くかもしれないし、材料の寸法や品質が予定どおりでないかもしれない。計算するときは何らかの単純化を行っているの、実際の現象と違ってかなりの誤差が入っているかも知れない。このようなことで、計算で求まる寸法を割り増ししたり、計算で求まる応力を実際の強度より小さいところに制限したりしているのが技術者の生活の知恵である。この割り増し、または割引の係数が安全率である。

したがって、安全率は不明係数ともいわれる。応力や材料の強度について正確にわかっていて、計算も正確、施工もそのとおりに行われれば安全率をあまり大きくとらないでもよいと考えられている。

計算は、弾性体、または弾塑性体と仮定して行い、細かい形状などを多少省略して行うので誤差を含む。

材料の強度は、一般に載荷試験時の強度を指しているが、長期間載荷した場合の強度(クリープ強度)、くり返し載荷したときの疲労強度などはこれより小さい。強度や寸法のばらつきもあるし、試験片よりも大きい実際の部材では強度が落ちるという寸法効果も多少ある。

材料の強度は、さび、腐食、風化などの経年変化で落ちる。したがって、予想される耐用年数で期待される強度も変わる。ダムコンクリートの場合は、数10年経ってもまだ強度が伸びているとの報告もあるが、一般のコンクリートではそこまで期待できない。

荷重は、その構造物の使用法により変わり、時代とともに変化することが多い。蒸気機関車から電車へと減る場合もあれば、馬車から自動車へと増えるときもある。

トンネルの場合も地表で造成工事が行われたり、近くに別のトンネルが通ったりすると変化する。

材料の応力とひずみの関係を図に描くと図-19・2のようになり、一般には弾性限度まではひずみは応力に比例する。つまり、フックの法則が成り立つ。その後は急激にひずみが増える。それでもまだ壊れるわけではないが、フックの法則が成り立たない場合の計算は非常にむずかしいのと、弾性限度と強度はあまり変わらないので、これを同じと考えて弾性計算をして、その応力が強度以下になればよいとする設計の考え方が生まれた。しかし、これでは計算外の誤差があるかも知れないので、強度を安全率で割った許容応力と比べて安全の判定とする。これが許容応力度法と呼ばれる設計法である。

このように、許容応力度法の場合は弾性計算だけを行い、計算上の最大応力が許容応力を構造物のどこでも越えないことが必要条件である。1か所でも越えたら駄目である。ほかに、たわみ、振動などの強度以外の条件から部材寸法が決まる場合もあるが、いまは省略する。

脆性材料で作られた単純梁や1本の柱などの静定構造物では、この考えが成り立つことで十分である。このような構造物では、どこかが壊れはじめると、残った面積で同じ荷重を受け持たねばならぬので、その応力がさらに大きくなり、結局、全体が壊れることになる。

しかし、構造材料として広く使われている鋼材などによる多くの部材を組み合わせた複雑な構造物ではかなりの靱性、延性があるので、一部分が壊れたり降伏したりしても、まだ余裕があるところで荷重を負担するので構造物はすぐには壊れない場合が多く、この計算法では無駄がでる。かなり過大な設計になることが多い。そこで、最近では部分的には塑性状態までなってもよいとする設計も行われている。

最近の鋼構造、鉄筋コンクリート構造の弾塑性計算では、荷重に荷重係数をかけて割り増しをする。一方、材料の強度は材料安全率で割って割り引きするうえで両者を比べて、一般には強度の方が応力より大きければよい

* 飛鳥建設(株)技術本部技術企画担当部長

1993年(平成5年)1月

としている。

ただし、計算の結果、どこかが降伏しても、それだけでだだちにだめではなく、全体が不安定なメカニズムにならなければよいとしている。多少あちこちで降伏強度を越えても、その分を他の部材が負担してくれて全体が壊れなければよいし、越えた数が多いと全体が不安定になるとだめというわけである（結局強度法と呼んでいる）。地山の一部分が塑性変形をしてもよいとするトンネルの設計も、これに倣うべきであろう。

法面や堤防の安定計算に使われるすべり円法、ダム の安定計算でのHennyの式では、全抵抗力と全駆動力（外力）の比が所定の安全率以下であればよいと考える。部分的に応力が材料強度より大きくなるかどうかは考えていない。一部分が降伏しても、そこで変形が大きくなり、力が他の場所に配分されるので壊れないわけである（最近、この計算をFEMでやり、部分安全率を考える人もいるが、これは全体の設計思想が変わることであり、ただ、精密な計算だから、この方がよいとは判断できない。むしろ、終局強度法から許容応力度法に逆戻りしているわけで、かえって悪くなっている）。

このように、一口に安全率と言っても、どのような状態に対して計算するのか、場合によって違う。

具体的な安全率の値は、構造物の目的、使用法、破壊したときの被害の大きさ、発生頻度、破壊の早さ、破壊の前兆、修理や応急対策難易度、荷重や強度のばらつき、信頼度、計算の精度、耐用年数などにより変わる。

むかしは、トンネルでも荷重（緩み荷重）が地質によってある一定値をとると考えられ、その大きさに対して支保工の強度を考えた。この場合は、支保工の応力と強度の比を安全率として取ってよい。

NATMの設計では、地山が荷重であり、支保工でもあるとすると、安全率とは何と何の比であるか定義がなかなか定めにくい。まして、地山が塑性になったから危険ともいえない。トンネルを掘る前から地山全体が塑性化している場合さえある。N値=0の超軟弱地盤でもトンネルは掘れる、水中でも掘れる。したがって、塑性域が広いことや、支保工の一部が壊れたり、ボルトが切れたり、コンクリートがひび割れしたりすることも、ただちに危険ではなく、全体の安定、安全にどう影響するかによって判断すべきである。単純に応力と強度の比で考えることはできない。

Rabcewiczは、トンネルの内空の変形量と荷重および支保工反力の関連図（Fenner-Pacher曲線）から両曲線の交点の荷重 p_i^0 と、支保工の極限耐力 p_i^c の比（図-38・1(a)）で、 $s_f = p_i^0/p_i^c$ を安全率としている。また、論文^{(18),(19)}の他の箇所では安全率はできるだけ1.0に

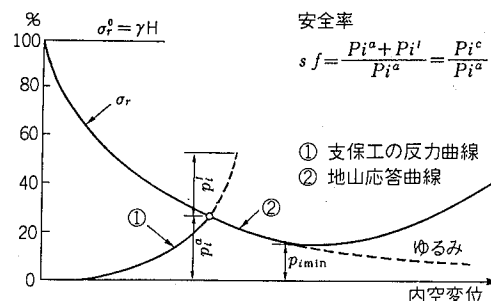


図-38・1(a) Rabcewiczの提案した安全率

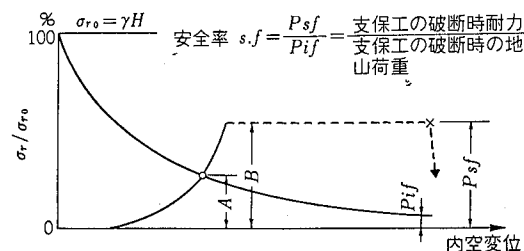


図-38・1(b) 新しく提案する安全率

近いようにし、地山内の応力再配分を十分に行わせるべきだとしている。「応力再配分による変形で、天井が落ちるというようなことは決してなく、ゆっくりした変形しか起こらない。こういう変形は作業員にとって危険なものではないし、変形がきわめてゆっくり起きるのでなおさらである。このような好ましい安全条件のもとでは、とくに補助アーチを一次支保工としてのみ用いるときは、許容応力は破断限界にごく近くまでとっても安全である。永久的なものとするときでも、安全率は1.5、ないし2で十分である⁽¹⁹⁾」としている。

しかし、工事中の一時的なものとはいえ、多数の労働者が働き、いったん崩落が起きれば重大災害になりかねないトンネル支保工の安全率が1.0ぎりぎりというのは好ましくない。計測で安全性を確かめながら作業を進めるので、大丈夫という考え方……計測しながらの施工 observing construction……もあるが、それでも1.0ぎりぎりでは危険すぎる。また、そのためには安全率と計測値、計算値、調査値との関連がはっきりしており、また、必要な精度と頻度で計測が確実に行われ、崩壊はかならず予測できる必要がある。

Rabcewiczの考え方には、地山内の応力再配分をうまく行わせることが第一になっているので、そのためにはたわみやすい支保工が好ましく、結果的に安全率が1.0に近い支保工が必要になったのである（一般には強度を大きくすると、剛度も大きくなる。たわみやすいものは、部材は細く、または薄く、材料の強度は小さい）。

しかし、NATMの支保工の安全率は本当に1.0ぎり

りにするのがよいのか、トンネルの安全率と個々の支保工部材の安全率とは別に考えなくてもよいのか、などについて以下に考察して見る。

もっとも簡単な場合として、静水圧状に地圧が働いている地山内の円形トンネルを考える。巻立てコンクリートはほぼ軸圧縮に近い応力状態になり、地圧が増えてコンクリートの強度を越せば破壊は急激に起きる（ぜい性破壊）。§20の計算例では、吹付けコンクリートのヤング率を $E=50,000\text{kg/cm}^2$ とすれば、吹付け後13mmの半径変化（直径の変化にすれば $26\text{mm}=26/10\text{m}=0.26\%$ ）が起こり安定するが、予測以上の荷重が働けば約33mm（直径）の内空変位が起こった後で破壊する。実際には、吹付けコンクリートのヤング率は時間とともに変化するもので、その正確な値がわからないと破壊を予知することはなかなかむずかしい。

それはそれとして、変形や応力を精密に測っていて、応力が許容値はおろか、降伏値も越えてしまったなら、はたしてトンネルは何時も危険なのであろうか。その時点で安全率は1.0ぎりぎりになってただちに補強をしなければならぬのであろうか？

作用応力と材料強度という関係では、これは安全率1.0の状態であるが、トンネルは複雑な高度な不静定構造物であり、一部の部材が降伏したとしても、その部材が降伏後、延性変形が進むだけで、ただちにぜい性破壊するものでなければ一般には応力再配分が行われて、そのまま安全である。これを軸対称のトンネルについて模式的に示せば、図-38・1(b)のようになる。つまり、支保工耐力曲線と地山の荷重変位曲線が交差しても、支保工の変形能力が残っていれば図に示したように支保工の限界変形の時の荷重と耐力の比を（図-38・1(b)の B/A ではなく p_i/p_i^c ）安全率と考えてさしつかえない。Fenner-Pacher曲線が右下がりのところではこの差はかなり大きい。つまり、Rabcewiczのいう安全率が1.0ぎりぎり、この考えでは2.0くらいあることになる。

このように変形能力の大きい支保工として、アンカーボルトが重要であることはいうまでもない（ただし、これはあくまでも地山の変位-荷重曲線が右下がりになっている場合であって、荷重-変位曲線がほぼ水平になっているような場合には吹付けコンクリートを厚くするなどして支保工の剛性と強度を上げる必要がある）。

◎もう一つの考え方としては、地圧や支保の強度を一定のものと考え、Rabcewiczのいうように安全率を1ぎりぎりにとる必要があるが、地圧や強度が時間の関数と考えると少し変わってくる。彼のいう安全率1は、そのままかなり長時間放置した状態で安全率1になるのであって、実際に危険と隣り合わせで仕事をしていると

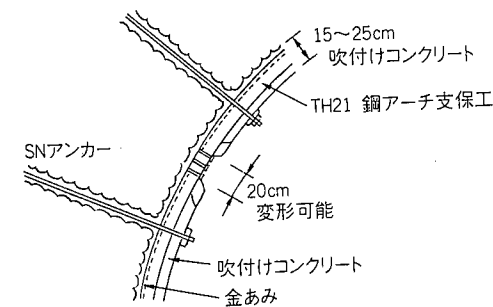


図-38・2 Tauern トンネルで採用された可縮構造

いうわけではない。工事中は常に事態は変化しており、ある状態で長時間放置することはなく、しかも放置時間は十分管理されている。したがって、長時間の強度を考えると安全率1ぎりぎりでも施工段階ごとの時間の管理さえ十分にしておけば安全率は十分に高い。短時間の地圧や強度に対しては、十分な安全率がある状態に常に保たれている。施工途中で、まだ吹付けコンクリートを施工していないとか、吹付けコンクリートは施工したがボルトを打設していないとか、インバートを施工していないといった放置時間を管理することで、現場は常に必要な安全を確保しているわけである。正月や盆の長期休暇の前には、通常より支保を補強するのは工事をする人の常識であるが、このような考えを裏づけている。

背の高い地下発電所などの地下空洞を施工中には、インバートなしで進めても、掘削完了したらただちにインバートコンクリートを施工するのは、その後の放置時間の違いが大きな理由である。

このほかに、仮設構造物の安全率には壊れはじめてから補強をしたり、逃げたりして対処できる場合は多少壊れてもよいのだという安全もある。

◎とがけはしっぽを切っても死なない。壊れたところが尻尾なのか心臓なのかを判断する必要がある。

§38-2 安全率の実際

実際のトンネルにおいては、変形の形、方向、時間的経過など、次のような点にも考慮して安全率を定める必要がある。

① 支保工の変形能力は材料や構造により、また、破壊の方向、仕方によっても違う。ボルトは材料として比較的変形能力は大きい、地山とモルタルなどの定着材との付着が切れることもある。鋼材の伸び能力だけでは不足するときは定着しない区間をつくったり、バネ座金をいれたりする⁽¹⁸⁾（図-38・3）。鋼材は軟鋼の方が変形能力は大きく、高強度のものは降伏後の伸びが小さい。

吹付けコンクリートは曲げ変形能力はかなりあるが、圧縮ひずみ能力はごく小さい。また、地山との付着が切

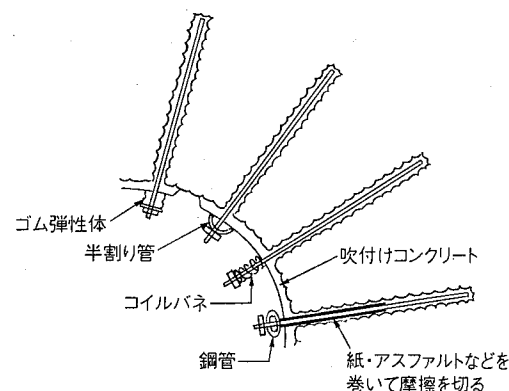


図-38・3 変形量大きいトンネルで、ボルトが切断しないための対策

れることがある。そのため、金網を入れたり、ロックボルトと併用することが大切であるが、そのほか、大きな変形が必要なときは（管理された状態での沈下をさせて）、アーチ脚部の沈下を積極的に許したり、吹付けコンクリートの施工時に隙間を設けておき、隙間が塞がるまでの変形を許すなどの対策が取られることもある²⁰⁾（図-38・2参照）。コンクリートのせん断は急激に起こるので危険であり、一般の鉄筋コンクリートの設計ではかならずせん断よりは曲げ破壊が先行するようにするが¹⁷⁰⁾、トンネルでは地山と一緒にせん断されるときは応力解放が同時に起きるので、変形はゆっくり進む¹⁹⁾。

鋼アーチ支保工は、可縮構造にしてあれば変形能力は大きい。ただし、可縮継手のところはコンクリートにも隙間を設けておかないと数mmくらいしか変形しない。可縮継手がない場合には、吹付けコンクリートが硬化して十分の強度と剛性がでる前に初期の荷重の大部分を鋼アーチ支保工が負担してしまい、最初に座屈することが多い。これは、可縮支保工を使えば防止できる。

ボルトの頭部にゴム弾性体、半割りパイプなどの座金をいれてボルトの伸び能力を大きくした例もある¹⁸⁰⁾。

すべり破壊の方向、すべりが進行するとき、それに伴って荷重が増えるのか、減るのか、支保部材は破壊されて耐力が急激に落ちるのか、降伏してもそのままの強度を保っているのか。破壊するにしても比較的ゆっくり破壊し、作業員が避難したり、あるいは支保工の補強をする時間があるのか、急激に破壊が進むのか、前もって前兆があるのか、計測で予知できるのか、まったく突然起こるのか。これらの関係をよく考えて安全率を変える必要がある。

◎土かぶりの浅いトンネルや、インバートが打設してないトンネルでのヒービングなど、拘束のほとんどない地山を過度に動かすことは、地山の強度劣化や支保工の強度低下がある一方、変形による土圧の低減作用はわずか

であるので危険である。

NATMで施工した場合は、破壊は急激に起こらず、変形は収束するとは限らず、大規模な崩壊が起きたり³⁰⁾、地表まで陥没した例もある¹⁷¹⁾。

水を伴う崩壊、水を含んだ砂の崩壊、鋭敏比の大きい粘土の崩壊は急激であり、地山強度の低下、土圧の増加を伴うので危険である。

◎掘削途中の段階で、短いアンカーボルトよりも奥の方で地山がせん断されて動きだすのは危険である。しかし、ボルトは長ければよいというものでもなく、すべり線の形を描いてみるとやたらに長いボルトはあまり有効でないことがわかる。

◎すべり線の位置、方向により、危険なものと、そうでないものと区別されることが多い。

② 地山は、ぜい性破壊をすれば急に強度が落ちるので、急激に破壊に至ることが多い。粘土では、この強度の比を鋭敏比と呼んでいる。動摩擦係数と静摩擦係数の差のようなものである。岩石では当初の強度、降伏強度に比べて残留強度は一般にかなり低くなる。ただし、軟岩では十分な拘束圧力があれば、強度は落ちないばかりか、ひずみ硬化して強度が高くなることさえある。一方、地山を拘束しないまま放置するような施工を行えば、支保工を施工する前に崩壊してしまい安全率の数値以前の話になる。

§33で述べたワイブル係数を用いた考え方によると、地山や支保工、施工法の品質にばらつきがあるほど安全率を大きくとる必要がある。

③ 工事が進み、インバートアーチを打設したり、二次覆工を施工したりすると、支保工の耐力も大きくなるが、剛性も大きくなるので、荷重も大きくなる。そのため、かえって安全率は小さくなり、コンクリートにひび割れが生じたりすることがある。荷重の増える時間的關係をよく把握して、二次覆工やインバートアーチの施工時期を決めるべきである（補強でひび割れが増えた例、§32-3、§37参照）。

④ あるトンネルでは、吹付けコンクリートがせん断されたり、鋼アーチ支保工が座屈したりしたので、これをはつって復旧工事をしたが、その間、トンネルはまったく安定していた。危険な徴候が見えたとき、支柱式支保工で急いで補強する必要があるときもあれば、このように支保工を変形させて、荷重を逃がしてやる方がよいときもある。

コルゲートパイプの場合と同じで、あまりにもトンネルの巻立てを剛性の高いものにすると、かえって荷重が増え、この剛性の高い支保が急激に座屈したとき、こんどは地山をゆるめてしまい、ますます荷重が増えること

もある。

これとは逆に、天端の吹付けコンクリートが押し出してきたので、支柱式支保で一時的に補強したが、その後は地山が時間とともにいったん失った強度を取り戻し、支柱式支保を外して大丈夫だった例もある¹⁷²⁾。

荷重は地山と支保工の変形量の差により変わるので、簡単に図-38・1のように安全率を決めることができないことも多い。

⑤ 大断面のトンネルでは、施工途中にすでにロックボルトなどの支保工の応力が許容応力や降伏限度を越してしまう場合があるが、この場合も、現在までの傾向値などから掘削完了するまでのひずみ、変位、必要内空圧力、支保工の応力などを推定し、前記の考え方で安全率を推定すれば、取るべき対策が決定できる¹⁷³⁾。

この方法による詳しい正確な計画はなかなかむずかしく、傾向値からの推定が主となるが、考え方としては、短期荷重に対する材料定数 E, ν, c, ϕ と長期荷重に対する E, ν, c, ϕ に対して地山応答曲線（Fenner-Pacher 曲線）を描き、交点を求める。あるいは部分掘削の状態に対する曲線と、全断面掘削のときの曲線とを求めて、今後の動きを推定するということになる。この場合、途中で地山強度が増える傾向もあるので、それも取り入れて現場管理をする必要がある¹⁷⁴⁾。

⑥ パートンは、トンネルの使用目的などに応じて表-31・6のような安全率を提案している（具体的には、彼が提案しているのは空洞支保比（excavation support ratio, ESR）であるが、これは安全率の逆数とほぼ同じである）。これを見ると、彼はトンネルが大きいほど、使用目的が重大なほど安全率を大きくとるべきだと考えていることがわかる。

切羽のすぐ近くのように、注意が行き届く場所、すぐに対策がとれるところでは比較的小さな安全率でよい。工事が完成して、道路や鉄道、水路、発電所などとして稼働しはじめてから後荷が働き巻立てが壊れるような現象に対しては十分な安全率をとる必要がある。

大断面のトンネルでは、天端近くの小さなひび割れや変状などはなかなか発見できないし、対策も取りにくいので安全率を大きくとる。

かぶりの小さいトンネル、地表に建物などがある場合は安全率を大きく取る。

⑦ 工事完成後の水の作用に対しても十分な安全率をとる必要がある。水圧荷重と土圧の違いは、水圧はトンネル支保工が変形しようと曲がろうと全然減らないことであり、そのために安全率は高くとる必要がある。逆に設計で予想した値より違うことは少なく、確実に働く。

工事中の水の問題はかなり複雑であり、簡単には論ぜ

られないので、詳細は別の機会にゆずる。突発湧水、水と一緒に流れ出る土砂の影響など複雑である。

⑧ 破壊のエネルギーを考えて安全率を決める必要がある。吸収エネルギーの小さい、ぜい性度の大きい岩石や支保工ほど安全率を大きくとり、降伏しても強度低下しない地山や支保工（吸収するエネルギーが大きい）では小さな安全率でもよい。

⑨ 平均して、安全率は1.0ぎりぎりではなく、工事中で

1.5～2.0くらい（時間の要素も入れて）、完成後は2.0～5.0くらいは取るべきであろうと考えられる。

安全率は個々の支保工部材に対して考えるとともに、トンネル全体についても考えるべきである。ボルトが切れてしまったがトンネルは無事だったという報告¹⁷⁵⁾もある。支保工が曲がってしまったトンネル、だんだん小さくなってトロッコも通れなくなったトンネルも多い。Fenner-Pacher曲線は右下がりになっているところでは、個々の部材に対しては安全率は1でもよい。ネガティブフリクションで吹付けコンクリートがせん断破壊されるときのように曲線がほぼ水平になっており、材料が脆性破壊するときには急激に壊れるので安全率は十分大きく取る必要がある。

工事中は普通の地山のように見えても、後荷のある地質がある。この場合は、壊れに対する安全率ばかりでなく、後荷でひび割れすることに対する安全率も見込む必要がある。

降伏と破壊は安全率を別に考える。降伏は対策をとれる。対策をとれる時間内に壊れなければ、安全率は1以上あるとしてよい。

破壊に予告があるような工夫をした場合、例えば、木製支保工の泣き、ゴムバネ入り皿板のロックボルト、可縮支保工、吹付けコンクリートの隙間などの場合は安全率を小さくしてよい。

§39. 支保工の設計

§39-1 支保工の役割と設計の基本

トンネルの支保工の設計というと、ボルトの長さや吹付けコンクリートの厚さを決めることだと考えている人が多い。しかし、支保工として一番大切なのは地山そのものである。これがNATMの精神であることはご承知のはずであるが、さて、具体的に細部の検討をするとなると、これをすっかり忘れてしまう人が多い。

橋などの構造物では荷重に比例して構造物の部材も大きくするが、トンネルでは荷重の変化に比べると支保工の部材の変化は余りにも小さい。その分は地山をどう扱うかで対処するわけである。

支保工の耐力は荷重に関係なくボルトで5~20t/m²、吹付けコンクリートで10~100t/m²くらい、上半だけの状態では横からの押し出しに対してはかなり小さくせいぜい5~50t/m²くらいしかない。一方、地山の圧力(荷重)は数t/m²~数1000t/m²までと支保工の力に対して圧倒的に大きい場合がほとんどである。したがって、かぶりが数mの場合を除いては地山の分担分を考えないと支保工は成り立たない。支保工の役割は自分で力を分担することもさながら、如何に地山をゆるませず、地山の自力、本来持っている力を発揮してもらうようにしむけるにある。つまり支保工は自分の体力で力を負担する役割も持っているが、もっと大事な役割は地山に大きな力を負担してもらうように準備、段取りをし、触媒として、仲介役として上手に立ち回って地山のご機嫌を損ねないように全体の進行を司ることである。

下手に扱うと地山はへそを曲げてしまい、荷重を負担するどころか支保工をへし曲げることになる。取り扱い注意である。女心と秋の空は変わりやすい。あまり金と力がない色男たるもの、彼女の気を反らさぬように気を張って行くことが大切である。支保工の力に頼るような自己過信は慎まなければならない。

力づくでやっていけないもう一つの点は、後に恨みを残さないようにするためである。腕力に任せて、その場を何とか丸く納めるだけで工事を終わったとする。しかし、地山はなかなか泣き寝入りしてくれない。しばらくは我慢していても、長い時間のうちには本音がでてくる。巻立てのあちこちにひび割れがでたり、そこから水が滲み出してきたりする。施工が終わったとき無理がなく、地山も支保工も各々の性格と力と能力に応じた荷重を分担して不公平や無理のない形になっていることが必要である。

地山は一種の生物である。そのおかれた環境の中で、生きているのであり、無理を押しつけると後ではね返りがある。

そのためには、設計で意図した荷重配置になるよう施工順序や時間差などをとることが大事である。施工途中の荷重や力の分担も十分検討することが必要である。

従来、支保工の計算という各支保材の耐力を計算して、それを足し算し、想定される荷重とどちらが大きいかを比べるという方法を取っていた。しかし、支保工の力は足し算すればよいものではない。各材料で微妙に役割、働きが違う。天端、側壁、底盤などの場所により違うし、施工の時期によっても違う。一番よい協力関係になっているときは、力を足し算してよいわけであるが、まずは協力関係にすることが前提である。

◎一番大切な支保工は、地山そのものである。例えば、

system rock boltの天端部分は要らないと考えられる場合がずいぶんある。しかし、これがなかなか廃止されない。せっかく当初設計にあるので、予算も計上されているからないよりある方が多少でもよいだろうというわけである。しかし、支保工の力だけを考えればそうかもしれないが、ボルトを打つために地山を傷め、せっかくの地山をゆるめてしまっている例が多い。現場で4mのロックボルトを打つためには6m余のガイドセルが必要である。そのため、切羽の高さを6m以上にすることがでてくる。またはロッドやボルトを2本継ぎとする必要がでてくる。切羽を高くすることや2本継ぎのロッドで切羽の放置時間を長くすることは地山のゆるみを増やすことになる。10t/m²のボルトを打つために地山の支持力を50t/m²減らし、ゆるみ荷重を50t/m²増やしていることになる。このように、角をためて牛を殺している現場が余りにも多いのが現状である。

吉田徳次郎博士¹⁰⁾は、「よいコンクリートをつくるには、セメント、水および骨材のほかに、知識と正直、親切を加えなければならないことになる」と述べている。トンネルにも同じことがいえる。コンクリートをつくるときは、セメント、水、砂、砂利のほかに正直、親切、知識、熟練、コンクリートを愛する心を練り込むことが大切であるように、トンネルの支保工にもH鋼や吹付けコンクリートだけでなく、力学や地質に対する知識、経験、正直、親切、トンネルを愛する心、山の神様、地山に対する気配り、心配りを加える必要がある。

とくに地山はセメントや鋼材などと違い施工者が自由に選ぶことはできないので、場所ごとに変わるそれぞれの性格、個性をよく理解してやり、愛する心がとくに大切である。設計図に合わせてトンネルをつくるのではなく、地山に合わせて設計図を修正しながらトンネルを掘る必要がある。

§ 39-2 支保材の特色、特徴

NATMは決してボルトと吹付けコンクリートを使うだけの工法ではないが、これらの材料を使うことは間違いない。これら各材料の特性をよくのみ込んで設計をすることが大切である。

ここで、各支保工の役割を一応まとめてみると次のようになる。

1) 吹付けコンクリート

- ・地山に密着して、岩石相互の移動、分離、ゆるみを防ぐ
- ・小石、土砂の掘削表面からの崩落、崩壊を防ぐ
- ・地山の表面の強化、ゆるみ防止
- ・アーチシェルとしての支持力、内空反力はかなり大きく、その面では一番有効な支保材である。

- ・剛性もかなり大きい。ただし、初期は小さいので初期にゆるみ防止のため高い剛性が必要なときはH支保工と一緒に用いる。
- ・ロックボルトに対する大型の皿板
- ・トンネルの延長方向のシェル作用(ベンチ掘削の時はむかしのウォールプレート、truss panelの替わりをするが、それよりさらに有効である)。
- ・地山のばらつきの改善
- ・変形能力は余り大きくない。大きな変形が予想されるときは隙間をあけた吹付けコンクリートとする。

2) ロックボルト

- ・地山の縫い合わせ

地山と吹付けコンクリートの縫い合わせ……とくに部分掘削をする場合の上半足元のボルト、吹付けコンクリートに隙間を設ける場合など施工途中の荷重を分担する。

- ・内空反力作用、吹付けコンクリートより力は小さいが変形能力が大きく、部分掘削の場合にも有効に効くので、分割掘削のとき、変形が大きいとき有効。
- ・地山のばらつきの改善
- ・地山を鉄筋コンクリート、FRPなどのような複合材料に、脆性材料からひずみ能力のある延性材料へ変化させる。

3) 鋼支保工

- ・吹付けコンクリートが硬化する前から有効な支保材として掘削直後のゆるみ防止
- ・縫い地地板、フォアパイリング、パイプルーフの支え

§ 39-3 設計法

いままでの解析をまとめて、実際に応用できるように支保工の設計法として整理してみる。

Rabcewicz-Golserの支保工設計法には、多くの欠点、矛盾があることは先に紹介したとおりであるが、地山そのもので荷重を支持させようとする考え方は素晴らしく、画期的なものであると考えられるので、そのよいところを残し、その修正を試みる。

- 1) 解析式としては、§ 28(側圧係数を考慮した弾塑性解析)を主に考える。自重の影響は普通は無視してよい。とくに大断面のトンネルで地山の強度が低いときは、天端部にだけ自重の分を考慮して荷重を割り増す。
- 2) 地山の強度係数はトンネルの大きさを考えて低減するが、十分な数のボルトを用いた場合は低減率を小さくしてよい(ワイブル係数を低減する)。
- 3) 地山内にだ円形の弾塑性境界ができ、この面での半径方向の応力が地山保護アーチを含めたトンネル支保工に作用するものとする。この荷重は、側圧係数 $k_a=1.0$ のときは、

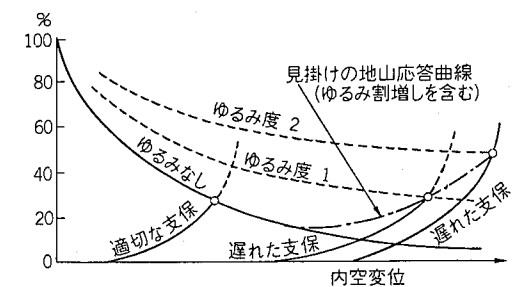


図-39-1 Fenner-Pacher曲線

$$\sigma_R = p_0(1 - \sin \phi) + c \cos \phi \quad (25 \cdot 13 \text{再記}) \quad (39 \cdot 1)$$

側圧係数 k_a が1.0でないときは、弾塑性境界のだ円の形により値は変わる。外圧を p 、 q とし、弾塑性境界の半径を a 、 b とすると (a 、 b の求め方など28・4~77参照)。(側壁)

$$\sigma_R = p(1 - \sin \phi) \{ (2a + b) / 2b - k_a / 2 \} + c \cos \phi \quad (\text{天端})$$

$$\sigma_R = p(1 - \sin \phi) \{ (a + 2b) k_a / 2a - 1/2 \} + c \cos \phi \quad (39 \cdot 2)$$

いま $a=2b$ 、 $k_a=0.5$ とすると側壁部では、

$$\begin{aligned} \sigma_R &= p(1 - \sin \phi) (2.5 - 0.25) + c \cos \phi \\ &= p(1 - \sin \phi) \times 2.25 + c \cos \phi \end{aligned}$$

軸対称と考えた場合の2倍くらいにとればよい。

4) 地山のゆるみと再圧密のため、トンネル支保工が突出状態の埋設管と同じ状態になるので、その分の荷重の割り増しを行う。この割り増しは、施工法(断面の分割法、掘削から支保までの時間間隔、切羽の防護など)、土かぶり、地質、湧水量などに深く関係する。また、この割り増し荷重分は地山アーチでは支持されず、主に吹付けコンクリートに作用する。そのため、この分は地山支持アーチの支持力分を除いた内部支保に働く荷重が割り増しされるとして計算する。割り増し率はMarstonの式(図-5・2,3参照)を参考にして決める。

この割り増し率を考えると、図-39・1のようなFenner-Pacher曲線が描かれる(割り増し率は施工法により変わるので、所定の範囲内になる施工法を選ぶ)。

この荷重を支保工で負担できないほど大きいときは、支保工がもっと大きく変形できるようにしてやり、地山の負担分を多くしてやる。

支保工の強度はただだか50t/m²程度である。

上半だけの状態では、側壁押し出しに対しては吹付けコンクリートの強度はその半分くらいである。したがって、下半掘削およびインバート閉合まではボルトで補強する必要がある。一方、天端はほとんどの場合は弾性域のままであるからボルトは不用である。

5) 支保工の支持力は、地山支持アーチ分、吹付けコン

クリート分、鋼アーチ支保工分、アンカーボルト分の合計と考える。ただし、各支保部材の耐力を合計するのではなく、剛性を考えてFenner-Pacher曲線を描き、その交点から各支保工に働く作用荷重を決める必要がある。吹付けコンクリートは初期のYoung率が低いので、鋼アーチ支保工がかなり多くの荷重を負担する。なるべく、各部材が強度に比例して分担するようにする。

6) 吹付けコンクリート、鋼アーチ支保工の強度はRabcewicz¹⁸⁾と同じにとる。剛性は§19に従うが、その他に可縮継手、隙間を設けると、アーチの脚が沈下する分、材齢によるヤング率の違い¹⁹⁾などを考慮して決める。荷重が早く出る地山と遅く出る地山があるので、鋼アーチと吹付けコンクリートを使い分ける。

7) アンカーボルトの剛性は、§19により計算する。支持力はボルトの両端での圧力の差をとる。ボルトの応力はかなり大きくなり降伏強度を越えることも多いが、ボルトが切れるようであれば、そのときは伸びの大きい鋼材を使うか、座金のところにバネを入れるなどの対策を取る。

8) 地山支持アーチリングの支持力は、そ性域の内側と外側での半径方向の応力の差とする。すなわち、次式のRのところをそ性域の範囲A、またはBを入れて求める。地山支持リングの耐荷力

$$\Delta \sigma_R = s/m + (p_i - s/m)(R/a)^m - p_i \\ = (p_i - s/m) \{ (R/a)^m - 1 \} \quad (39.3)$$

そ性域の半径RをRabcewiczはボルトの長さのところまで取っているが、かならずしもボルトの長さとは一致させる必要はない。この計算式のために長いボルトの効果が過大に期待され、Arlbertトンネルなどで多くの長いボルトを打つ原因になったのではないかと推測される。しかし、そ性域の半径はFenner-Pacher曲線の計算からもわかるように内空変形量によるものであり、それだけの内空変形をさせたときに地山がせん断されて落ちてこない、脆性破壊をせずに延性降伏をするための十分な拘束圧力が支保工などにより与えられているかどうかが大切であり、ボルトだけ長くすればよいわけでも、ボルトさえ長ければよいわけでもない。

起きそうな可能なせん断面を描いてみて、ボルトの長さを決める。

9) そ性域の広さAおよびBを仮定して、以上の計算を行う。アンカーボルトの長さはトンネル径の0.2~0.4倍くらいにする。側壁を長くし、天端は一般に要らない。ただし、断面分割法により変わる。ボルトは多くの場合、仮設であり、施工途中の荷重を負担する²⁰⁾。

10) 地山強度比が比較的高く、支保工を設置すれば、地山はすべて弾性域になる場合、断面が小さく全断面掘削

する場合は吹付けコンクリートを主に設計する。

分割掘削する場合はボルトを併用する。ボルトの主な役割は施工途中の吹付けコンクリートシェル、閉合前のシェルを地山に縫い合わせ、また補強する役割である。

11) 支保工（吹付けコンクリート、鋼アーチ支保工など）は特性強度に対して安全率が1.5~2.0以上になるようにする。支保工に対して働く荷重としては、土かぶり圧から地山の負担分を差し引いて求めるが、突出状態になる場合は割り増しする。

【設計例1】§14のせん断破壊説と同じ条件で、地山アーチの支持力を計算せよ。

【答】(39.3)式にトンネル半径 $a=3.5\text{m}$ 、地山の強度 $c=9.3\text{t/m}^2$ 、 $\phi=30^\circ$ 、 $s=15\text{t/m}^2$ 、 $m=2$ を代入する。支保工はアンカーボルト $\phi 26\text{mm}$ 、 $F_{t1}=5.3\text{cm}^2$ 、耐力 26t を $1.4 \times 1.4\text{m}$ 間隔で打設すると、 13t/m^2 の支保工反力となる。吹付けコンクリートは厚さ 10cm 、 $\sigma_c=300\text{kg/cm}^2$ で支保工反力は 36t/m^2 とする。ボルト支保だけのときの地山アーチの支持力は、

$$\Delta \sigma_r = (p_i - s/m) \{ (R/a)^m - 1 \} \\ = (-13 - 9.3 \cot 30^\circ) \{ (R/3.5)^2 - 1 \}$$

(塑性域の厚さ $R-a=2.0\text{m}$ のとき)

$$\Delta \sigma_r = -42.77\text{t/m}^2$$

$$(\text{ " } R-a=3.0\text{m} \text{ のとき}) \quad \Delta \sigma_r = -71.28\text{t/m}^2$$

$$(\text{ " } R-a=4.0\text{m} \text{ のとき}) \quad \Delta \sigma_r = -104.55\text{t/m}^2$$

$$(\text{ " } R-a=5.0\text{m} \text{ のとき}) \quad \Delta \sigma_r = -142.57\text{t/m}^2$$

ボルトと吹付けコンクリート支保の場合

$$\Delta \sigma_r = (-13 - 36 - 9.3 \cot 30^\circ) \{ (R/3.5)^2 - 1 \}$$

(塑性域の厚さ $R-a=2.0\text{m}$ のとき)

$$\Delta \sigma_r = -95.67\text{t/m}^2$$

$$(\text{ " } R-a=3.0\text{m} \text{ のとき}) \quad \Delta \sigma_r = -159.45\text{t/m}^2$$

$$(\text{ " } R-a=4.0\text{m} \text{ のとき}) \quad \Delta \sigma_r = -233.86\text{t/m}^2$$

$$(\text{ " } R-a=5.0\text{m} \text{ のとき}) \quad \Delta \sigma_r = -318.90\text{t/m}^2$$

§14で得られた 12.63t/m^2 (または 30.0)および 24.76t/m^2 (または 53.0) (カッコ内は旧公式、ボルトの有効長さはいずれも 3.0m)に比べると相当大きな値となった。差が出る原因の一つはRabcewiczは曲線の降伏条件式を用いていることであり、この修正をすれば旧公式がほぼ正しい答をあたえていると考えてよいようである。ほぼこの曲線を近似するように、 $c=1.5\text{kg/cm}^2=15\text{t/m}^2$ 、 $\phi=19.5^\circ$ とすると、 $m=2 \sin \phi / (1 - \sin \phi) = 1.0021323$ であるから、ボルトだけで支保したときは、

$$\Delta \sigma_r = (-13 - 1.5 \cot 19.5^\circ) \{ (R/3.5)^{1.00213} - 1 \} \\ = -17.235869 \{ (R/3.5)^{1.00213} - 1 \}$$

(塑性域の厚さ $R-a=2.0\text{m}$ のとき)

$$\Delta \sigma_r = -9.8752\text{t/m}^2$$

$$(\text{ " } R-a=3.0\text{m} \text{ のとき}) \quad \Delta \sigma_r = -14.8159\text{t/m}^2$$

$$(\text{ " } R-a=4.0\text{m} \text{ のとき}) \quad \Delta \sigma_r = -19.7582\text{t/m}^2$$

$$(\text{ " } R-a=5.0\text{m} \text{ のとき}) \quad \Delta \sigma_r = -24.7019\text{t/m}^2$$

ボルトと吹付けコンクリートを併用したときは、

$$\Delta \sigma_r = (-13 - 36 - 1.5 \cot 19.5^\circ) \{ (R/3.5)^{1.00213} - 1 \} \\ = -53.2358 \{ (R/3.5)^{1.00213} - 1 \}$$

(塑性域の厚さ $R-a=2.0\text{m}$ のとき)

$$\Delta \sigma_r = -30.5011\text{t/m}^2$$

$$(\text{ " } R-a=3.0\text{m} \text{ のとき}) \quad \Delta \sigma_r = -45.7613\text{t/m}^2$$

$$(\text{ " } R-a=4.0\text{m} \text{ のとき}) \quad \Delta \sigma_r = -61.0265\text{t/m}^2$$

$$(\text{ " } R-a=5.0\text{m} \text{ のとき}) \quad \Delta \sigma_r = -76.2961\text{t/m}^2$$

これでRabcewiczの式にかなり近い値になるが、直線の降伏条件式を用いているので、そ性域を広くとるとすこし過大な支持力の計算になる。

◎支保工の力は足し算ではないとはいったが、できれば足し算になるのがもっとも経済的なよい設計である。そのためには変形量の釣り合いが必要である。ここでの計算は一応足し算が成り立つことを前提にしているので、そうでないときは割り増しが必要である。

◎多くの場合、天端と底盤部分は弾性状態のままになっている(図-29.4参照)。したがって、天端はわずかなゆるみ荷重と落石防止のために吹付けコンクリートを施工すれば十分ことが多い。底盤では落石防止は要らないし、ゆるみも少ないのでインバートコンクリートは要らないのが大半である。側圧が大きくなるとインバートコンクリートが必要になるし、さらにかぶりが深いときは天端に、まれにはインバートにもボルトが必要になる。目安としては、インバートコンクリートが要らないなら天端のボルトは要らないか、ごく短いので十分といえよう。

◎NATMの特色として、後からボルトを追加したり、吹付けコンクリートを厚く吹き増したり、仮インバートを施工できるという人もいるが、一般に追加の支保工は効果が少ない。これは、頭の中で考えただけのお話の工法で現実性はない。地質が予想以上に急激に悪くなったとき以外はやめた方がよい。

◎観測、計測で支保工を変更するという意見も似たような話である。実際に変更できるのはボルトの長さや吹付けの厚さよりも切羽の高さ、一間の長さ、断面分割などである。いろいろ計算しても、工夫しても支保工材の支持力は 50t/m^2 前後でしかない。一方、地山アーチの支持力は 300t/m^2 にも 500t/m^2 にもなる。地山をゆるませず、地山アーチの厚さを厚くして地山の支持力をいかに増やすかが大切である。

◎支保工は断面内に残さないのが原則である。内部に支保工を残し、掘削が終了した後に撤去するということは、完成したとき残る支保工に撤去する分の荷重の大部分を盛り替えることになり、地山の支持力を十分利用できない。

い。また、これを撤去した時点で地山と支保工の荷重分担が不自然な形になりやすく、後々に禍根を残す。

上半施工時に吹付けコンクリートがせん断破壊されそうになり、木製支保工を組んだなどの緊急の場合はやむを得ないが、これとても地山に荷重を転換した後は速やかに撤去するのである¹⁷²⁾。

◎天端のボルトが要らないというのは、荷重が小さいほかに、モルタルが詰まりにくく施工不良になりやすい、天端のボルトを打つために切羽を高くして緩みを増やしていることが多い、施工時のゆるみ域内にボルトを打つとボルトは圧縮力を受け、吹付けコンクリートに働く荷重をかえて増やすだけである、などの施工上の問題もある。天端にボルトが必要なほど真の荷重が働くならば、インバートにもボルトが必要になるはずである。

§39-4 地山分類による支保工の設計

地山分類に基づく支保工の設計が、Terzaghi 以来いくつ提案されている。もし、これですべてが出来れば計算など要らないはずともいえる。何よりも簡便なのと、実務者にわかりやすいのとで広く用いられている。

ある意味では、トンネル力学の不足点、理論倒れで実務に遠すぎる点をついているよい方法である。

しかし、理論的根拠は必ずしもはっきりしていないし、技術的に必要な分類よりも甲乙間の支払いの便利のため定められている向きもある。したがって、理論と結び付けるためには少なくとも5段階くらいの分類ではなくて、数100種類くらいには分類する必要があるように考えられる。しかし、そのためには多くのデータが必要であるが、いま、ここで新しい分類法を提案するほどの知識、経験もないので問題点だけをあげておく。

◎現在の分類法の問題点

いろいろな要素を加味して一つの値に集約し、その値により5~6段階にわけようとしているものが多いが、集約することを急ぐあまり地山のそれぞれの個性を無視している。日本の分類法は弾性波速度を重視し過ぎていて、力学的には、地山の比強度を考えた分類(Rabcewicz、仲野⁴¹⁾、道路公団¹⁷⁶⁾など)は少数派で、その他は地山の性質だけで地圧が決まると考えている。時間の要素、水の影響、緩みやすいかどうかなど施工に影響される要素が多いが、そこまでは考えていない。

発破の利き、TBMのカッタの消耗など支保工以外に関する分類が軽視されている。

同じ一軸圧縮強度 q_u でも $c=0$ 、 ϕ =大と ϕ =小とでは現象が違う。 $c=0$ の単粒の砂質土では緩むと急激に崩落する。中間的な凝灰岩、泥岩では切羽の自立はよいが、後荷があるなど複雑であるので比強度だけでは論じられない。

◎今後、地山分類の考えにいて貰いたい要素として思いつくままに挙げると、次のようなものが考えられる。
切羽での挙動、施工性より

- ① 無普請、全断面掘削
 - ② 掛け矢板、上半、マイクロベンチ
 - ③ 送り矢板
 - ④ 縫い地（砂質土、粘土質土、シルト）
 - ⑤ 鏡止め
- 自立時間と掘削スパンとの関係（Laufferの分類）

長期挙動、短期挙動

- ① 山はね
- ② 後荷なし、または荷重の増加なし
- ③ 後荷少々（ ϕ が大きいと塑性半径 R の増大によりすぐに支保工反力 p_i が 0 になるので、後荷が少ないようである）
- ④ 後荷あり、膨張性押し出し（ $\gamma H/\sigma_c$ と ϕ に関係するようである）

水に対する挙動

- ① 影響なし、割れ目はあるが硬い岩石
- ② 泥ねい化など（施工性、インバートの必要性、噴泥に関係）、スレーキング
- ③ クイックサンド、流砂（粒径が均一、比重が小さいなど）
- ④ 透水性よし、不透水性など

発破、掘削に関する挙動

- ① しわい岩、ねばい岩 ② 発破がよく効く岩
- ③ 土砂など発破が効かない、発破が要らない
- ④ ブレーカー、ピック、リッパで掘削できる地山
- ⑤ バックホウなどで掘削できる地山

浮き石落とし、コソクに対する挙動

- 浮き石なし、浮き石あり、コソクすれば安全
コソク不可能、ただちに矢板施工

削孔にたいする挙動

- 孔荒れのあり、なし
ロッド、ビットの摩耗、竹の子

TBM、ロードヘッダのカッタに対する挙動

- ① 珪岩などカッタの摩耗大
- ② 石灰岩などカッタの摩耗小

緩みに対する挙動

- ① すぐ緩み急激に崩壊する（砂質土）
 - ② トンネル完成後に緩みの効果が出る（凝灰岩）
- 砂——急激に強度低下、流動状態になる
粘土——鋭敏比
亀裂の多い岩—— ϕ 小、岩片が回転を起こせるほど緩むと強度は急激に落ちる。泥岩など ϕ 小、せん断に対する強度低下は少ない

外見、手触り

- ハンマーで叩くと高い澄んだ音がする
ハンマーで叩くと鈍い音がする
ハンマーで叩くとハンマーがめり込む
ハンマー、鶴嘴でつき崩される
柔らかい、スコップで掬えるなど

割れ目、RQD

- 割れ目なし、割れ目あり（個/m）、亀裂係数
割れ目の密着度（密着、広く開いている、その他）
割れ目面の滑らかさ（滑らか、凸凹、鏡はだ）
割れ目の充填材（なし、粘土、その他）
崖錐、砂、土などの粒状体、粘土
岩片の形（角張っている、丸い、細長い、その他）
土かぶり圧力など
土かぶりの大小、偏圧のあるなし、側圧係数の大小
地山強度比（比強度）

地下水、その他

- 地下水位以下、以上、被圧水あり、なし
湧水あり、なし、たまり水、河・海に連絡している水
石灰岩空洞など

膨張性のある、なしなど

- モンモリロナイトなどの粘土鉱物
掘削後ただちに風化、吸水崩壊をするかどうか
地形、地層の傾斜
向斜、背斜、流れ盤、受け盤、水平層、たて目
地すべり地形

地質

古生層、洪積層など

地質、地層の変化など

- 均一の地層、変化の激しい地層、断層、褶曲、潜在応力、互層（砂岩・泥岩互層など）、砂・粘土などを挟んだ層、掘削断面内に違った地層が同時にでてくる
岩石そのもの（マトリックス）の材質

強度、密度、風化度、 N 値、色、構成成分

岩質

- 火成岩、水成岩、変成岩、
現地風化、ひび割れしたもの、二次堆積したもの
調査法によるもの

RQD、コア採取率、弾性波速度

トンネルの設計、施工法によるもの

トンネルの大きさ、土かぶり、形状

施工法（NATM、木製支保、鋼アーチ支保）

参考文献

- 175) 仲野良紀：粘性土岩における押出し性膨潤性トンネル地圧のメカニズムと実測例、応用地質、1974.10.
176) 日本道路公団：設計要領第三集（第9編トンネル）、1985.



連載講座

わかりやすいトンネルの力学(19)

§40 観察・計測の解釈と逆解析

“田畑たちは、その部分に煉瓦を積んでも差しつかえないかを検査するため入坑してきたのである。

かれらは、カンテラの灯を側壁に向け、入念に調べてまわった。その付近の地質は、かたい輝石安山岩で良質であった。導坑を掘ったときもトンネルの全形まで掘り進めた折しも、少しの土圧も受けることなく掘り進むことができた。そのような箇所であったので、側壁にもまったく異常がみられなかった。

田畑技手らは、煉瓦積み準備作業の責任者である細川工夫長に、翌日から予定どおり煉瓦積みをするように、と指示し、その場をはなれて午後三時すぎに坑外に出た。”（吉村昭：闇を裂く道）。

世界一の難工事として知られ、多数の死者を出した丹那トンネル工事での最初の事故、16名が死亡し、17名が8日間も坑内に閉じこめられた大崩壊の直前の描写である。小説家の創作もあるかも知れないが、本巻立て直前の検査は一応地山の状態をよく調べたはずであるが、当人の細川工夫長までが死亡するほど急激に起こったのである。もち論、後の調査では“その箇所の地質が想像以上に悪く、それに気づけなかったのが原因であることが明らかになった。粘土層を含むすべりやすい部分があり、そこを岩石がすべて動き、支保工の丸太がつぎつぎに倒れて大崩壊につながったと判定された”（同上）そうである。

トンネル工事は一寸先は闇と言われるが、一寸先どころか手前の方でさえ、次の瞬間に何が起るかなかなか予知しがたい。最新の技術の進歩でも二度とこんな事故はないようになったであろうか。

§40-1 観察・計測の解釈

NATMを導入した最初のころ、計測に工事費の数%を要するという説明をよくしてまわったものである。発

* 飛鳥建設(株)技術本部技術企画部担当部長

1993年(平成5年)2月

福島啓一

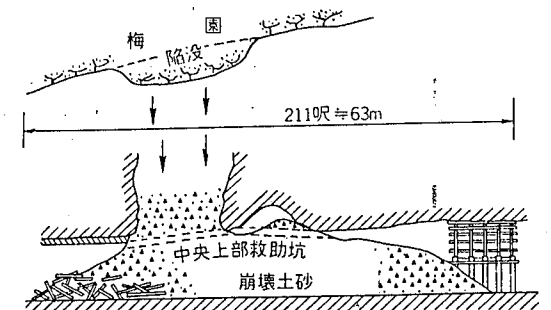


図-40-1 丹那トンネル陥没のところ、東口990ft(地表の陥没はトンネルの崩壊から約1か月後に起った)

注者の反応で一番多いのは、その計測値から何を判断し、どう対処するのかフロー図を示せ、管理基準値を示せというものであった。その結果、NATMの特色のひとつは観察、計測をしながら掘削するので過大な支保を設計することもなく経済的であり、また、事故を防ぐこともできることにあると言う話ができあがった。しかし、本当にそうであろうか？

内空変位が何ミリになったら危ないとか、増しボルトを打つ必要があるとか、簡単に決めつけられるものではない。もっとも実際の現場で、そのような管理をした例はある。例えば、アールベルグトンネルでは内空変位が50mm/2日以上か以下かで、ロックボルトを増し打ちする判断基準としている。ただし、岩条件が違えば他のトンネルにそのまま適用することはできないとしている¹⁷⁶⁾。

しかし、危険な変形量はトンネルの条件によって変わるものであり、計算で多少の見当はつくはずであるが、大部分は経験的に計測値の傾向などから判断することになる。それよりRabcewiczがNATMが安全だといっているのは、NATMで支保した地山と支保の複合構造は急激に壊れる脆性破壊をせず、破壊の進行と土圧の減少がほぼ釣り合ったゆるやかな破壊をするので、一般に危険ではなく、その進行が止まったのを確認してから対策をとることができるということである。つまり、構造物の性質を変えることが前提であり、どんなに計測を密

にしても脆性破壊を予知することはむずかしいし、また、例えできたとしても、その時ではもう手の打ちようがない。

脆性破壊は急激に起こる。破壊の予知のある構造にすることが大切である。観察で予見できると自信を持つことは、自信過剰で危険である。NATMの原理にしたがって適切な支保をした場合、崩壊はゆっくり起こるというのがRabcewiczの主張であり、計測や観測をすれば事故が防げるというものではない。それに崩壊はかなり大規模なものでも10m間隔くらいで起こるのであり(図-40・1参照)、20m間隔で計測をしていれば絶対わかるとはいえない。

◎それでは計測は要らないのか? NATMの原理にしたがったつもりでも不備な場合もあり、それをチェックするためにも計測は大事である。ただし、その数値だけで判断できるものではない。総合判断が大事である。計測では平均的な長期的な山の動きがわかるだけである。◎百姓は毎日作物の葉や実の色を見、話しかけることで稲や果樹の健康状態を察し、何をして貰いたがっているのかを知るといふ。

医者に行けば体温や脈拍を計られる。しかし、医者が一番大切な診察は先ず問診だそうである。山の神様にもよく話しかけて、いろいろとご機嫌をうかがったり悩みをきくことが大切である。前記の丹那トンネルの事故で有馬宏は、次のような証言を記録している。「地質もよくなったし、支保工は立派だし、これが落ちるとはどうしても考えられませんでした。……でも、坑内のいつも電車のくるところで電車を待ちながら、見るともなしに奥をみると、ちょうど1時間前にセントルの検査をしてもらったはずなのに、セントルの具合が変だ。これでどうしてお役人の検査がすんだのだろう。というのはセントルがすべて一二寸喰い違っている。セントルというのは、コンクリートで巻立てをするための足場のことをいうのですが、跳出しから砂がばらばら落ちている。けれど私の頭には、こんな立派な支保工が組んであるから、つぶれる気遣いはないと信じていたのです。しかし、砂のばらばら落ちるのはおかしい。普通なら何か異常があるにちがいないと、すぐ気がつくはずなのに魔がさしたとでもいのでしょうか、このとき大引きが非常に押されているということにちっとも気がつかなかったのです」¹⁷⁹⁾。◎観察だって、ただボーッと見ているだけではダメである。問題意識を持って見るのが大切である。「昆虫記」を書いたファーブルのような目が必要である。心を澄まし、集中することも必要である。芸術家も自然をよく観察している。「自分は座して、四顧して、そして耳を傾けていた。木の葉が頭上で微かにそよいだが、その音を

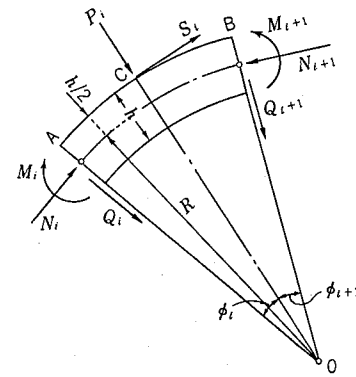


図-40・2 測定区間相互の力の釣り合い

聞いたばかりでも季節は知られた。それは、春先する、面白そうな、笑うようなさざめきでもなく、……ただ、ようやく聞き取れるか聞き取れぬほどのしめやかなさやきの声であった」(ツルゲーネフ: 獵人日記)。われわれももっとトンネルの中に座って四顧して、耳を傾ける必要がありそうである。

§40-2 逆解析

一般に、力学の問題は、与えられた材料、構造形式、寸法の部材の上に所定の荷重を乗せたときの応力や変位を計算し、それがあらかじめ知られている許容応力や許容変位よりも大きいか小さいかを比べるという形で出てくることが多い。しかし、トンネルの問題では材料(地山)の性質も、荷重の大きさもわからず、逆に支保工の変位や応力だけがわかっているという場合が多い。その場合、いままで述べてきた解析式を逆に辿っていくと、地山の性質や荷重の大きさを推定できる場合もある。次に、その方面の研究や実績を紹介する。

トンネルで生じる現象を知るためには、支保工や地山の応力、ひずみ、変位、支保工に働く荷重などを知ることが必要になるが、トンネル内で使える計測器がなかなか初期には破壊した支保工の強度から最大土圧を逆算するようなことが行われた(例えば、§36-3に紹介したTerzaghi¹⁸⁾)。次に鋼アーチ支保工と地山の間や、鋼アーチ支保工の脚の下にロードセルを入れておき軸力を測ったようである。

ついで、鋼アーチ支保工の各所でひずみ(ヤング率を掛けて計算して応力)を測定して、これより曲り梁と仮定して、これに作用している土圧を逆算する方法が村山¹⁷⁹⁾により提案され、かなり実施されている。

いま、図-40・2のようにアーチ支保工の一部A~Bを取り出して考える。測定断面A, Bの部材力をそれぞれ N_i, M_i, Q_i および $N_{i+1}, M_{i+1}, Q_{i+1}$ とし、外力が測定断面間の作用点cに任意の方向にただ一つ作用するもの

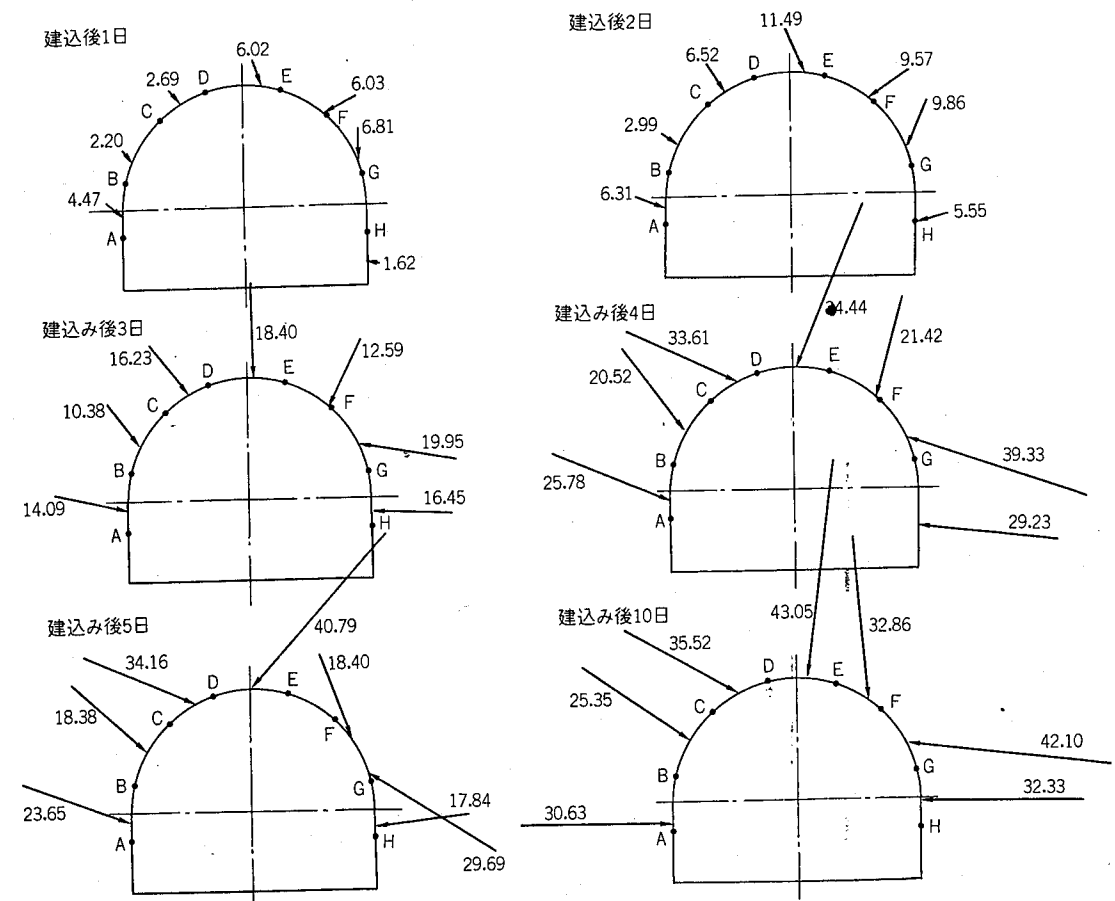


図-40・3 鋼支保工に働く土圧の測定例

とする。この外力の半径方向の成分を P_i 、接線方向の成分を S_i 、作用位置を ϕ_i とすれば、次のような3個のつり合い方程式を得る。

$$\begin{aligned} & \text{点0まわりのモーメントのつり合いより,} \\ & S(R+h/2) - N_i \cdot R + N_{i+1} \cdot R - M_i + M_{i+1} = 0 \end{aligned} \quad (40 \cdot 1)$$

$$\begin{aligned} & \text{点cでの半径方向の力のつり合いより,} \\ & P_i + Q_i \cos \phi_i - Q_{i+1} \cos \phi_{i+1} - N_i \sin \phi_i + N_{i+1} \sin \phi_{i+1} = 0 \end{aligned} \quad (40 \cdot 2)$$

$$\begin{aligned} & \text{点cでの接線方向の力のつり合いより,} \\ & S_i - Q_i \sin \phi_i - Q_{i+1} \sin \phi_{i+1} - N_i \cos \phi_i + N_{i+1} \cos \phi_{i+1} = 0 \end{aligned} \quad (40 \cdot 3)$$

しかるに図-40・2より、 $\phi = \phi_i + \phi_{i+1}$

これらの3式を P_i, S_i, ϕ_i を未知数として解けば、力の大きさと作用点が求められる¹⁸⁰⁾。

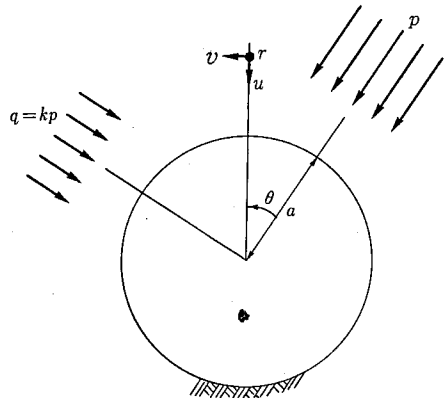
この方法による測定結果が相当数多く発表されているが、その当時、一般に用いられていた土圧公式に比べて相当複雑な外力の大きさ、方向の分布を示している。とくに鉛直圧力より水平圧力の方が大きい、またはほぼ等

しい例が多いことが注目される。測定、解析例を図-40・3に示す¹⁸¹⁾。

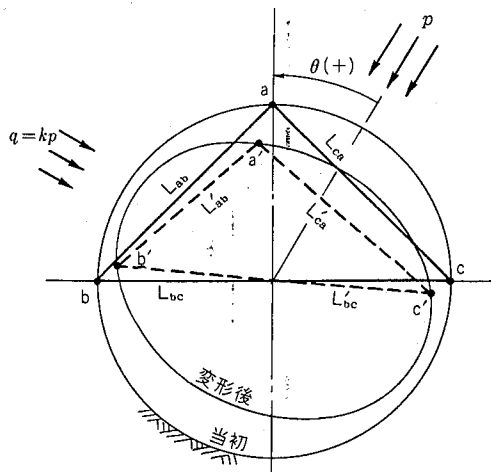
最近カーボメータ、デフォーメータなどの計器で支保工や吹付けコンクリートの表面のある点の相対変位を求め、これより部材のモーメントや軸力を求める方法も開発されている。これも原理は同じであり(巻き厚が一定であり、既知であれば)、吹付けコンクリートにも適用できる。

◎現象的に側圧が鉛直圧力より大きい例は測定結果に数多く現れている。また、鋼製アーチ支保工の破壊例でも、天端の継ぎ手のすぐ近くで圧縮力により座屈する例が多い。巻立てコンクリートの打設後に、コンクリートの天端部の内側が曲げ圧縮により破壊される例も多い。ただし、これらより、地山の圧力は鉛直方向より水平方向の方が大きいという結論がただちに得られるわけではない。初期地圧とトンネルに働く地圧の関係、支保工と地山の相互作用が計測ではわからないからである。

地山が弾性状態であれば、内空変位と地山の鉛直方向の初期地圧(土かぶりと地山の密度からほぼ推定できる)



(a) 円形トンネルに働く外力



(b) 円形トンネルの変形

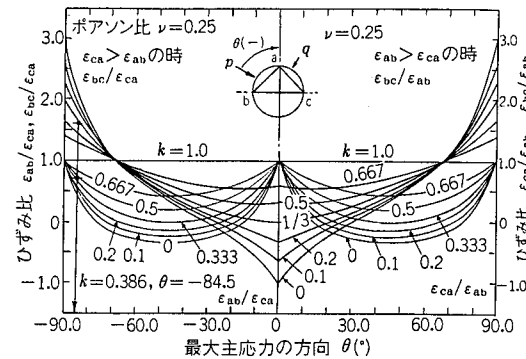
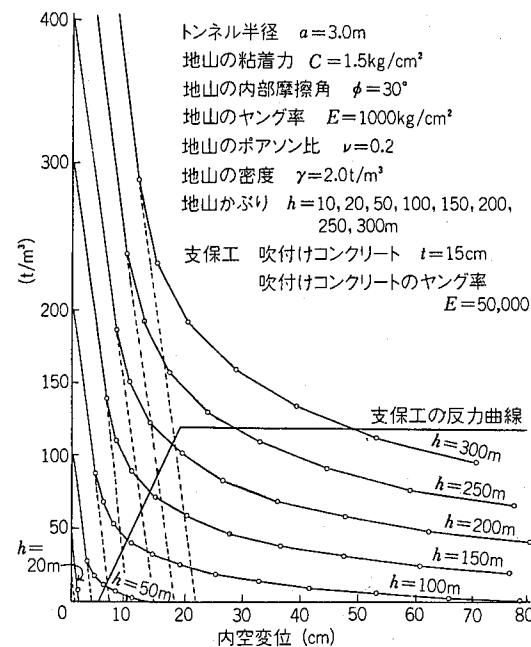
図-40-4 トンネルに働く土圧と変形

がわかれば、側圧係数 k と地山のせん断剛性率 $G=E/2/(1+\nu)$ を逆算できる。足立ら¹⁸²⁾ は次のような逆算法を提案している。

弾性状態の地山内のトンネルの変位は、§20により求めることができる。いま、図-40-4(b)のように測定点を取り、内空変位を測るとする。また、荷重は鉛直方向より θ の方向から p が、それと直角方向に $q=kp$ が働いているとする。

$$\begin{aligned} \text{a点} \quad & u_a = (pa/4G)[(1+k) + (1-k)(3-4\nu)\cos 2\theta] \\ & v_a = (pa/4G)(1-k)(3-4\nu)\sin 2\theta \\ \text{b点} \quad & u_b = (pa/4G)[(1+k) - (1-k)(3-4\nu)\cos 2\theta] \\ & v_b = -(pa/4G)(1-k)(3-4\nu)\sin 2\theta \\ \text{c点} \quad & u_c = (pa/4G)[(1+k) - (1-k)(3-4\nu)\cos 2\theta] \\ & v_c = -(pa/4G)(1-k)(3-4\nu)\sin 2\theta \end{aligned} \quad (40-4)$$

この結果を用いて内空変位の変化量を計算すると、次のようになる。

図-40-5 ひずみ比から側圧係数と主応力の方向を求めるためのグラフ¹⁸⁰⁾

(a) 土かぶり深さを変えた場合の地山応答曲線

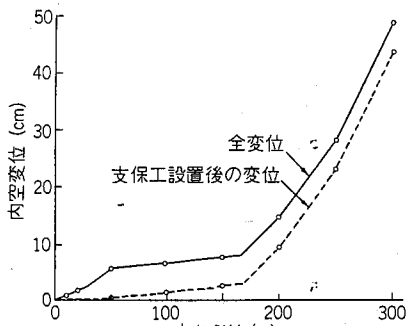
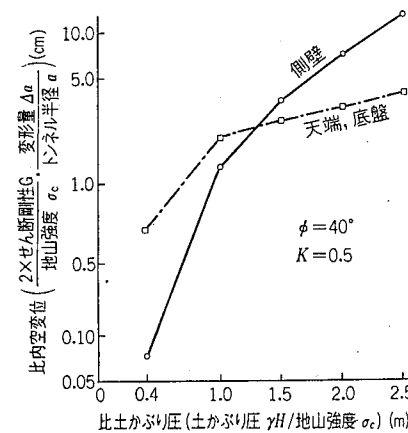
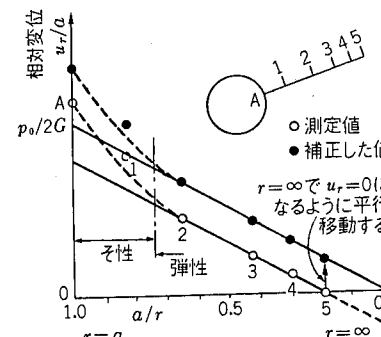
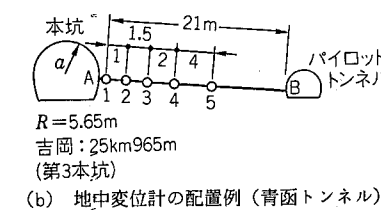
(b) かぶり深さを変えたときの内空変位の変化 (軸対称, E, ν, c, ϕ, γ は一定)図-40-6 内空変位から c, ϕ などを推定するためのグラフ

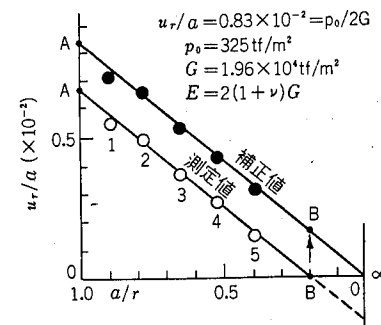
図-40-7 土かぶりと内空変位の関係



(a) 地中変位の0点補正



(b) 地中変位計の配置例 (青函トンネル)



(c) 青函トンネルにおける実測例

図-40-8 地中変位計測よりの逆推定¹⁸⁰⁾

$$\begin{aligned} \Delta L_{ab} = L_{ab} - L'_{ab} &= \sqrt{2}a - [2a^2 + 2(pa/4G)^2 \{(1+k)^2 \\ &\quad - 2(1-k^2)(3-4\nu)\sin 2\theta + (1-k)^2(3-4\nu)^2\}]^{1/2} \\ &\quad - 4a(pa/4G)\{(1+k) - (1-k)(3-4\nu)\sin 2\theta\}^{1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta L_{bc} = L_{bc} - L'_{bc} &= \sqrt{2}a - [4a^2 + 4(pa/4G)^2 \{(1+k)^2 \\ &\quad - 2(1-k^2)(3-4\nu)\cos 2\theta + (1-k)^2(3-4\nu)^2\}]^{1/2} \\ &\quad - 8a(pa/4G)\{(1+k) - (1-k)(3-4\nu)\cos 2\theta\}^{1/2} \\ \Delta L_{ac} = L_{ac} - L'_{ac} &= \sqrt{2}a - [2a^2 + 2(pa/4G)^2 \{(1+k)^2 \\ &\quad - 2(1-k^2)(3-4\nu)\sin 2\theta + (1-k)^2(3-4\nu)^2\}]^{1/2} \\ &\quad - 4a(pa/4G)\{(1+k) - (1-k)(3-4\nu)\sin 2\theta\}^{1/2} \end{aligned} \quad (40-5)$$

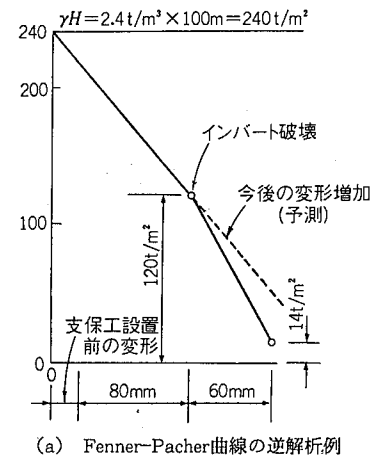
これを当初の長さ L_{ab}, L_{bc}, L_{ac} で割って比になおし、 $(\varepsilon_{ab} = \Delta L_{ab}/L_{ab}, \varepsilon_{bc} = \Delta L_{bc}/L_{bc}, \varepsilon_{ac} = \Delta L_{ac}/L_{ac})$ ポアソン比を $\nu=0.25$ と仮定して計算すると図-40-5のようなグラフが得られる。これを用いれば、側圧係数 k と、最大地圧の方向 θ が推定できる。ただし、上に導いた式では、地山は弾性体、トンネルは円形で、支保工がなく、内空変位は全量を計測できると仮定しているが、実際に計測できるのは、吹付けコンクリートを施工し、計測点を設置してから後の分の変形だけであり、その時点では弾性変形はほとんど終わっていることも多い。支保工の作用も受けるので、これらを割り引く必要がある。

地山が塑性変形している場合は話はもっと複雑になる。

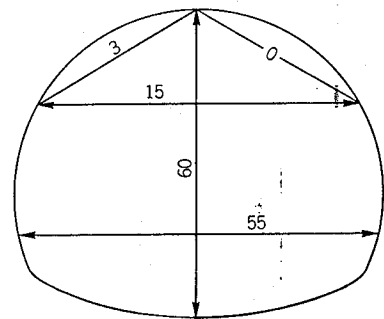
まず、軸対称の場合について考える。地質が一定で、かぶり深さがだんだん増えるとすると、図-40-6(a)に示すような一群のFenner-Pacher曲線が描かれ、これより、かぶり深さと内空変形の関係図-40-6(b)が描かれる。 c, ϕ, E, ν を変えた図を描いておき、計測結果と対照すると地山の c, ϕ, E, ν を推定することができる。次に、例えば側圧係数が0.5とした場合の土かぶり圧 (かぶり圧/地山強度) と内空変形の関係は図-29-4を整理して図-40-7のように求められる。このような図を側圧係数 k や c, ϕ ごとにつくっておき、計測値と一番よく合う組み合わせ値を求めることができる。

地山の変位分布が地中変位計によりわかっている場合は、さらにいろいろのことがわかる。§19に述べたように、軸対称の地圧を受けている円形トンネルの場合、地山の変位と a/r (a : トンネルの半径, r : トンネル中心から考えている点までの距離); また、地山のひずみと $(a/r)^2$ の関係をグラフであらわすと、地山が弾性状態のときは直線になり、塑性状態のところでは曲線になるので、弾塑性境界を知ることができる (図-27-8, 図-40-8参照)。この場合、地山内の変位計測は一番奥の点を不動点として行っているが、実際はその点も動いているので図に示すように修正する必要がある¹⁸²⁾。ただし、直線と曲線の境界を実測結果から求めることは、計測値の誤差もあり、意外と微妙なものであるから地山の性質 ($E, \phi, c, \gamma H$) などを調べ、そこから計算した変位量や弾塑性境界の位置と照合しておく必要がある。

側圧係数が1.0でない場合も、弾性状態については§21



(a) Fenner-Pacher曲線の逆解析例



(b) インバートの破壊に伴って急増した内空変位

インバートの破壊に伴ってトンネルは約60mm変形したが、これにより地圧は相当減ったようで、縮小後のトンネルはインバート部の吹付けコンクリートをはつり、破損した排水管を入れ替えたときでも十分に安定していた。これより外圧を推定すると、つぎようになる。

破壊前 鋼支保工 MU29≒50t
(可縮部はコンクリートで包まれていた)
吹付けコンクリート 30cm×90cm×200kg/cm³≒540t
計 590t/0.9m
土圧力 $P=T/r=590t/0.9m/5.5m=120t/m^2$
破壊後 鋼支保工 MU29 (可縮部耐力) 8t
吹付けコンクリート 60t (タウエルンTより推定)
計 68t
土圧 $P=68t/0.9/5.5=14t/m^2$

図-40-9 破壊例からの逆算

により、側圧係数を変化させて地山内の変位の分布を計算したグラフをつくっておき、実測結果のグラフと重ね合わせて一番よく一致するものを探せば側圧係数や弾性係数を推定できる。§29やFEM計算により弾塑性計算を行ったグラフを用意すれば、さらに実状に近い推定ができる。

有限要素法を使って、直接計測結果より逆解析を行う試みもなされている¹⁸³⁾。

トンネル内空から弾性波調査を行ったり、ボーリングを行って、速度検層やボアホールカメラなどによる観測、

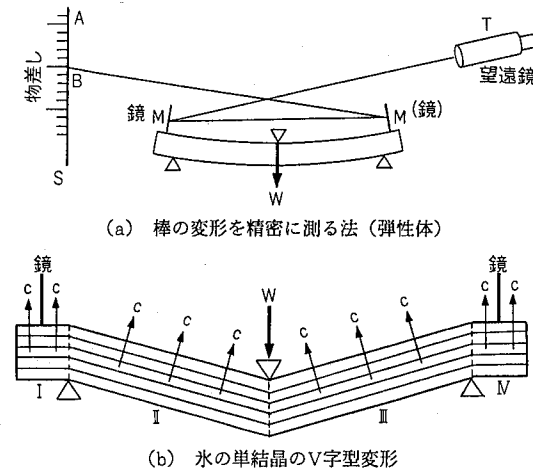


図-40-10 弾性学よりの予想と実際の挙動との違い

計測でゆるみ域の幅などを知る試みもある。

切羽掘削のときの変位速度から最終変位量を推定するため、計測データの統計処理が試みられている。

地質、かぶり、支保工の大きさ、火薬使用量、掘削工法、内空変位、作用土圧などを数量化して、数量化理論I類をもちいて、これらの変数の間の関係を求める試みも行われている。この方法をさらに発展させれば、より正確な地山性状や相互の関連の推定ができると考えられる。

地圧が大きくなって、吹付けコンクリートがせん断されたようなとき、内空変位が急激に増え、一方、吹付けコンクリートの耐力や、これに働く圧力は減ることがある。このときの内空変位の増加と圧力の減少からFenner-Pacher曲線の実際の勾配を推定することができる。一例を図-40-9に示す(この図から求められる地山の性質は弾性体とみられるが、掘削時の挙動からみると、塑性状態のはずである。これは、掘削時には塑性体積膨張したものが、支保工、吹付けコンクリートの施工後に再び圧密され、吹付けコンクリートがせん断されたときには、再び弾性体として挙動したものと考えられる)。

実際の現場で一番求めたいのは、とくに大断面の空洞の場合、途中まで掘削した状態でそのまま施工を進めても安全なのか、安全率はどのくらいになるのかといったことである。この場合、現在までの変位の傾向から今後の変位量を推定し、その変位量で地山や支保工部材が破断しないかを推定すればよい。その場合、例えばボルトが破断しても他の支保部材が健全であり、ボルト切断による耐力低下より、Fenner-Pacher曲線の低下量が大きければトンネル全体は安全である。

現状では、数学的に逆解析できる範囲は限られたものであるが、数学的にきちんと解析できるものについては

極力計算を行い、その先については、あらゆる経験、知識、現象の観察を生かし、推定でも想像でも行うべきである。

ただし、力学的に、数学的に正しい解析法でも実測値の誤差、ばらつきなどによっては見当違いの答を与えることもあるので、逆解析を用いるときは測定誤差に対する感度分析をするとともに、測定結果が得られていない現象についてもよく説明できるかを検討して、その結果を使用するべきであろう。

◎地盤のような複雑な性質を持つものに弾性力学を適用して逆解析などをするとどのくらい危険なことがあるか、トンネルの場合についてのうまい例が見あたらないので、氷の実験の例¹⁸⁴⁾を紹介する。

棒の中央に荷重を加えて曲がり具合を精密に測る方法として、図-40-10(a)のように両端に鏡をつけて鏡の傾きを光で拡大して測る方法が用いられる。氷の単結晶の弾性率を測るために計測をしたところ、鏡は少しも動かず湾曲はゼロ、氷の結晶は非常に硬いという結果が出た。しかし、この精密な方法による結果は他の現象からの推定値とあまりにも違っていたので原始的な方法にかえてマイクロメータで直接真ん中の下がる量を測ってみるとかなり下がっている。結局、人間の目の玉を動員してよく見ると、図-40-10(b)に示すようにV字型に折れ曲がっていて、鏡を付けて精密に測っていたところはもとのまま水平を保っていることがわかったそうである。似たようなことがトンネルでも起こっている可能性は大いにありそうである。

これに関連して気になるのは切羽の地質観測図が多く現場で描かれるが、切羽の中だけしか描いていない。トンネルの安定にとって一番大切なのは掘ってしまったところの地質ではなく、掘らないで周囲に残った地質である。毎日の切羽や側壁の観察を組み合わせれば外側の地質がわかるはずである。測定結果に個人的な意見や推定を入れることは厳に避けなければならないが、あまりにも測定や観察を厳密にマニュアルどおりにだけやっていると、とかくこのようなことになりやすい。測定結果は役に立たなければならないし、そのためには測定した人が疑問をもち、計器で測定できたことの他に前後の事情、測定に出ないような現象なども記述しておくことが大切である。地質図で言えば断面の外側まで描く必要がある。ロックボルト孔の削孔を行ったときの削孔速度などから推定される現象も、このような形で記録に残しておくのが大事である。

◎「悠久にして不可思議なる、生死を吐吞する、此の大宇宙、爾が如何にもがきて飛び出さんとするも能たわざる此の大自然、事実中の大事実、当面の真現象に就いて

は何等の感想をも抱かない文人が如何に巧みに人間の事実を直写したからとてそれは一芸当たるに過ぎない。斯くて文芸何の値ぞ、いわゆる自然主義何の値ぞ」(国木田独步：不可思議なる大自然)。これは文学者の話であるが、計算も観察や測定結果もトンネル全体の動きをよく理解して解釈しないととんでもない見当違いをすることもある。技術でも学問でもなく一芸当に過ぎなくなる。

§41 力学的に好ましい、または好ましくないトンネルの設計および施工法

トンネルの力学は、学問として正確なことはもち論であるが、現場で役に立つことも大切である。

力学的な考察だけから直接あまりにも多くの結論を引き出すことは危険であり、間違いを起こすことも多い。しかし、知識をいつまでも単なる知識にとどめておいては役に立たない。また、実地に応用してみると理論の不備がよくわかり、次の発展に役立つことも多い。そこで、以下には考えられる好ましい、ないし好ましくない設計や施工法について、多少異論もあろうがまとめてみる。

トンネルの条件はかぶり、地山強度などが大幅に変化するので一律に決めつけられないし例外もある。この議論とあてはまらない場合もあるかと思うが、そこは場所に応じて応用するための例題として読んで貰いたい。

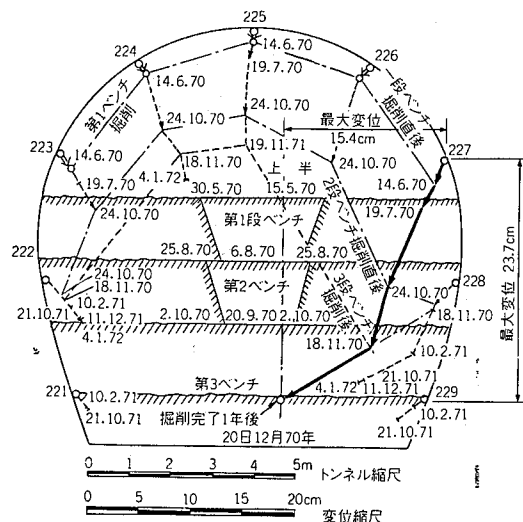
(1) 支保工設置前の放置時間、変形はなるべく少なくして、地山のぜい性破壊とゆるみ、強度の低下を防ぐ。ただし、その程度は工事の能率との兼ね合いで決める。

ゆるみを防ぐ方法には、切羽の高さを極力低くする、ベンチ掘削、核(さね)残し、天端の先受けボルト・切羽の鏡の崩壊防止のボルトなどの施工、掘削から支保工設置までの時間を短くする、1回の掘削長さを短くするなどがある。切羽の近くに打設したボルトは、次の掘削範囲のゆるみ防止にも効果がある。

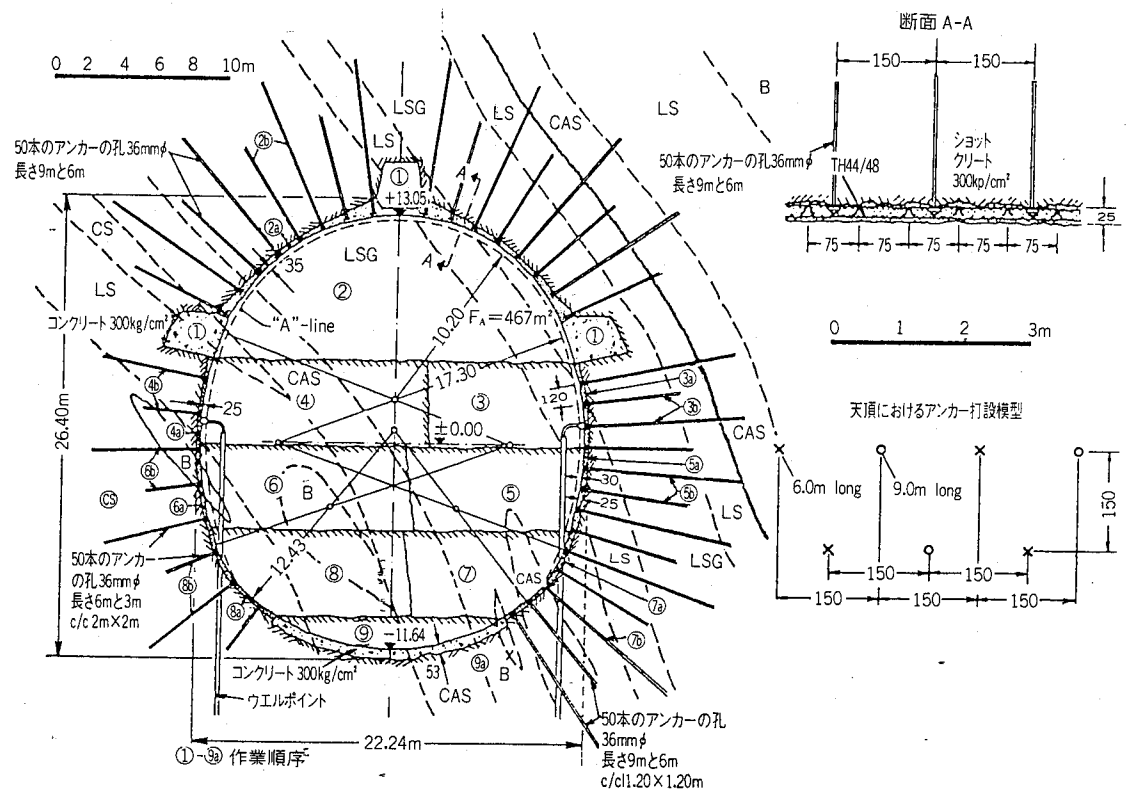
(2) 支保は、地山のぜい性破壊を防ぎ、必要な内空の大きさを侵さない限り、一般にはできるだけたわみやすい方がよい。ただし、短時間で、しかもわずかな変形でゆるみやすい砂質の地山などでは、吹付けコンクリートだけでは吹付けてからすぐはヤング率も低く、ぜい性破壊防止、ゆるみ防止に不十分ことが多い。このような場合には厚さを増やすとともに、鋼製アーチ支保工を用いることが大切である。

地表沈下を厳しく制限される場合も、これに準じる。(3) 許容変形量について、多くの議論があったが¹⁸¹⁾¹⁸²⁾、その混乱は、変形量を支保工設置前のぜい性破壊を伴う変形と、十分な強度と、しかも、適度に剛性とたわみやすさを合わせ持った(地山に十分な拘束圧力を与えられる)支保工を設置した後の拘束されて延性降伏を伴う変

形とにわけることによって解決される。つまり、前者の変形（ぜい性変形）は極力小さくするが、後者の変形（延性変形）は一般には大きくてもなら差支えない



(a) タルベラダムの転流トンネル断面分割（中央斜路）と内空変位の計測例



(b) 断面分割の例（Tarbellダム転流トンネル、先進導坑を断面の外に掘っている、ベンチは左右に分けて掘削）

図-41-1 タルベラダム転流トンネル

（内空断面をおかす場合、Fenner-Pacher曲線がほぼ水平になっているような場合は除く。支保工自身も、このくらいの変形で座屈や破断しないことが必要）。

延性破壊をさせるのに十分な拘束力かどうかの判断は茂木⁷⁾、Byerlee⁸⁾によるが、地質によっても違うと思われる。しかし、岩盤については理論値、実験値とも不足しているので、計測、観測による判断が重要になる。

(4) 吹付けコンクリートや鋼アーチ支保工では、ベンチ切り下りの施工の途中でアーチの足元が払われて支保工反力がゼロになることがあるので、切り下り高さや1回の掘削長さを適切にとる、必要に応じてアンカーボルトを併用するなどして、掘削段階の途中で十分な拘束力が保たれるようにする。とくに何回にもわけて掘削する大断面のトンネルではこれらは重要である。

(5) 吹付けコンクリートなどの材料の変形能力だけでは所要の変形ができないとき（§20-3参照）は、可縮継手、吹付けコンクリート間の隙間（図-38・2）、ロックボルトの可縮座がね（図-38・3参照）、ベンチカットのときは、側壁部の1回の掘削長さや、掘削から支保までの時間差などを利用する。

(6) 1回に掘削する高さや広さ、掘削から支保設置ま

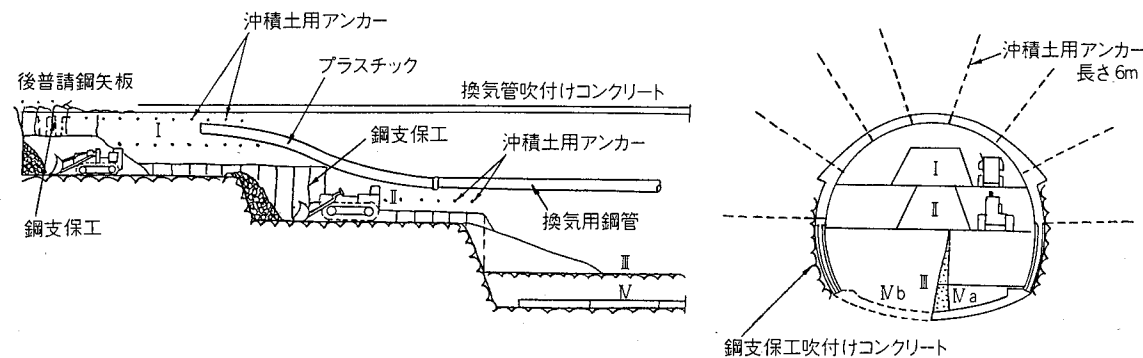
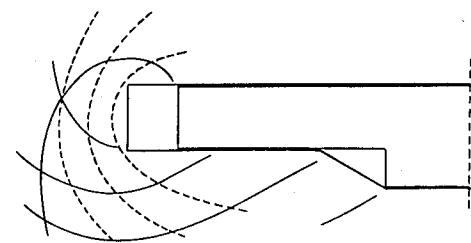
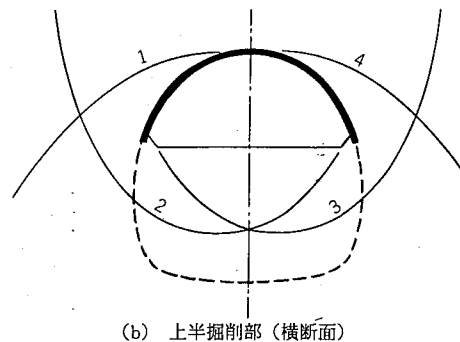


図-41-2 タウエルトンネル北口の崖地地区での施工状況



(a) 切羽の前方部分（縦断面・主応力放物線を点線で示す）



(b) 上半掘削部（横断面）

図-41-3 主応力に対し一定角度をとるすべり破壊面の推定経路での時間は施工能率を損なわない範囲でゆりみ量と変形量を最適範囲に収めるように決定する。

(7) 強度の高い、しかし、かぶりの大きい地山内のトンネルでは、一般に地山が弾性に保たれるように支保する。かぶりが非常に大きく地山の一部を塑性化させて荷重を減らす必要があるときは、延性破壊をするだけの十分な拘束圧力を与える。とくに、施工の途中段階でぜい性破壊を生じないようにする必要がある。

(8) ベンチ掘削において、施工用の斜路をどこに設けるかは、地山のゆりみ量を小さくし、支保工は所要の変形をすることを基本に岩質、断面形状などを考えて決定する。

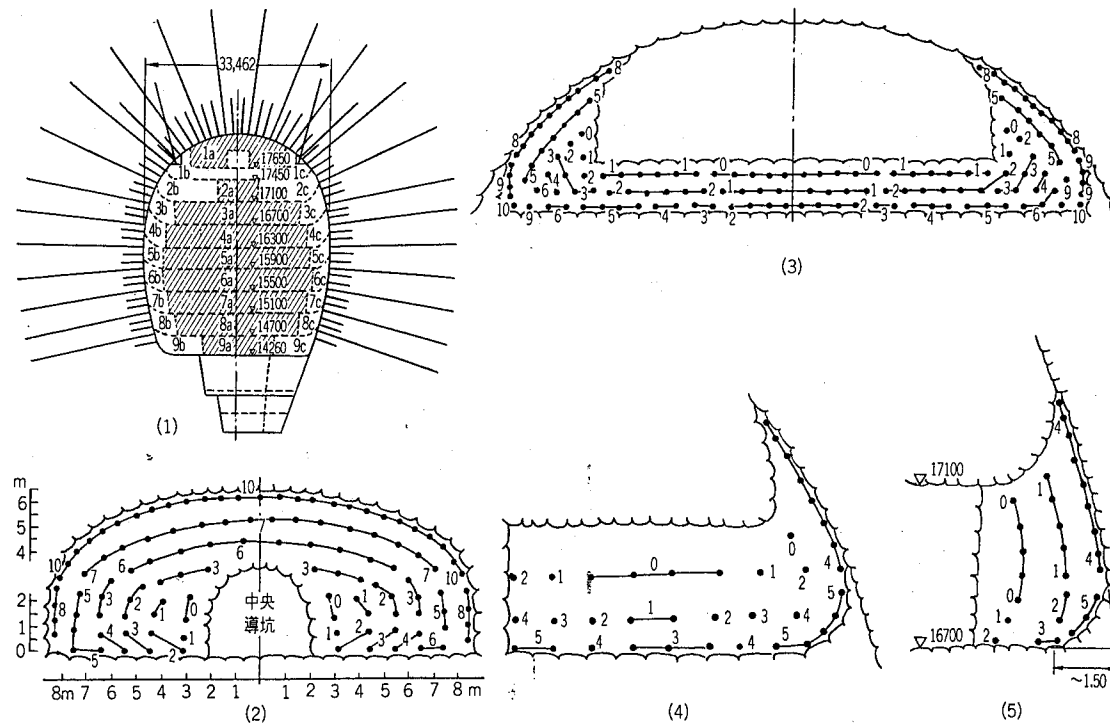
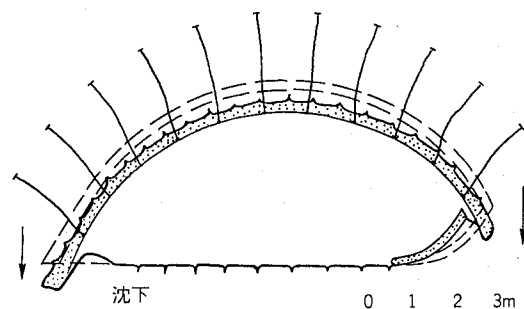
斜路をつくる時、地山に切り込んで中央につくるか、掘削、吹付けコンクリート、ボルト施工の後、片側にず

りを盛りこぼして、左右交互につくるかについては、次の例が参考になる。Tarbellaダムの転流トンネル（図-41・1）、Tauern道路トンネル（図-41・2）などではベンチを片側ずつ掘削し、ただちに吹付けコンクリートを施工して、なるべく上半アーチの脚が浮いている時間を短くするようにしていた。計測により、このほうが沈下が少ないことを確認している²⁰⁾²¹⁾²²⁾。トンネルは後で掘るところはゆるめてもよいが、完成後も残る地山はゆるめないようにすることが大切である。そのためには断面分割や掘削順序が非常に大事になる。これがよくわからずに仮インバート工法などの次に掘るところの地山を一所懸念ゆるめないようにしている無駄な工法の例が多い。

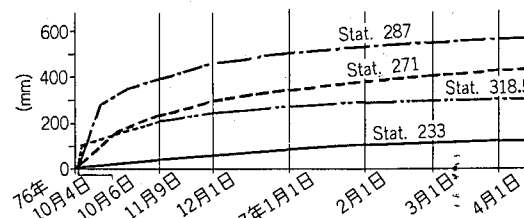
一般に、地下発電所では掘削幅が広いので中央部を先に全長掘削して、その後、土平部を数mづつ掘削したらただちに側壁の吹付けコンクリートとアンカーボルトを施工するようにしている。つまり、アーチの脚が浮いて沈下を起こすのを防ぐことに重点をおいて施工法が考えられている（図-41・4）。しかし、これらの対策は工事能率のうえから好ましくないばかりか、地山のゆるみを防ぐためにもベンチの高さを低くする対策にはかなわないと考えられる。アーチの沈下防止はボルトによりなされるので、ここでは側壁部分の地山（掘削完了後も残る部分）の緩みを防止することがより大切である（図-36・4と図-41・4を比較せよ）。

発破を用いて掘削するような岩質であれば、ベンチを余り低くすると能率が悪くなるが、それほど極端に低くする必要はない。

(9) トンネルの断面形を丸みをおびたものにすることが、NATMの一つの要素として強調されたこともある（例えば、Waldeck II地下発電所）。計算すると、確かにそれを裏付けるような答えが出るが、それは、あくまでも地山が弾性体の場合であり、塑性変形すれば応力の緩和が起こるのであまり差はなくなる。丸みを付けた部分が壊れた例もある¹⁸⁾（図-41・5）。丸みをつけるのが悪

図-41・4 Waldeck断面分割⁽¹⁰⁾

(a) 破壊状況



(b) 天端沈下

図-41・5 Sトンネル

いというわけではないが、万能でも特効薬でもない。

(10) アンカーボルトの長さも、かなり長いボルトを用いた例は多いが、かならずしもよくできているとは思われない。それは、長いボルトが悪いわけではなく、吹付けコンクリートの長さや形、ボルトの長さなどより、もっ

と大切なもの一長いボルトを打設している間にゆるんでしまう地山一が軽視されていると見られる例が多いからである（地質の悪いところでの長いボルトは施工能率が非常に悪く、例えば、4mのボルトと8mのボルトとでは3～4倍の時間と手間がかかるうえにモルタルの填充が不十分なことが多い。施工上の工夫も必要であるが、短いボルトで済む設計も研究すべきであろう）。一番大切なことは、そのトンネルの状態に合わせて、力の盛り替えを上手にすることであり、そのとき地圧の大部分（50～80%）は地山そのもので支えられており、地山を緩ませないように盛り替えの順序、時期を誤らないことが大事であり、補助手段である支保工の寸法や数量の選定は2次的な問題である。

ただし、アンカーボルトの作用には現在の計算では現れてこない効果もあるとの意見が実務家の間では多い。例えば、次のような意見がある。「どのようにしてアンカーの長さを決めるか？ 例えば、FEMで計算しても、トンネルでのアンカーの働きをよくあらわすことはできない。FEMの計算ではきわめて短いアンカーで十分ことになる。実際の経験とはまったく違う。タウエルントンネルでの地質も、かぶりもまったく同じところでの計測では、例えばアンカー長さを4mから6mに増やすとトンネルの変形防止に驚くほどの素晴らしい効果があらわれた。これを後でFEMで計算しようとしてもできな

かった。したがって、“計算を信じすぎるな”といいたい。もっと観察結果を信じなさい。なぜなら、われわれが導き出す結論は事実として認めざるを得ない観察結果の方である。そして、計算が観察したことをよくあらわしていないならば、計算方法を改良しなければならない⁽¹⁸⁵⁾の討論へのJ.Golserの答。

(11) 側壁導坑先進、中壁を用いる左右半断面ずつの掘削、上半先進と仮インバートアーチの施工などさまざまな断面分割法が行われているが、これらの選択は地山の中に潜在する応力を如何にうまくトンネル完成時のかたちへと移行させることができるか、余分なゆるみを防ぐことができるか、施工性はよいかなどを基準に選ぶべきである。施工途中の応力集中が変なところに最後まで残るのはもっともうまくない（例えば、中壁式工法）。後で、掘削してしまふところ（例えば、ベンチ掘削の場合の次回掘削部分）に応力集中してゆるむことは崩壊さえしなければ問題にならない。場合によっては歓迎すべきことである。この意味で、仮インバートや中壁は次回掘削する地山を一所懸命ゆるませまいと努力する無駄な工法と考えられる。

トンネルの支保、とくに施工途中で撤去する支保は医者が手術で使う糸のようなもので、丈夫であることはもち論大切であるが、後では地山自身で負担することができるよう、早く切ったところの体が回復しやすいことが大切である。いつまでも頑張りすぎていることはちっとも自慢ではない。早くバトンタッチをしなければならない。

(12) 地山のゆるみの大部分は切羽で起きるので、切羽の分割法、補強法、放置時間の短縮などを施工能率との兼ね合いで適切に選ぶことが大切である。とくにかぶりが大きく切羽の安定が時間との勝負であるときは、この点が大変である。

(13) 時間と力の動きの関係は、まだよくわかっていないところも多い。一般的には切羽はできるだけ小さく、支保工の閉合はできるだけ早くなるようにする（例えば、ミニベンチ、マイクロベンチ）。しかし、Arlbergトンネル⁽¹⁷⁵⁾のように強大な地圧が働くときは、上半とベンチの掘削の間に多少の時間をおいた方がよかったようである。

(14) 断面分割には施工能率のことも考えるべきである。補助工法も役立つことが多い。掘削費、支保工費、補助工法費、その他で合計の工費が安くなるような工法を選ぶ。

◎コレステロールは成人病の元凶で、諸悪の根元のようにいわれていたが、最近では悪玉コレステロールと善玉コレステロールと二種類あって区別することになった。

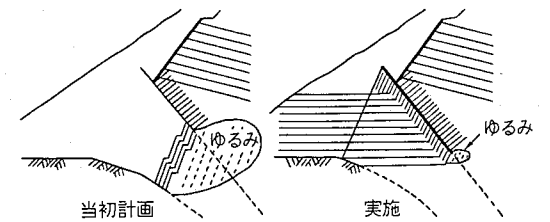


図-41・6 Aトンネル

トンネルの変形やゆるみにも二種類あって、善玉も悪玉もある。ちゃんと区別する必要がある。

とはいっても、その原則を手引書などのように、地質別、土かぶり別、断面の大きさ別などに箇条書きにするほど問題点は整理されてはいないので、いくつかの実施例を次に示す。意のあるところを汲み取ってもらいたい。

Aトンネルは、風化変質した秩父古生層の中に掘ったダム洪水吐き用の大断面の斜坑であるが、切羽での地山のゆるみを極力小さくするように、図-41・6に示すような掘削断面割りと掘削順序とした。また、1回1.6mずつの掘り下がり全延長10～25m行い、その後で吹付けコンクリートとアンカーで支保をした。こうすることにより、施工能率が向上するとともに、周辺地山の沈下量と吹付けコンクリートアーチの沈下量とがほぼ等しくなり、ベンチ切り下がりに伴う荷重増加を防ぐことができた。こうして、黒色片岩の破碎層のなかに掘削断面積が最大270m²の大空洞を無事掘ることができた。

仮インバートなどの手段も試みたが、変形の時期を多少先送りするだけで根本解決にはならなかった。

Bトンネルは、砂質地山内に掘った道路復線トンネルである。上半掘削後、高さ約4.0mの下半部を1スパン1.5mずつ掘削した。約6か月経ったところでインバートの掘削を施工中、突然上半アーチが崩れて約30m上の地上まで径20mの孔があいた。側壁部を掘削したとき、後ろの地山がゆるみ、その後、アーチコンクリートや側壁コンクリートの後ろのいったんゆるんだ地山が再び圧密される時、コンクリート巻立てが突出状態の管渠となり、かなり時間が経ってから土かぶり圧力より大きい圧力が働き、巻立てが壊れたものと考えられる（図-36・4参照）。このように、かなり時間が経ってから遅れて破壊する例は他にも少なくない。インバート部の掘削が直接の原因ではないかという意見も出されたが、そうであれば側壁の押し出しがまず起こったであろう。

崩壊後のトンネル内には約100m間にわたって土砂が水平に溜まっていた。水を含んだ砂が地震のとき液体状になることはよく知られているが、ここでは瞬間的に空気を含んで液体状になったようである（図-40・1も参照）。別のトンネルの断層破碎帯で、掘削後数か月経って突

然なんらの予告もなく崩壊した例があったが、同じ原因と思われる。昼休みで人身事故がなかったのが幸いであった。

Cトンネルは、蛇紋岩、変成岩の中にNATMで掘った複線の道路トンネルである。上半先進ショートベンチで掘削し、インバートも早期に閉合した。奥の方のずり出しのためにインバートの上には砂利で埋め戻しがしてあった。掘進完了後路盤工事のため砂利を取除いたところ、インバートが破壊された。いったんゆるんだ地山が再圧密されるため荷重が増え、一方、インバートの上の砂利を取り除いたため重しが減り破壊したと考えられる。

その後、補修のためインバートの中央部をはったが、そのときトンネルには何らの目に見える変状は起きなかった。インバートをはったため、荷重は解放され（地山に転換され）安全であった。

このときの地山の動きから推測される Fenner-Pacher 曲線を図-40・9に示した。

Sトンネル¹⁸⁵⁾は、2本の複線トンネルからなる。最初の1本は上半をまず貫通させ、続いてベンチを掘るとい、リング閉合まで数か月かかる工法で建設された。

上半のすみを丸くして応力集中を減らすことが考えられたが（図-41・6）、足もとの地山が崩壊し50cm以上、平均でも10cmないし30cmの天端沈下が生じた。

水平変位は沈下に比べてはるかに少なかったこと、吹付けコンクリートのアーチにはほとんどひびが入らないことが興味深い。天井アーチ全体が軟らかい地山に沈み込んだものである。1,162mのトンネルのうち、約100mは異常な変形のために時間のかかる高価な縫い返しをしなければならなかった。

後で工事をした第2のトンネルも上半先進で掘削したが、リング閉合までの時間は1か月以内であった。支保工の間隔は平均1.4mに伸ばされ、ロックボルトは平均30%減らされた。天井の沈下は数cm、極短い非常に地質が悪い区間の最大でも約20cmというまずまずの変形量に収まった。

この比較は、最適なリング閉合時間をよく観察して決めるという基本原理をしっかりと守らないと、反対とも見える挙動を示すことを示している。

Nトンネル¹⁸⁶⁾は、泥岩の中に掘られた鉄道単線トンネルである。椎谷層の不良地質地帯のため、円形断面をショートベンチで施工した。吹付けコンクリート、ロックボルトを採用したが、支保工の押し出し、沈下、上半の盤ぶくれに対処できなくなり、著しい変状が発生した。以後ベンチ長さを極端に切り詰め3日以内に断面の閉合を図るミニベンチ工法に変えて一定の成果を得たが、その後、再び上半の崩壊が生じた。このとき最大土圧135tf

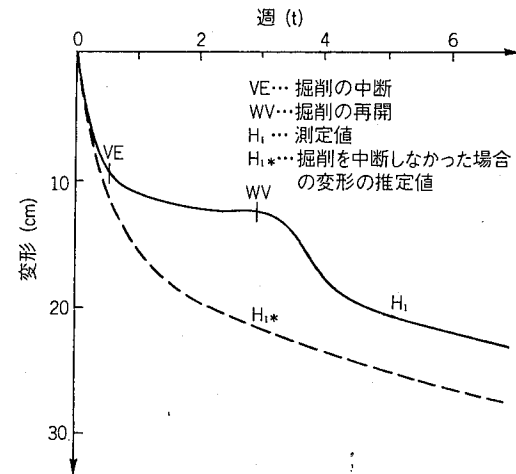


図-41・7 アールベルグトンネルの内空変位

/m²が記録されたが、崩壊区間の復旧作業においては心配された膨圧が発生せず順調に再掘削が施工されたことから、中央部を先進して捨て導坑とする、いわゆる「いなし工法」を試み、本坑切り抜け時の内空変位を小さくすることができた。この間のコンバージェンスの改善の経過を図-36・7に示した。

いなし工法の有利な理由は、切羽が小さいため切羽での地山の緩みが少ないこと、支保工が早く設置できるので、一層緩みが少ないこと、側壁導坑などと違い導坑の支保が切り抜けのとき鏡のゆるみを防ぐこと、切り抜けのとき、導坑掘削でゆるんだ部分を掘削してしまい、その外側の延性降伏した部分は素早く支保することで、それ以上のゆるみを防ぐため再圧密による荷重増加がないこと、地山から開放されるひずみエネルギーのほとんどが後で切り抜け掘削する部分を緩めるために使われていて、掘削後残った地山は緩んでいないことなどと考えられる。

アールベルグトンネルは、オーストリアのNATMの代表的なトンネルである。変形量の一番大きかったところへのコンサルタントの見解を紹介する¹⁷⁹⁾。彼は変形速度が遅いほど残留強度が高いとするBieniawskiの実験結果を引用した後、次のように述べている。“破壊した岩の挙動への変形速度の影響もまた、この観点から注目すべきである。破壊した岩は変形過程の変化に非常に敏感であることが見いだされた。この発見は、トンネル掘削中の観察により確認された。掘削の中断の結果、内空変位速度は図-41・7に示すように減少した。掘削の中断している間に追加の支保工をしたわけではない。掘削中の変形速度の重要性のもっとも印象的な確認はSt.430～470地点でのものである。ベンチ1とベンチ2を掘削中は変形速度が速く、せん断破壊の形の天端破壊が起きた。2mを越す変形の写真（省略）を示す。この破壊でも構

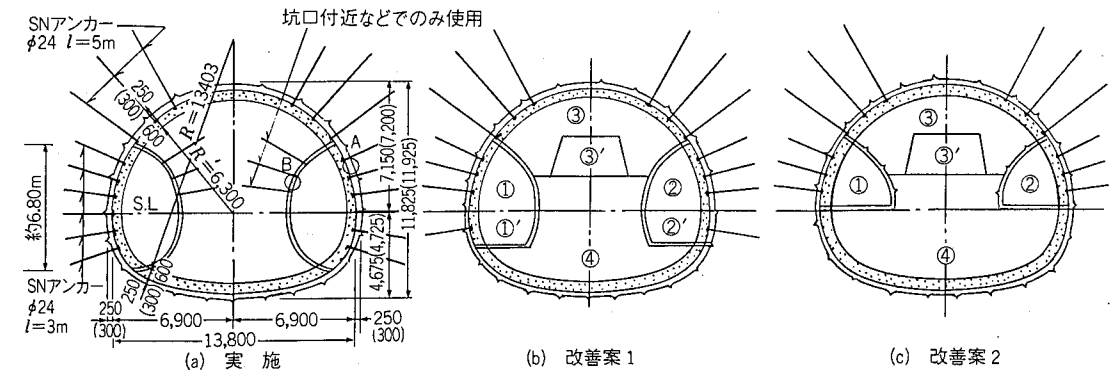


図-41・8 NAトンネルの断面分割

造物そのものの崩壊にはならなかった。というのは、掘削の中断と掘削したベンチを埋め戻したことで第二の有効な破壊面が活性化されなかったからである。せん断された地山は破壊過程が崩壊から破壊へと変化して安定したから比較的軽い支保（木の支柱）で支えられた”。

これもFenner-Pacher曲線がまだ右下がりになっているため、変形が起きてしまうと土圧が小さくなって軽い木の支保工で補強できたことを示している。もうひとつは断面を分割して掘ることによってゆっくり载荷したのと同じことになり、破碎後の残留強度が増し、変形が小さくて済んだことを示している。これには上半掘削からベンチ掘削までの間の強度の回復も関係しているようである。いたずらにインバート閉合が早いだけが良いのではないことを示している。

L.Müllerは、あるトンネルでは余りにも大きく変形させすぎ、失敗であると批判している³⁰⁾ことは前に紹介した（810）が、それは、おもにこのトンネルのことである。Max Johnは、単にFenner-Pacher曲線のことだけでなく、载荷速度と残留強度との関係、地山が時間が経つと強度回復する現象にまで言及しており、貴重な証言である。

軟弱地盤に盛土するときの地山の強度増加を計測しながら施工する緩速盛土に似ているが、そこまで計測や計算の方法が完成されてはおらず、勘に頼っているという感じである。Sトンネルとこのトンネルを比較すると地山条件によって決まるインバート閉合までの最適時間があるようであり、早すぎても遅すぎてもいけないようである。

Kトンネルは、泥岩の中に掘られた複線トンネルである。NATMがまだ導入される前の時代で、底設導坑先進逆巻き工法でアーチ支保工を使って掘られていた。地質が悪くなり工事が難航したとき、ある人は側壁導坑をまず掘り、その上にアーチ支保を乗せながら上半を掘る工法を提案した。この工法は時間も工費もたくさんかか

るのが欠点であるが、鉛直土圧を主と考える当時の理屈からはうまい工法のように見える。別の人は、掘削から巻立て完了までの時間を短くすることが肝要と考えて上半先進工法を提案した（NATM導入以前の時代であるが、経験的に閉合時間を短くすることの重要性はわかっていた）。この方が、時間・工費ともに大幅に節約できる。結局、上半先進工法が採用されて、うまく施工することができた。

支保工の強度を主に考えると、とかく金と時間のかかる工法を推薦することになりやすい。また、日本の現在の請負契約上の特殊事情から、施工者側はとかく金のかかる工法を提案したがる傾向がある。地山の状態が施工法によってどのくらい変わるかの見通しがつくと、もっと的確な工法の選定ができる場合が多いようである。この例は成功例であるが、世の中には失敗例が多い。

契約上の問題としては、単に材料を多く使う工法よりも正しい判断、見通しのよさ、知恵や決断、機敏な対応に対してもっと金を払うことも必要であろう。

NAトンネルは、NATMによる国内では初めての側壁導坑先進掘削であり、多分に図面上で考え計画した。しかし、いざ施工してみると、いくつかの点で頭の中で考えたことがなかなか実地と合わないことを痛感させられた。例えば、側壁導坑は掘削のどの時点でも支持力があるように図-41・8(a)のようにしたが、切り抜けをしてみると図面上で考えたのとは違って、トンネルは吹付けコンクリートのシェルで長手方向にも支持されているので、図-41・8(b)のようにしてもほとんど心配ないことがわかった。こうすれば、かなり導坑が掘りやすかったはずである（レール盤より下の掘削は大変であった）。さらに、図-41・8(c)のようにしても施工できると考えられる。

一般に、背の高いトンネルでは吹付けコンクリートのシェルが半円状にできあがった後では、側壁部の掘削でアーチが下がることは1間の長さをかなり長くとらない

限り余り心配しなくてもよい。

また、切羽は横には狭くても高さがあると実に崩れやすいことも実感された。この点からも、導坑の形には反省させられた（もっと低くすべきであった）。

◎芸術家の台本と演出や演技、楽譜と演奏の関係は技術者の設計と製作、施工の関係と似ているといえよう。台本や楽譜に何処まで忠実にやるかは事情により変わる。

野外撮影が主となる映画、例えば、西部劇などを撮るときは、トンネル工事と同じで悪くいえば出たとこ勝負、よくいえば、現場に機敏に対応することが大切である。例えば、西部劇の最高傑作のひとつといわれる「駅馬車」は、砂漠の中を走る1台の駅馬車に乗り合わせたさまざまな人々の愛や葛藤を描いているが、このなかに吹雪のなかを走るシーンがある。砂漠から一転して吹雪となり、「何でこっちの道走るんだ」「なーに、ふんどし一つのインディアン野郎も、この雪の降る道なら襲ってこないだろうからさ」という掛け合いで、小心ものの御者とインディアンの恐怖、どっちの道をとるかでからからの砂漠が吹雪になるかという、この駅馬車の走る無人の土地の広さを実感させる名場面である。ところで、このせりふは実は脚本にはなかったそうである。撮影に行ったらまたま雪が降った。せっかくの素晴らしい雪景色と大勢のスタッフ、俳優の日常を無駄にせず、撮影を進めるために、このせりふが急遽考え出されたものだそうである。天気や雲や人の気分は、なかなか予定どおりには行かぬものである。しかし、その魅力を最高に引き出したときはどうか。脚本の骨格は部屋にこもってしっかり考えておくとしても、現場の地形、天気からはじまって、俳優やスタッフの気分など細々とした現場でしかわからぬ事情は、そのときになって臨機に対応すればよい。それが現場でしかわからぬよい形の雲やいきいきした人の表情を最高に生かすすべであると、少なくともこの映画の監督John Fordはそう考え、いつも現場での判断を最高に尊重した。こうして数々の名作は生まれたのである。

トンネル屋も予測できない、いつも変わる地山を最大の支保工だと考えるのなら、同じように、事前の計算を細心に行うのと同じく、それ以上に現場での現象の観察と、それに対する判断を大事にしなければならない。マニュアルや当初設計に固執しては地山の支持力を十分に引き出すことはできない（このことは、吹付けコンクリートなどの作業をマニュアルにしたがってやることまで否定するものではない）。

◎科学者は、わからないときには正直にわからないという勇気が必要である。「子曰く、これを知るを知らずとなし、知らざるを知らずとなす、これ知るなり」（論語）という精神が大事である。工学者も同じことではあるが、知らないことに対しても判断しなければならぬ場合もある。神様に祈って判断するときもある。すべてが計算で決まるわけではない。

参考文献

- 177) Max John: Construction of the Arlberg Express way Tunneltube, T&T, July, 1980.
- 178) 有馬宏: トンネルを掘る話, 岩波書店, 1941.
- 179) 村山朗郎, 松岡元: トンネル土工算定のための鋼アーチ支保工における一測定法, 土木学会誌, 1968, 3.
- 180) 村山朗郎, 松岡元, 小松原政次: 鋼アーチ支保工に作用するトンネル土工測定上の諸問題(1)(2), トンネルと地下, 8~9, 1973.
- 181) 照山典治: 大清水トンネル(保登野沢工区)における膨張性地山での掘削, 山岳トンネルの工実集例集変形編, 土木工学会社, 1977所収.
- 182) 足立紀尚, 矢野隆夫: トンネル掘削に伴う地山変位計測結果の簡易解析法, 土木学会論文集, No.388/III-8, Dec. 1987.
- 183) 桜井春輔, 武内邦文: トンネル掘削時における変位計測結果の逆解析法, 土木学会論文集, No.337, Sep. 1983.
- 184) 中谷宇吉郎: 科学の方法, 岩波新書, 1958.
- 185) Golser, J.: Tunnel design and construction with NATM in weak rock, ISRM Tokyo, Sept. 1981.
- 186) Pulg Willi: Pumpspeichwerk Waldeck II, Ausbucharbeiten Kaverne und Schrägstollen, Der Bauingenieur 48 (1973), Heft 2.

〔土木工学会社図書案内〕

岩盤の計測と解析

工博 鈴木 光著

A5判 箱入 260ページ 定価4,326円(税込み) (¥380円)

最近では、有限要素法を利用し、地盤や構造物の変形や応力分布に関する予想解析が行われるようになってきた。そのために入力などに信頼度の高い各種計測値が要求されるようになってきた。

このような理由から、建設工事では、従来にも増して計測や解析が重要となりつつある。

本書は、応用範囲も広く重要と思われる岩盤の計測と解析法の紹介と解説を試みた実務書である。



連載講座

わかりやすいトンネルの力学(最終回)

福島 啓一

§42. 有限要素法

いままでの検討は、地山の性質は均一でトンネルの断面は円か、だ円に限ってきた。それでもかなり複雑な数式を取り扱ったから、より実際に近い断面のトンネル、場所により違う地山の性質、断面を分割して施工する工事順序などを取り入れた解析を行うことは、これまでの手法を取る限りほとんど不可能である。

複雑な構造物を解析するときは、全体を一度に解くのは大変なので、部材同志の接続箇所(節点)の力と変位や回転角の関係をまず導き、次に同じ節点に集まる部材では力はつり合い、変位と回転角は等しいはずであるから、これを連立方程式で解く方法が用いられる。連立方程式は、コンピュータを用いて比較的簡単に解くことができる。

同じような考えで、地山や支保工を三角形や四角形の要素の集合と考え、この要素に仮想仕事法を用いて、要素のかどの点(節点)に働く力と変位の関係を求めておき、節点では変位は同じになり、力はつり合うはずであるから、これを連立方程式で解く方法が考案された。実際には、微妙に変化して無数の要素であらわさなければならないと考えられるが、コンピュータの容量、能力に制限があるので有限個(finite)の要素(element)にわけ、その中での応力やひずみは簡単な一次式(または二次式)であらわされるとして計算をするので有限要素法(Finite Element Method, F.E.M.)と呼ばれている。

§42-1 有限要素法の概要(弾性的場合)

有限要素法は、近年大幅に進歩し、その内容を簡単に伝えることは非常にむずかしいが、一応の原理を理解でき、これを使うとき、またはこの方法の計算結果を見るときの理解の一助になるように、まず、もっとも簡単な二次元問題を三角形要素で弾性計算を行う場合について

概略の説明を述べる。

1) 問題にする地山などの全体を三角形の要素にわけ、この要素の中ではヤング率、ポアソン比などは一定とする。逆にいえば、ヤング率などが違うところは別の要素になるようにする。

2) 要素内の応力、ひずみなどは一定であると仮定する。逆にいえば、応力がほぼ一定と見なせる区域を一つの要素となるように要素を分割する(有限要素法では、直線、または曲線であらわされる応力やひずみの分布を要素の境目で段のついた階段状の分布で近似することになる)。

したがって、要素内の各点の変位(u, v)は、式(42・1)のように座標(x, y)の一次関数で与えられる(変位 u, v の微分がひずみ ϵ_x, ϵ_y であり、これが一定値だから、これを積分した変位は一次式であらわされる)。

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y \\ v &= a_4 + a_5 \cdot x + a_6 \cdot y \end{aligned} \quad (42 \cdot 1)$$

これを行列式であらわせば、次のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} 1 & x & y \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \end{Bmatrix} \\ \text{〔変位 } u, v \text{〕} &= \text{〔座標マトリックス } M \text{〕} \{ \text{係数 } a \} \end{aligned} \quad (42 \cdot 2)$$

いま、要素の角(節点3個)の変位(u_i, v_i などの6個)がわかっているものとすれば、この式より係数 $a_1 \sim a_6$ が求められ、任意の点の変位も求められる。途中の計算を省略して結果だけを式(42・3)に示す。

{任意の点の変位 u, v } = {形状関数 N } {節点変位 δ }

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N] \{ \delta \} = [N'] \{ IN'; IN''; IN''' \} \{ \delta \} \quad (42 \cdot 3)$$

ここに、 $\{ \delta \}$: 節点 i, j, m の変位, $\delta_i, \delta_j, \delta_m$
係数マトリックス $[N]$ は、三角形の断面形と考えている点の x, y 座標から決り、次のように求められる。

ここに、 Δ : 三角形の面積

I : 2×2 の単位行列

* 飛鳥建設(株)技術本部技術企画部担当部長

$$N'_i = (a_i + b_i x + c_i y) / 2\Delta$$

$$N'_j = (a_j + b_j x + c_j y) / 2\Delta$$

$$N'_m = (a_m + b_m x + c_m y) / 2\Delta$$

ここに, $a_i = x_j y_m - x_m y_j$, $b_i = y_j - y_m$, $c_i = x_m - x_j$

$$a_j = x_m y_i - x_i y_m$$

$$a_m = x_i y_j - x_j y_i$$

§19で述べたようにひずみは, この節点変位 u , v を微分して求められる.

$$\varepsilon_x = \partial u / \partial x, \quad \varepsilon_y = \partial v / \partial y, \quad \gamma_{xy} = \partial v / \partial x + \partial u / \partial y \quad (19.2 \text{再記})$$

したがって, 変位をあらわす(42.3)式を微分するとひずみが求められる.

答えは次のようになる.

$$\text{ひずみ } \varepsilon = [\text{係数} B] \{\text{節点変位 } \delta\} = [B] \{\delta\}$$

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 1 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{Bmatrix} \quad (42.4)$$

係数マトリックス B は, 三角形の断面だけから求められる.

ひずみがわかれば, 弾性の場合, 応力はフックの法則から次のように求められる.

$$\{\text{応力 } \sigma\} = [\text{弾性係数 } D] \{\text{ひずみ } \varepsilon\} \quad (42.5)$$

弾性係数 D は, 平面ひずみのときは次のようになる.

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (42.6)$$

したがって, 応力は次のようになる.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (42.7)$$

3) 外力, 物体力(自重など)はすべて各節点に働くことと仮定して, 節点力 $(F_{ix}, F_{iy}, F_{jx}, F_{jy}, F_{mx}, F_{my})$ にふりわけ, 節点にモーメントは働かないことにする. 要素 e にモーメントが働くときは, 各節点に反対方向の力が働くとする(図-42.1(b)参照).

4) 仮想仕事の原理から各節点の変位 $\{\delta\}$ と, そこに働く力 $\{F\}$ との関係を求める.

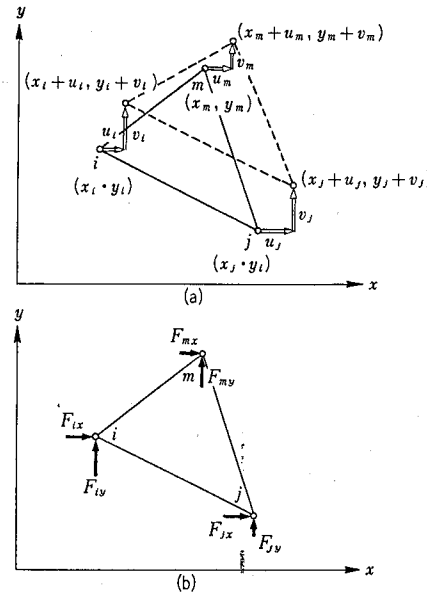


図-42.1 要素の変位と外力

$$\{\text{力 } F\} = [\text{剛性マトリックス } k] \{\text{変位 } \delta\} \quad (42.8)$$

上式は, 応力=弾性係数×ひずみの関係を部材の寸法を考えて直接力と変位の関係に変えたものである. したがって, 剛性マトリックス K は部材寸法と弾性率の関数であり, 仮想仕事の原理から次のように求められる.

$$[k] = t \int \int [B]^T [D] [B] dx dy = t \Delta [B]^T [D] [B] \quad (42.9)$$

(いま, 単純厚さについて考えるので $t=1$ とする)

ここに, t : 部材の厚さ, Δ : 要素の面積, $[B]^T$: B の転置マトリックス, B マトリックスは(42.4)で求めた. これは, 例えば棒を引っ張るときに力と伸びの関係を伸び Δl =係数 (l/EA) × 力 P であらわすときの係数 (l/EA) のようなものである.

◎仮想仕事の原理は, 力学の問題の解決に広く用いられているもので, 次のように説明できる.

“ある荷重を受けて, その中に応力が生じているもの…骨組みでも連続体でもよい……がある. この同じものに, 荷重とは直接関係のないある変位とひずみが生じている場合を考える. 仮に, そのように考えるのである. もちろん, ひずみと変位の間には適合条件(§18参照)がなり立っている. そして, 外部の荷重と荷重の働く点の仮想の変位とのなす仕事と, 荷重により生じる内部応力と仮に考えた内部のひずみとのなす仕事とを比べると, この二つの仕事は等しい”. ひずみから変位を求めることは積分を用いばよいので, 比較的やさしい. ひずみと応力の関係はフックの法則であるからすぐに求められる.

したがって, この原理を用いば荷重と節点の変位の関係を求めることができる.

仮想仕事の原理は, 次のような簡単な例を考えると理解できる. 長さ l の棒を考える. 荷重 P が働いていて, 棒の中には応力 σ が生じるが, その値はわからないとしよう. 一方, この棒は仮に Δl だけ伸びるとしよう. 材質も断面積も一定の棒であれば, ひずみ ε は $\Delta l/l$ になる. このとき, 外部荷重のなす仮想仕事と内部応力のなす仮想仕事を計算すると, $P\Delta l$ と $\sigma \varepsilon dv = \sigma (\Delta l/l)(Al)$ になり, この両方が等しいというのが仮想仕事の原理である. これより, $\sigma = P/A$ と求められる.

内部応力と外部荷重のなす仕事は等しいはずであるから, 次のような式ができる.

内部応力の仕事=集中荷重の仕事+分布力の仕事+物体力の仕事

有限要素法では, 分布力や物体力もすべて節点力に置き換えているので, 次のように書きあらわされる.

$$\int \int (\delta e)' s dx dy = \Sigma (\delta u)' F \quad (42.10)$$

ここに, $e=BU$ (ひずみ), $(\delta e)' = (\delta U)' B'$, $s=DBU$ (応力) であるから,

$$\therefore \int \int (\delta e)' DBU dx dy = \int \int (\delta U)' B' DBU dx dy = (\delta U)' F \quad (42.11)$$

U (応力) は要素内では位置 x, y に関係なく一定であるから, これを積分記号の前にだすと次のようになる.

$$(\delta U)' \int \int B' DB dx dy U = (\delta U)' F \quad (42.12)$$

両辺を $(\delta U)'$ で割れば,

$$\int \int B' DB dx dy U = F \quad (42.13)$$

したがって, (係数 K) × (応力 U) = (力 F)

$$KU = F \quad (42.14)$$

$$\text{ただし, } K = \int \int B' DB dx dy \quad (42.15)$$

ここで, 剛性マトリックス D , 係数マトリックス B は x, y に関係なく一定であるから, 積分の外に出して次のようになる.

$$K = \Delta B' DB \quad (42.16)$$

ここに, $\Delta = \int \int dx dy$; 三角形の面積

5) 節点ごとに力のつり合い方程式を変位 δ を未知数としてつくる.

$$[\text{剛性マトリックス } K] \{\text{変位 } \delta\} = \{\text{力 } F\} \quad (42.8 \text{再記})$$

各節点では要素からの力と外力とがつり合うとして, この方程式を解けば変位が求められ, 応力やひずみも求められる(節点が N 個あるとすると, x 方向, y 方向の力のつり合いから $2 \times N$ 個の式ができるが, このなかに独立でないものが3個ある. 境界条件として, 3の変位, または外力が与えられると未知数が $2N$ 個であるから, 式が解ける).

◎FEMの説明をすると行列式というむずかしいようなものが出てくるが, これは複雑な式を簡単に書くためのおまじないみたいなものと考えてもらえばよい. たとえば, ひずみ×弾性率=応力という式でも単純な引張り材なら普通の式であらわせるが, 立体的に四方八方から力が働くときはたとえば x 方向のひずみでも y 方向や z 方向の応力にも関係する. このような複雑な関係を簡単にあらわせるので便利である. 式の変形では AB と BA は等しくないとか, いろいろむずかしいし, 実際の計算は退屈で面倒であるが, それはコンピュータにまかせようというわけである.

◎以上に説明した三角形要素では, 曲げモーメントの働く部材などをうまくあらわせないで, 他のいろいろな要素が考案されている.

§42-2 弾塑性の有限要素法

有限要素法は, 基本的にはフックの法則がなり立たないと解けない. しかし, 世の中には応力とひずみが比例するものばかりではない. とくに降伏した後では応力とひずみの関係は簡単な比例関係ではない. そこで考えられたのが増分法という方法である. つまり, 応力とひずみの関係がどんな複雑な曲線になろうとも, これを短い区間にわけて, その短い区間は直線と仮定する. そして, この計算結果を足し算していけばどんな面倒な関係も解ける. 計算が面倒だ, 何回も似たような計算をやるのは大変だ, という問題はコンピュータが引き受けてくれる.

前に説明したように, 有限要素法では [剛性マトリックス K] × [変位マトリックス δ] = [節点力マトリックス F] の式がなければ解けないので, どうしても剛性マトリックス, ひいては, それを求めるための弾性係数を求める必要がある. しかし, 塑性域では弾性係数はないはずである(完全弾塑性の場合は $E=0$ になる). そのため解析解ではまず弾塑性の境界を力のつり合いから求めて, つぎに弾性域側からの強制変位と関連流れ則からひずみや変位を求めている. しかし, 有限要素法では同じ計算手順で弾性域も塑性域も計算できる方が便利なので, 塑性域でも剛性マトリックスを求める研究がされた. 弾性率はなくとも応力とひずみの間に何らかの関係があるはずである. その結果, うまい方法が見つかり降伏した地山の問題も計算できるようになった. この剛性マトリックスの求め方について簡単に説明する.

応力の微小な増分の間に生じるひずみの変化は弾性と塑性の部分に分解できる. すなわち,

$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p \quad (28.20 \text{再記})$$

弾性ひずみ増分 $d\varepsilon_e$ は, 弾性マトリックス D × 応力増分 $d\sigma$ で求められる. 塑性成分は, 式(28.19) $d\varepsilon_p = \lambda \cdot \partial Q / \partial \sigma$ より求められる. これをまとめると次のような式

になる(弾性マトリックスは対称マトリックスであるから $D=D^{-1}$ になる。後の計算の都合上 D^{-1} であらわす。ここに、 Q : 塑性ポテンシャルで相関流れ則のときは降伏関数 F に等しく、 $Q=F$)。

$$d\varepsilon = D^{-1}d\sigma + \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \lambda \quad (42.17)$$

塑性降伏が生じるとき、応力は降伏条件式(28-1)を満足しなければならない。いま、同式をひずみ硬化、またはひずみ軟化もあらわされるように次のように書くことにする。

$$F(\sigma, \kappa) = 0 \quad (42.18)$$

ここに、 κ : 塑性硬化、または塑性軟化の度合いをあらわす係数。鋼材では降伏点を越えて変形させると強度が上がる。岩石では、普通ひび割れが入り強度は急激に小さくなる。このような関係を κ はあらわす。

塑性流れの間は、降伏関数 F は増えも減りもしないはずだから(28-18)式がなり立つ。したがって、(42-18)式を微分して次の関係を得る。

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial F}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \cdots + \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa = 0 \quad (42.19)$$

加工硬化する材料では、 κ は塑性変形の間になされた塑性仕事の量をあらわすとされている。したがって、次式が導かれる。

$$d\kappa = \sigma d\varepsilon_1 + \sigma d\varepsilon_2 + \sigma d\varepsilon_3 + \cdots = \sigma^T d\varepsilon_p \quad (42.20)$$

ところで、同式と流れ則、

$$d\varepsilon_p = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (28.19 \text{を一部修正})$$

を組み合わせると、次のように書くことができる。

$$d\kappa = \lambda \sigma^T \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (42.21)$$

これを(42-19)に代入すると、

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T d\sigma + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \sigma^T \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \lambda = 0 \quad (42.22)$$

次に式(42.17)の両辺に左から $(\partial F / \partial \sigma)^T D$ を乗じて整理すると、次式が得られる。

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T d\sigma = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D d\varepsilon - \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \lambda \quad (42.23)$$

これを(42-22)式に代入して整理すると、

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D d\varepsilon - \left[\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \frac{\partial Q}{\partial \sigma} - \left\{ \frac{\partial F}{\partial \kappa} \right\} \sigma^T \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right] \lambda = 0 \quad (42.24)$$

上式から定まる λ を(42-15)式に戻すと、課せられた

ひずみの変化によって応力の変化をあらわす関係が得られる。

$$d\sigma = D^*_{ep} d\varepsilon \quad (42.25)$$

ただし、

$$D^*_{ep} = D - D \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left[A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \right]^{-1} \quad (42.26)$$

弾塑性マトリックス D^*_{ep} は、増分解析において弾性マトリックス D_e にかわるものである¹⁸³⁾。

つまり、この D^*_{ep} さえ求めれば、普通の有限要素法のプログラムの D のかわりにこの値を入れると弾塑性の計算ができる。もち論、応力の値に応じて途中で剛性マトリックスの値が変わるので、何回にもわけて計算するなどの方法をとる(ひずみ効果係数 κ の中に時間の要素を入れれば、時間に関する計算もできる)。

◎理論計算では塑性域は静定構造であり、力のつり合いだけで求まるのに、有限要素法になると急に弾性率 $\times$ ひずみ = 応力の式ができるのか、まず、弾塑性の境界を求めてから塑性域の応力を求め、その後でないとひずみは求められないはずなので不思議な気がするが、応力によって一定の剛性マトリックス D^*_{ep} が計算できたことにより、これが可能になったわけである。人間は空を飛ぶためにはじめは鳥のまねをしようとして、羽を上下に動かす機械を考えたと、実用化したのは鳥とは似ても似つかぬプロペラというものであった。コンピュータも理論計算と似ても似つかぬ形で計算する方が能率がよいようである。

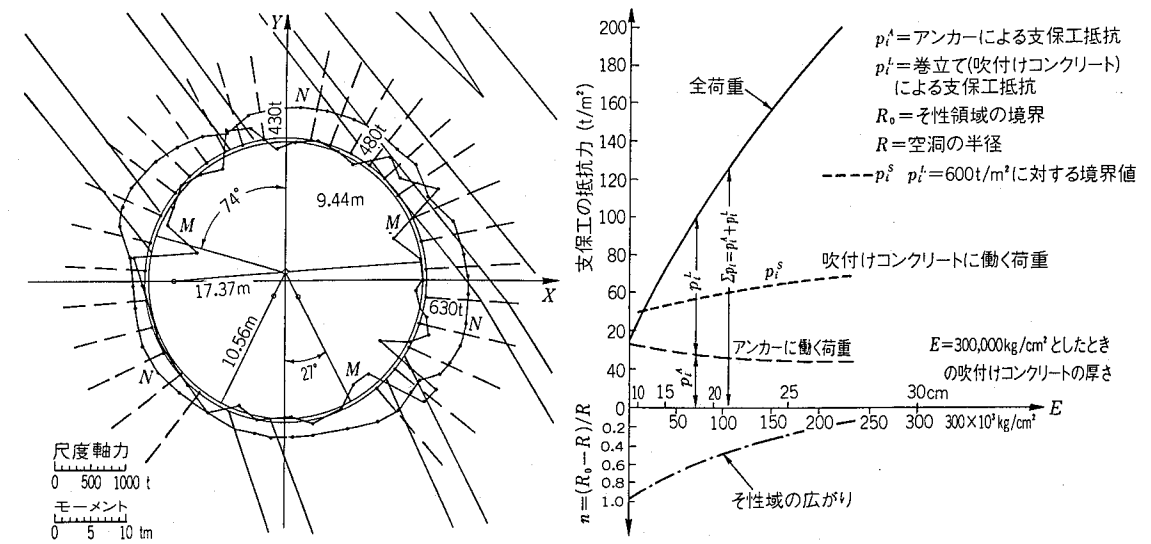
◎FEMは弾性解から発達してきているので、応力 = ひずみ $\times$ 弾性率という関係を基本にしている。したがって、塑性域では弾性係数を複雑な式で計算している。剛性マトリックス D^*_{ep} が行列であらわされているが、これにより直交則などのむずかしい関係も計算できるようになっている。理論計算とは順序が違うが、結果は同じになる。

◎この計算は、弾性域と塑性域の応力、ひずみを連立させて解いているので、§29で述べた完全な方法である。弾性率が応力に応じて変わる場合などもこの方法で解ける。

§42-3 有限要素法の特徴と問題点

有限要素法には次のような長があり、最近広く用いられている。

- 1) むずかしい弾性学や弾塑性学をよく知らなくても、コンピュータのプログラムがありさえすればだれにでも比較的容易にかなり複雑な問題を解くことができる。
- 2) 複雑な形状、場所により性質の変わる地盤および支保部材のような構造物を適切な要素に区分することによ



(a) 1号トンネルすりつけ部の有限要素法による計算結果、吹付けコンクリートに働く軸力とモーメント
(b) タルベラダム転流トンネル1号トンネルすりつけ部の有限要素法による計算から求められた巻立ての剛性 E の関数としての巻立てとアンカーに働く荷重

図-42-2

り、実状に近く計算に取り込むことができる。

- 3) 区別した要素を途中で削除、追加、材料定数の変化をさせることにより、掘削、支保工の設置、コンクリートの強度増加などを計算に取り入れることができる。
- 4) 特別な要素を導入することにより、節理、せん断域、ロックボルト、吹付けコンクリートの収縮目地、なども表現できる。
- 5) 時間による材料物性の変化、クリープ、粘弾塑性などを計算に取り入れることができる。
- 6) 高度化された反復計算法を用いれば、地山、あるいは地盤の非常に複雑な非線形材料としての挙動、支保工材料の降伏、地山のゆるみなどを取り入れることができる。
- 7) 一般には平面ひずみで計算するが、特別に切羽付近の解析などを行うときは三次元有限要素法も用いられる。
- 8) 応力の問題だけでなく、地下水の流れや熱の流れなどもこの方法で解ける。

§42-4 有限要素法に対する実務上の問題点

有限要素法は、電子計算機の発達とともに急速に発展した強力な計算法であるが、実務者や研究者からいくつかの問題点が指摘されている。

- 1) 計算仮定から結果に至る計算の過程が、一般に第三者には伺い知ることができず手に負えない。結果は“ブラックボックス”から飛び出してくるだけで“計算法の専門家でない技術者は信じ込めざるを得ない”¹⁸⁴⁾。
- 2) 中を見れない“ブラックボックス”の中では、望ましい結果になるように操作することが(やろうと思えば比較的容易に)できる¹⁸⁵⁾。

技術者の倫理があるので、実際にはごまかしは少ないはずであるが、故意ではなくても設計者の意図と計算をする人の思惑が食い違うことはあり得る。また、いままでに何度も指摘したように、式の誘導法まで詳しく説明されている解析式でさえいくつかの間違いが教科書にくり返し載っている例がある。まして、中身が公開されていないコンピュータプログラムで間違いがあるかどうか、なかなかわからない。

このようにFEM不信の人がいるということは、説明不足も原因である。もっと素人にもわかるように、扱えるようにする努力も必要である。

- 3) 数値計算法では、どのパラメーターが結果にどのような影響を与えているかを知ることは(一般に)できない。ヤング率 E や土かぶり H は注目するが、ポアソン比 ν や側圧係数 k の計算結果に及ぼす影響はかなり大きいのに意外と軽視されている例が多い。

この計算法は、仮定した(入力した)データに対する答えだけしか与えない。もち論、計算機のための費用、入力データを作る手間と費用を惜しまなければデータの変化による影響を計算することはできるはずであるが、実用的でない(図-42-2参照、これはFenner-Pacher曲線を求めるためにRabcewiczがチューリッヒ工業大学の岩盤力学研究所と協同してFEM計算を行った結果である²⁰⁾²¹⁾。吹付けコンクリートのヤング率を変えた計算を行って、内空変位と支保工に働く荷重の関係を求めたが、期待した地山応答曲線(Fenner-Pacher曲線)の右上がり部分は得られなかった)。

4) 有限要素法にあまりにも過大な期待を寄せている人が多すぎ、計算の内容を知らない人がやたらと有限要素法を盲信し過大評価している傾向がある。一方、専門家の間にも計算法の華麗さ、精密さに酔って、それがどれほど現実の地山の挙動を現しているか（いないか）に無関心の人が多い。専門家と実務家の間で、話がすれ違うことが多い。FEMの計算結果をどう読むのか、どう使うのかまだよく分かっていない。計算と実際の計測とがほぼ合ったなどということはあまり自慢にもならない。ヤング率などの入力値を変えれば合う答えをいくらでも出せるからである。

5) 地山の複雑な性質のうち、有限要素法に取り入れることができるもの、取り入れやすいものだけを計算に入れ、より一層重要なものでも計算に取り入れられないもの、取り入れるのがむずかしいものを無視したり、軽視したりする傾向がある。実務的に計算プログラムをつくるのがむずかしければ、使う方としては欠点を心得て使い、計算結果の解釈のときに不足している要素を加える必要がある。

6) 有限要素法で計算可能なことと、実際に利用できる計算プログラムで計算できることとの間には、かなりの隔りがある。多くの計算プログラムは、平面問題、降伏条件としてはDrucker-Prager, 完全弾塑性, または、粘弾塑性, 関連流れ則などの条件で作製しており, LadeやHoek-Brownなどの提案している二次曲線の降伏条件, 中間応力の影響が入る降伏条件, エンドキャップのある降伏条件, 地山やコンクリートの中でのせん断面の発生・発達, ひずみ硬化, ひずみ軟化, 三次元の切羽の影響, トンネルの大きさの影響, 時間によって変わる強度やヤング率, 地山の降伏, ゆるみ・再圧密などは（原理的にはできるので, そのようなプログラムもあるかもしれない）普通は計算できない。施工法の微妙な影響もほとんど計算できない。

トンネルの場合, 初期状態から支保工で支えられる状態へと移る途中に無支保の状態があるのに一般には考慮されていない。

7) 有限要素法のすぐ目に見える特色のひとつは塑性領域の形などが計算で容易に求められることであるが, 塑性領域が広がるのがトンネルの安定にとってどのような害になるのか（ならないのか）はむずかしい計算が行われるわりには解明されていない。側圧係数をかなり小さくすると塑性域の形を計算して喜んでいる向きもあるが, あまり意味がないことである。

どこを補強すれば安全率が上がるかなどの判断は計算結果から出てくるわけではない。参考になる程度である。

8) 有限要素法のプログラムといってもどれも同じもの

ではない。Lombaldi⁹⁰⁾は弾塑性境界のところで主応力線が捻れているような計算結果があると批判している。

非線形弾塑性の有限要素法が, あたかも弾塑性解のように理解されて（誤解されて？）使われている例もあるが, 弾塑性解と塑性解はあくまで別物である（D'ep を使わず, (42・6)式で E を小さくしたり, ν を0.45近くまで増やす計算方法で下記のような欠点がある）。

“荷重増分法は非軟化性の解析に広く用いられ, 後述するように有用性が認められているが, 非線形弾塑性FEMは部分弾性の考えに立脚しているから $\Delta\gamma_{xy}$ と $\Delta\tau_{xy}$ のみが結ばれており, $\Delta\tau_{xy}$ は $\Delta\epsilon_x$, $\Delta\epsilon_y$ に何の影響も与えない。このことは, せん断応力の影響下で体積ひずみは生じないことを意味し, 土のダイラタンシー特性を表現し得ないという欠点がある。また, 式からわかるように塑性ひずみ増分の方向と応力ひずみ増分の方向とは一致せざるを得ず, このことは塑性理論の一般概念とは相容れないものである。弾塑性FEMは上述の欠陥を補う, より合理的なものと考えられる”¹⁸⁵⁾といわれている。膨張性のトンネルでは, この方法による変形量の計算誤差はかなり大きくなる。また, これは, あくまで弾性計算であるから現象の不可逆性がでない。塑性変形は「殴って撫でてでも同じでない, いったん殴ったら少々撫でたくらいでは元に戻らない」ところに特色があるのに, この計算では「殴って撫でれば同じこと」になってしまう。計算時間はそんなに変わらないはずであるから, より正確な方を採用すべきであろう。

9) 有限要素法の困る一つの要因はやたらと金と時間がかかることである。少なくともトンネルの掘削問題を代表断面一つについて計算すると最低数100万円はかかる。数10億円の工事を安全に, 経済的に進めるために役立つのであれば, もち論数100万円は安いものであるが, 有限要素法で計算したことで安心してしまって, もっと必要な地質や経験上からの判断や, 施工法との関係などについて研究し, 考える時間も精力もなくなってしまうのでは困る。また, FEMの計算結果をどう解釈するのか, 設計などにどう役立てるのかについてまだよくわかっていない。

10) 計算法そのものの問題点もいくつかあげられる。

a) 要素の分割の仕方などによっては, かなりの誤差がでる。とくに曲げモーメントの影響などで応力勾配が大きいところでは誤差がでやすい（それに対応できる計算法も研究されている）。

b) 地山の外側のずっと遠いところを固定点, ないしローラー支持点として計算をすることが多いが, この境界条件の与えかたによっては誤差がでることがある。

c) 支保工と地山の間の隙間, 吹付けコンクリートの

間にもうけた隙間, 支保工が地山にくい込む, めり込むことなどは一般には計算に入れられない。

あるところで地山や吹付けコンクリートがせん断されたり, ボルトが切れることも計算できない。

d) 弾塑性解などの複雑な計算では問題はより拡大されるようで, 有限要素法の生みの親ともいえるZienkiewiczでさえ次のように述べている。

“ここで, 非線形問題について, ふたたび述べておく必要があるのは, つぎの事柄である。

(a) 解の非唯一性 (non-uniqueness) が現われる可能性のあること。

(b) 収束が, 前もっては保証されないこと。

(c) 解の費用は, 線形解の場合に比較して例外なく増大すること”¹⁸⁵⁾。

11) そうはいっても有限要素法の利点も多いから, 場合によっては使い分けことや, いままで述べた欠点を補うような改良, 改善が進められることが望ましい。有限要素法で計算に取り入れてもらいたい項目を, 重要な順にあげると次のようである。

(1) いろいろの形の二次元弾性体の計算ができること。三角形, 四角形, 梁, 棒などの撤去, 組み込みができること。できれば非線形弾性の計算もできるようにする。

(2) 完全弾塑性の計算（降伏条件としては, Mohr-Coulomb, Drucker-Pragerだけでなく, Griffith, Hoek-Brown, Ladeなどの二次式であらわされるもの）ができること。

(3) 加工硬化, ひずみ軟化などを計算できること。強度がゼロ近くまでなるもの, このとき強度や弾性率の変化も取り入れられること。この強度の低下は切羽の高さ, 時間, 流れ盤か受け盤かなどにより変わるはずである。これにより緩みや再圧密の影響を計算できる。ゆるみ荷重も計算できる。

(4) 時間による強度や弾性率の低下, 掘削後支保工を設置するまでの放置時間の効果の計算ができること。吹付けコンクリートやロックボルト定着材のモルタルの強度や弾性率の時間的変化も取り入れられること。

(5) 吹付けコンクリートシェル, 切羽の地山などによる疑似三次元効果, シェルの効果を二次元に取り込む計算, 切羽の高さ, 1回の掘削長さ, 支保工の脚の沈下, 縫地ボルト, 先受けボルト, さね残しなどの効果を取り入れられること。

(6) ボルトの効果, トンネルの寸法効果を取り入れられること。

(7) 非等方性, つまり岩盤の目の方向, 差し目, 流れ盤などの効果, これにより偏土圧が働く場合などの計算ができること。

(8) クリープ, 粘弾性, 水の影響など。

(9) 三次元の計算。

実際には(3), (4), (5), (6)などがほとんどできないが頼みかまわされている。影響は比較的小さい方の(7), (8), (9)などの計算法の研究が盛んに行われている。岩盤の性質についての実験や計測も遅れているのが原因で, 計算法の問題より岩盤力学側の研究が遅れている。いずれにしても, 少しバランス感覚が悪い。

◎数多くの工事報告を見ると, 単にFEM計算の報告が載っていることが多い。せっかく現場でトンネルを掘っているのである。なぜ, そこでの観察を載せないのか。あるいは計算は, 特殊な技術を要することで, 観察は経験工学でだれでもできることだと考えているとしたらそれは全然間違いである。観察は, かねて問題点をよく認識し, どういう挙動が起こるはずであるかをよくつかんでいないとできることではない。かねてから観察眼を養っておかなければできないことである。ある程度の時間, トンネルの中にじっと座っていて徐々にその雰囲気になれると少しずつ精神が統一され, 神経がその場の雰囲気になれてきて, 山の咬みが聞こえてくるようになる。それは微かで, 最初はよく聞き取れず, 判断に苦しむような類のものでしかないが, 正直に確実に実際に起こっていることを伝えてくる。中谷宇吉朗は「雪は天から送ってくる手紙である」といったが, 山の神も暗号みみたいな判読に苦しむ手紙を送ってくる。その手紙を読むのに役に立つ範囲では, 計算も計測も有用であるが, 本物の山の動きをよく見ないで計算したり, 計測値を論じたりすることは厳に避けるべきことである。計算はいまや金さえ出せば誰にもできることである。

◎トンネルの破壊は巻立て材が変形限度を越して, 破断してしまわない限り起こらない。水の中でも N 値ゼロの超軟弱地盤の中でも, 巻立てが壊れない限りトンネルは安全である。FEM計算をして, 複雑な形の塑性領域が計算できることがさもこの計算法の特徴, 他の計算法に比べて格段に優れている点であるかのごとき説明がみられないでもないが, たとえ, そのような複雑な形の塑性領域が生じたとしてもトンネルの安全にはなんらの関係もない枝葉末節の現象であり, 驚くことも感心することもない。それが側圧係数 $k=0.2$ で, 地山の比強度は1以下というようなあり得ない条件での計算であればなおさらである。

◎写真, 映画, TVなどの新技術が発明されると, 一方ではバラ色の未来をすぐ考えるし, また, 一方では従来からある絵画, 演劇, オペラに比べてチャチだ, 低俗だ, 安っぽいと非難する。有限要素法もまだそのような時代であろう。要するにこれは道具である。道具は上手

表-43・1 主要海底トンネル一覧

トンネル名	長さ(km)	水深(m)	かぶり(m)
関門鉄道トンネル	3.6	14	7
関門道路トンネル	3.5	27	20
関門新幹線	18.7	32	24
青函トンネル	53.8	140	100
ドーバー海峡	50.5	60	40
グレートベルト	10.7	54	21 工事中
ジブラルタル海峡	65	300	100 計画中

路の流量と考えるならば、水路が長くなるに従い湧水量が減少するのは当然である。岩石の割れ目を伝う湧水の場合、流れ出す初めには $H+H'$ の水頭がかかるが、定常状態に入ったならば H だけを考えればよいと思われる¹⁸⁷⁾。そして、図-43・4のように海底からのトンネルの深さと湧水量の関係が示されている。これによると、水深140mの津軽海峡ではかぶりは深いほど湧水量が減ることになり、前後の取り付け勾配などを考えるとかぶりを100mくらいにとるのがよいことになる。そのためばかりではないが、100mの土かぶりを取る設計となった。この時代のトンネル力学では土かぶりが深くなると土圧が増えるなどとは少しも考えられず、むしろ、あまり浅いところは風化していて、ゆるみ土圧が大きくなると考えられていた。湧水量についても同じようなことが漠然と考えられ、あまりかぶりの薄いのは危険と判断されたようである。Muskatの式に入れて計算すると、青函トンネルの場合は、最大水深のところで約50～60mの土かぶりをとるのがもっとも湧水量が少ないという結果になる(図-43・4参照)。

この誤りは後で次のように訂正されたが、かぶりはやはり100mのままで施工された。

「土かぶり大きいことは、海水が浸透する水路の延長が長いことを意味する。このことは、摩擦抵抗を増して湧水量を減少させるであろうか。あるいは、水圧の増加により湧水量を増加させるであろうか。当初計画では、前者の立場をとって湧水量を推定した。また、吉岡海岸線付近の軟岩割目からの湧水の状況も、前者の立場を是認するようである。しかし、竜飛斜坑の湧水量から判断すると、堅岩割れ目からの湧水は後者の立場をとるようである。全体の湧水量は、本州方の火山岩層の湧水により左右されるから、後者の立場をとって次に湧水量を推定しなおすことにする。土かぶりの地質が一樣な場合、水底下にあるトンネルの湧水量に対し、Muskatは次式を与えている……」¹⁸⁸⁾。

少し歯切れの悪い訂正ではあるが、間違いに気づいても頼みかきする人が多い中において、技術者として、また、公共工事に携わる官公庁の責任者として、はっきり

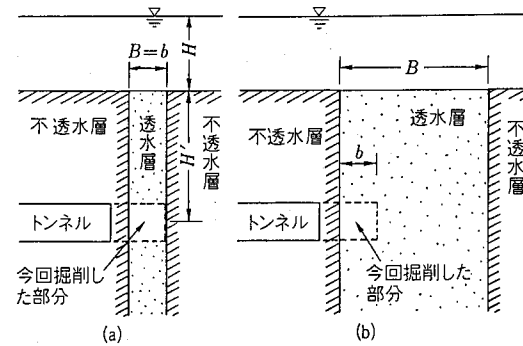


図-43・5 切羽での湧水量を計算するときの仮定

間違いを認めるのは一種の勇気のいることであり、技術者の良心を賞賛すべきであろう。

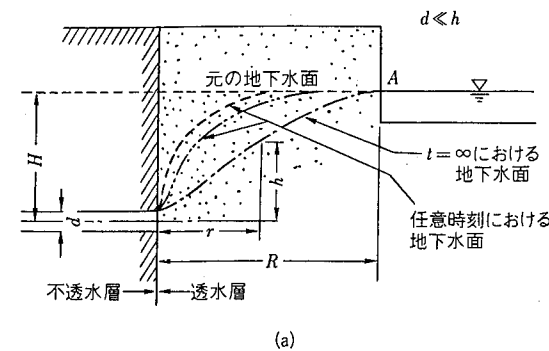
水理学の基本式が、地質によって変わったりすることはない。透水係数 k = 一定という仮定が現場にあてないで、その分の修正をする必要があるだけである。Terzaghi などの土圧論が、トンネルの土圧はその上にある地山の全重量から発生していることを見落としたように、この式を誘導した人は地下水理学の基本がよくわかっていなかったのである。この式が最初から正しく導かれていたならば、青函トンネルはもう40～50m浅いところを通ったかも知れないし、そうすれば工事費、列車の運転費、トンネルの通過所要時間にもかなり影響を与えたかもしれない。

◎青函トンネルで使った湧水公式が間違っていることは次のようにすればすぐわかる。(43・12)式から H' を削除した式で水深 H を0にすれば、湧水量 Q が0になる。つまり、川や海の下でない多くの(陸上の)トンネルは湧水がないことになる。

圧気工法のシールドトンネルで、水深分の内圧 $p_0 = \gamma H$ をかければ湧水はないことになる。これでは、道路下のシールド工法で圧気工法をとることはナンセンスになる。

最近計画されている海底トンネルでは、青函トンネルほどの大きな土かぶりはとられていないようである¹⁸⁹⁾。(表-43・1参照)

◎かぶりがあまり浅いトンネルは危険と普通は考えられている。水底トンネルで陥没した例としては、松島炭坑(S4.6.25, 水深21.2m, かぶり31.2m, 死者42名, S9.11.25, 水深約60m, かぶり約50m, 死者54名)、宇部炭坑(明治～S36年の間に水没12件, うち9件はかぶり30m以下、または第3紀層のかぶり20m以下)などが知られている(これらの事故の後、石炭保安規則が改正されかぶりを30m以上、うち第3紀層を20m以上とることと定められた)。圧気工法で施工したニューヨーク市のイースト川トンネル(水深4.5m, かぶり1.5m)では、



注) BB', CC' はそれぞれ A, C 切羽におけるトンネル湧水が、切羽が進まない場合にあらわれる自然減水曲線

図-43・6 切羽における地下水流出の減水曲線

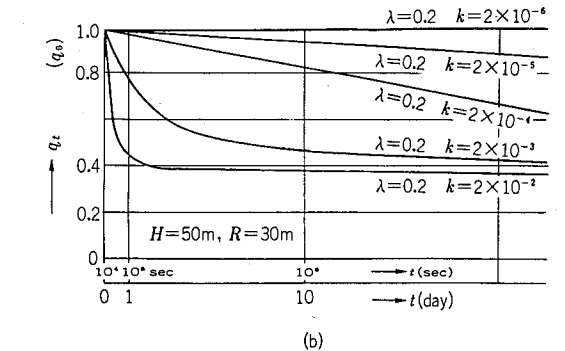
圧気が働いていた作業員とともに川底に吹き出した事故も生じている¹⁹⁰⁾。関門鉄道トンネルでも同じ危険性があったので、船から海底に粘土を袋に詰めて投入しかぶりを確保した¹⁹¹⁾。最近ではGreat Belt TunnelのTBM水没事故がある。それほどでなくても、浅いかぶりで渓流の下をくぐるときなどは湧水と風化岩で工事が困難なことが多い。かぶりは深いほど安全らしいという思いがトンネル屋にはまだ多いようである。計算式は、この常識が必ずしも正しくないことを示している。しかし、地表近くの風化した分とトンネル直上の緩み部分は最小必要かぶりに加えて考えるべきであろう。

いままでの計算は定常状態になってからである。しかし、工事中に恐いのは突発的に出る最大流量である。これを計算してみよう。まず、図-43・5(a)に示したように不透水層から滞水層に突然入ったとすれば、影響半径 R がトンネル径 a から $2H'$ にだんだんと大きくなると考えて計算してよい。影響範囲 R がトンネル径 a に近いときは、トンネル付近は乱流となるのでMuskatの式は使えない。いま、簡単のために一番小さい影響半径を $2.3a$ とすると、 $\ln(R/a) = 1$ なので、透水層に入った瞬間の湧水量は $Q_0 = 2\pi kb(H+h)$ となる(トンネル径5m, 地下水水面まで100mとして定常状態の3.7倍くらい)。時間によって影響半径 R や流量 Q がどう変わるかは、流出量と水圧の低下 dh による地下水や地山の体積膨張とが同じとして、次のように求められるはずである。

$$\int Q dt = \int_a^R \frac{dh}{k} dy \quad (43 \cdot 15)$$

ここに k : 体積弾性率、しかし、まだ同式をトンネル用に解いた式はないようである。断層の幅が1回の掘削長さより大きいときは(図-43・5(b)) 不完全貫入井戸の公式を使って修正する必要がある。

高橋⁽³³⁾⁽¹⁹²⁾は、図-43・6(a)に示すような仮定から導い



た下式を紹介している。

$$q_t = q_0 \left[1 - \frac{2R}{\sqrt{R^2 + 4H^2}} \left\{ 1 - \frac{\sqrt{R^2 + 4H^2}}{R^2 + (2H + \frac{k}{\lambda} t)^2} \right\} \right] \quad (43 \cdot 16)$$

ここに、 q_t = 流出開始後 t 時間経過後の流出量、 q_0 = 滞水層に開口の瞬間($t=0$)における流出量、 k = 透水係数、 λ = 地山の間隙率

この式は、 R および H が固定された状態(切羽が前進しない状態)における流出量の減衰を示す式である。原論文は未見なので誘導の仮定がよくわからない。時間 $t=0$ のときの流量 q_0 を求めることは困難として、式は示されていない。減衰の様子の計算例を図-43・6(b)に示す。これを見ると、どのくらいの時間で流出量がどのくらい減るかがわかる。逆にいうと、Muskatの式で計算された流出量に比べて切羽での最大流出量が何倍になるか、それが、どのくらい続くかがわかる(両方の式の誘導仮定が違うので正確ではない)。

切羽での湧水量の計算は、地質分布をどう仮定するかで変わり、なかなか簡単ではない。Wenzelの井戸関数やTheisの非定常式などで計算する方がさらに正確と思われるが、まだトンネル用に導いた式はないようである。しかし、透水層の分布をどう仮定するかでいくつでも式ができる。透水層は、前方にあるとは限らないで横にあるかも知れない。湧水による地山強度の低下→小崩落→その奥の地山の緩み→湧水量増加→崩落というような段階を追う現象もあるので、計算も簡単にはできない。したがって、計算式もさることながら、地質調査をよく行っておくこと、探り削孔などの予防対策を講じておくことが大切である。早めの対策、事前の対策が大切である。

◎実際には、トンネル掘削の影響で周辺地山が緩み、

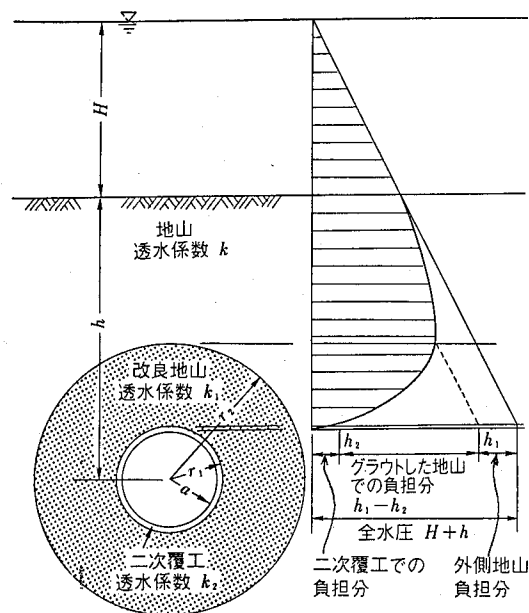


図-43-7 トンネル周辺に働く水圧

割れ目が開き、常に湧水が切羽についてまわり、工事する人を悩ますことが多く、なかなか計算どおりにはいかない。

◎断層破碎帯は透水層となっていることが多い。その層沿いに不透水層の粘土層があるとトンネルを掘り進むと突然大湧水が出て、事故となる例が多い。トンネルにほぼ並行して断層があり、かなり時間がたってから切羽後方で水圧のため崩壊することもあり、この方が作業員にとってはなお危険である。このような地層が予想されるときは、坑内から探り削孔をするなど湧水の予知をすること、水抜きボーリングをすることが大切である。

◎地下水の計算は、途中で薄い不透水層があっても大幅に変わる。そのため地質の調査が重要である。

◎丹那トンネル、山陽新幹線の犬鳴トンネルなど地表水が漏れて大問題になったトンネルも多い。地表の水利用状態を調査するとともに、対策もトンネルについてだけでなく広範囲にわたって考えるべきである。犬鳴トンネルの上には後でダムがつくれ、ダムの底面に防水工事が行われている。

§43-2 覆工に働く水圧

地下鉄のトンネルなどでは、工事完了後も湧水があることは好ましくないことが多い。そのために二次覆工の裏に合成樹脂のシートを張り、完全止水のトンネルを目指すことが多くなった。この場合は二次覆工には静水圧が働く。水圧は変形させて低減するなどはないので、トンネルの形を曲げモーメントが小さくなるような形にすることが大切であるといわれている¹⁹³⁾。ちなみに、トン

ネルをつくる時のもっとも有利な形は、外圧とその点の曲率半径の逆数が比例する形である。水圧が主であれば、下向きにとがった卵型が有利である。

このように、水漏れの少ないトンネルが施工できるようになったのもNATMを採用したからである。これでトンネルが格段に綺麗になり、とくにつららが発生する北国のトンネルの品質は格段によかった。

しかし、青函トンネルのように非常にかぶりの大きいトンネルでは、静止水圧に二次覆工だけで抵抗することは不可能に近い。そこで、地山そのものを不透水性になるようにグラウトで改良して、地山も含めて水圧を負担するように計画された（普通の山岳トンネルでも青函トンネル以上の水圧が働くことはあるが、その場合は湧水を止めず、側壁下部から排水溝へ流している。土圧は巻立てを变形させることで小さくできるように、水圧は湧水をトンネルの中に逃がすことによって小さくできる。青函トンネルでは、湧水をトンネル内に逃がすと、莫大な揚水費がトンネルを使っている限り未来永劫までかかるので、ぜひゼロ近くまで湧水を止める必要があったのである）。

いま、半径 r_2 より内側を透水係数が k_1 になるように改良し、さらに内側に透水係数 k_2 のコンクリートの巻立てをしたとすると、Muskatの式は次のように修正される。

$$Q = 2\pi k \frac{H+h}{\frac{\ln(r_1/a)}{k_2} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{k_1} + \frac{\ln(2h/r_2)}{k}} \quad (43-17)$$

これより目標湧水量、グラウトで改良できる透水係数の予想値がわかれば必要なグラウトの範囲が決定できる。このときグラウトした地山の外側に働く水圧を h_1 とすると、外側地山と内側地山での流量は同じはずであるから、次式がなり立つ。

$$Q = 2\pi k_2 \frac{h_2}{\ln(r_1/a)} = 2\pi k_1 \frac{h_1 - h_2}{\ln(r_2/r_1)} = 2\pi k \frac{H+h-h_1}{\ln(2h/r_2)} \quad (43-18)$$

これらの式を解いて h_1 や h_2 を求めれば、巻立てやグラウトした地山が負担すべき水圧が求められる（図-43-7参照）

◎この式で $k_2 \rightarrow \infty$ として、 $Q \rightarrow 0$ にすると（湧水を巻立てだけで止めようとすると） $h_1 = h_2 = H+h$ になってしまう（覆工に高い水圧が働く）。わずかに滲むほどの湧水を吹付けコンクリートで止めてしまったのが、後で背面に圧力が働き落ちてきた例もある。吹付けコンクリートには排水孔などを設けておく必要がある。

また、工事完成時には裏面排水をしていたが、遊離石

表-43-2 Terzaghiのゆるみ荷重(表-32-1を並べ変えた)

岩質		地下水位上	地下水位下
密な砂	初期荷重	0.27~0.60(B+H ₁)	0.54~1.20(B+H ₁)
	最終荷重	0.31~0.69(B+H ₁)	0.62~1.38(B+H ₁)
締まっていない砂	初期荷重	0.47~0.60(B+H ₁)	0.94~1.20(B+H ₁)
	最終荷重	0.54~0.69(B+H ₁)	1.08~1.38(B+H ₁)

表-43-3 RSR法での地下水の影響を表す係数c

予 想 湧 水 量 (ℓ/分10m)	係数A+B					
	20-45			46-80		
	割れ目の条件					
	1	2	3	1	2	3
無 し	18	15	10	20	18	14
少量の湧水 25	17	12	7	19	15	10
中位の湧水 25～125	12	9	6	18	12	8
大量の湧水 125～	8	6	5	14	10	6

割れ目条件 1: 密着またはセメントされている。
2: 少し風化。 3: 激しい風化または開いている。

表-43-4 BartonらのQ値

節理間の水による低減係数	J _w	概略の水圧 (kg/cm ²)
A. 乾燥状態での掘削、あるいは少量の湧水、すなわち局部的に<5 ℓ/分	1.0	<1.0
B. 中程度の湧水、あるいは中程度の水圧、ときに節理充填物の流出	0.66	1.0~2.5
C. 充填物のない節理を有する耐力のある岩盤内の大量の湧水、あるいは高い水圧	0.5	2.5~10.0
D. 大量の湧水、あるいは高い水圧、充填物の相当量の流出	0.33	2.5~10.0
E. 発破時に例外的に多量の湧水、あるいは例外的に高い水圧。時間とともに減衰	0.2~0.1	>10
F. 例外的に多量の湧水、あるいは例外的に高い水圧。減衰なしに続く	0.1~0.05	>10

1. C.からD.の項はごく概略の推定値、排水工が行われるならばJ_wをます。
2. 凍結がある特別な問題は考慮していない。

灰などで排水路が詰まり、高い水圧が働いてトンネルが壊れかけた例も報告されている¹⁹⁴⁾（覆工コンクリート打設直後は、坑内から観察する限り良好なコンクリートで強度、巻厚も十分にあった。8か月後にクラック発見、3年足らずで幅0.04~0.60mm、延べ延長73.5mになった。主にスプリング付近。水圧のためと推定されたので側壁コンクリート下部を地山までφ40mm、11本の削孔をしたところ圧力水が噴出し、約1昼夜続いた）。この水圧は

裏面に一様に働くのではなく、偏荷重になることもあるので曲げモーメントも発生し巻立てが壊れやすくなる。

都市がますます過密化し、50mを越す地下深いところにもトンネルを掘る計画があるが、このようになれば、青函トンネルと同じ考えで、地山で水圧を負担させることも必要である。

§43-3 地下水と地山の強度

水とトンネルの関係でもう一つ注意しなければならぬのは、地下水により地山の強度が下がることである。たとえば、Terzaghiは同じ地質でも地下水位より上と下ではゆるみ高さが異なるとして表-43-2を示している。

要するに、地下水位以下になると荷重が2倍になるとしている。実際は粒度分布によっても変わり簡単ではない。岩石や粘土も含水量により強度などが変わるはずであるが、彼は無視して砂以外は強度は変わらないとしている。砂の場合は、含水比による強度の変化と、動水圧により流れ出る問題と両方ある。ウェルポイントなどの排水工法が有効である。同じ切羽でも上と下で含水比が変わり、地山の挙動が変わる。これはとくに圧気工法を採用した場合に著しい。泥水シールド工法はこのような欠点がなく、砂質土に適している（含水比が減るわけではないが動水圧がなくなる）。

Wickhamら¹⁹⁰⁾のRSR法では地下水の影響と割れ目の密着度により岩盤の性質等級ratingが変わるとして、表-43-3のように係数を増減させるとしている。

砂はもっと湧水の影響が大きいはずであるが、Wickhamの考えの中には土砂、砂などはない。

RSRは係数A, B, Cの合計点数で等級分けする考えで満点は100点であるから、全体の値に対して湧水は1~2割の影響である。

BartonらのQ値の場合は表-43-4に示すようになっている。

Bartonらも土砂は考えていない。地質によらず水量、水圧により岩強度が小さくなるとしている。

Q値の場合は各係数の掛け算になるので、水の影響は非常に大きいようであるが、Q値とRSRの間は対数関係で換算できるといわれているので¹⁹⁵⁾、同じくらの影響である。

◎水で難航したトンネルでは水抜きをしなければ掘れない、抜けば掘れるという関係になっていて、係数だけではあらわしがたいようである。上記の式は荷重が増えることだけをあらわして、工事の困難さはまた別の問題である。

◎湧水が非常に多いと吹付けコンクリートやロックボルトのモルタル定着ができなくなる。そのためNATMの施工ができなくなり、矢板工法に逆戻りした例もある。

◎細粒分の少ない（バインダ分10%以下）、均等係数の大きい（5以上）砂では水とともに砂が流出し、切羽が立たないことが多い。そのためデブウェルやウェルポイントで地下水位を下げて施工する。しかし、乾燥し過ぎるとさらさらと指の間からでも流れ出るようになるので、適度な湿りがあるくらいがよい。水が流れなければ、あまり強度に影響はない。

湧水をトンネル内に出す場合には砂と一緒に運んでこないようにフィルタを施工する必要がある。これを怠った例として次のような崩壊例も報告されている。

【崩壊例】「フランス国鉄のブパールトンネルは建設後110年を経過しているが、覆工の状況が劣悪で漏水が激しく、覆工の一部が欠落し、一部地山の崩壊がしばしば発生するという状況であった。……1960年2月、天端の地山の12m×12mの範囲が崩落して、覆工のアーチ部が損傷し、約700m³の土砂が線路を埋めるという事故が発生した。

天端崩落の原因は、110年の間、排水溝を通しての土砂流出が継続して行われたためにアーチの背面で空洞化が進んだ結果で、ついに天端地層のバランスが失われて崩落するに到ったものと判断された。埋め戻しに要した砂は900m³ほどであり、空洞の規模は約300m³の大きさと推定されている。……土かぶりは22mで、崩落により地表陥没が起きている」¹⁸³⁾。このような地質では覆工の裏にフィルタ層をつくる必要がある。

湧水が濁っているときは、地山の中の細粒分をだんだん抜き出しているのが危険である。とくに比重の軽い火山灰土、しらす、バインダのない細砂などは注意する必要がある。

寒冷地ではつらら、氷圧もひどい悪さをする。

◎底盤が軟弱化して困るトンネルは多い。NATM導入以前の例では次のような報告がある。「ある種の軟岩、たとえば固結度の弱い第三紀の泥岩、変質の進んだ変朽安山岩などは、掘削によって生じた自由面において乾燥収縮する。掘削底盤では、地下水が浸潤するので吸水のチャンスが与えられる。底盤は工事用の機械や人間の通路となるので、荷重と除荷、つまり、地下水面に近いところで疲労試験に相当するくり返し荷重を受けるので、吸水と排水とが交互に行われる結果、基礎地盤は表層から泥状化する。これは排水不良を招き、さらに泥状化を促進するというふうに悪循環を繰り返す。軟弱化の範囲が拡大するにつれて、坑内環境は劣化し、底盤を通して作用する上向き荷重に対して盤ぶくれを許し、支保工基礎に対しては、沈下、または側圧による変位を許す結果を招く」¹⁸⁴⁾。速くインバートを閉合すれば防げる。このような現象はよく起こるので、経済性を追及するのであ

ればNATMで施工したトンネルは二次覆工は省略してでもインバートコンクリートはできる限り施工した方がよいが、実際には逆のことが広く行われている。施工中に底盤が泥寧化して工事に難儀し、砂利を入れたり、レーン工法に変更したりすることがある。こんなこともインバートコンクリートで早く閉合をすれば防げる。

§44. お わ り に

NATMは吹付けコンクリート+ロックボルト工法ではない。これは考え方の改革、革命であり、それに伴い、その考え方を実現するのに適する材料を選んだにすぎない。そうはいっても、この考え方が、どこかにはっきり説明されているかという、そうでもない。どちらかというとい心伝心的なところがある。Rabcewiczの説明もかならずしもうまくはない。力学的根拠もあまり示されていない。NATMという言葉も誤解を招いている向きもある（むかしからトンネル工法はそれぞれの国の地質条件に応じて発達したので、オーストリア式、アメリカ式、ベルギー式、ドイツ式などと呼ばれてきたのであり、狭量な愛国式を持ち出して反発する必要もない）。以心伝心でも結構かも知れないが、さらに一歩前進するためにも、広く普及させるためにも理論づけて説明する必要性は高いと思われる。そのような考えからまとめたものである。参考にしていただければ幸いである。

◎友人が古いトンネル工学の本を貸してくれた。その本の土圧のところを見ると以下のように書いてある。

「其圧力は同一の地質でも掘鑿中に天然地盤を緩める程度に依って変わってくる。此の緩める程度は掘鑿方法の如何及掘鑿後覆工を置築する迄の期間の長短等に依るのであるが、又トンネルの径間、湧水の有無其他色々の事情で違ってくる。此の關係に就いては従来研究された実験や理論がないことはないが、未だ何れも不完全なもので其の実用的な価値は甚だしい。又岩盤中にトンネルを作る場合には、其れに弱い割目や層があると意外な土圧が来ることもある。此れなども掘鑿中の爆破其他の作業で岩盤の天然状態を破壊する模様によつて変つて来るが、此れも到底理論的には決定することは出来ない。又、トンネルでは土留擁壁等の場合にもこの現象はあるが……掘鑿中に地盤を緩めている時には相当な土圧を与えて居ても、一度覆工を置築して地盤全体を完全に支持すると、一旦緩んだ天然地盤が又落ちついて自然に締めり土圧を減ずる傾向にある。此れなども今の処理論的にどうすることも出来ない。斯くトンネルの土圧には理論的には取り扱えない色々の關係があるから、トンネルの覆工を普通の土圧理論から力学的に決定することは、地表から浅いトンネルで土圧の仮定が比較的正確に出来る場合は兎

に角、多くの場合に於て無意味な事であつて、精々気休め程度以上に出ない」。又支保工については「支保工の沈下偏倚に依る地盤の弛緩と土圧の大きさは因果關係をなすのであつて、極端に謂えば支保工の丈夫さは土圧に依つて決まるのであるが、又、逆に土圧の大きさは支保工の丈夫さに支配せらるるのである。だから支保工を設計する場合には単に地盤が崩壊しないように支持するという考えだけでなく、根本に天然地盤を絶対に緩めないようにすると謂う觀念を基礎としなければならない」¹⁸⁵⁾と述べてある。

現在でも見落としそうな細かいこと、現代の多くの人が見逃しているゆるみや締めまりまでが指摘してあるのに驚くが、さて、これまで書いてきたことが気休め程度以上に役に立つようになったかどうかは自信ない。

Newtonは「私は、目の前にはまだ発見されていない真理の大海が横たわっているというのに、すべすべした石や美しい貝殻を見つけては喜んでゐる子供にすぎない」といつている。トンネルについては、それ以上にまだまだわからないことが多すぎる。いままでよりいっくらか気の休まる程度が大きくなってもらえれば幸いである。

◎英語でhouse warmingという言葉がある。houseは単に煉瓦やコンクリートで造った構造物であるが、人間が住むためにはhouseを暖めてhomeにする必要があるという考えのようである。実際に何をやるかといえば、新居に引越した人や手伝った人たちが、みんな集まってワイワイがやがやと酒を飲んだりして、めでたく家はわが家へ家庭へと変化するようである。house+家族+愛情=homeである。これまで説明してきたいろいろの式や図、その他諸々もこのままでは単なる知識にしか過ぎない。これを現場で実際に役に立つ知恵に変化させて、実際のトンネル工事に役立てて貰いたいと願う者である。

謝辞 長い間、ご愛読ありがとうございました。長年一緒にトンネル工事に携わった諸先輩、友人のおかげで本講座を脱稿することができた。また、多くの論文、工事報告を参照させていただき感謝している。

最後に、連載の機会を与えていただいた編集委員会の先生方に厚くお礼申し上げる。

◎「後生畏るべし」という言葉がある。これを「校正おそるべし」とした人もいる。しかし、校正以上に恐ろしいのは式の誘導である。間違いないように念には念を入れたつもりであったが、二、三間違いがあった。いまだ一度入念に読み返して機会を得て訂正したい。

参 考 文 献

- 183) O.C.Zienkiewicz: マトリックス有限要素法三訂版, 培風館, 1984.
- 184) Duddeck, H.: Leistungsfähigkeit und Grenzen der Methode der Finiten Elemente in der Geotechnik, Felsbau 4(1986), Nr.3.
- 185) 山口柏樹: 土と基礎の沈下と変形の解析方法, 土質工学会, 土質基礎工学ライブラリー18, 土と基礎の変形と実態の予測, 1979, 所収.
- 186) 松尾新一郎・河野伊一郎: 地下水位低下工法, 鹿島出版会, 1970.
- 187) 柏谷逸男: 水底トンネル, 鹿島研究所出版会, 1965.
- 188) 柏谷逸男: 海底トンネルの諸問題, 土木学会誌, 1968, 11.
- 189) 持田豊: 話題の海峡トンネル, トンネルと地下, 1992, 1.
- 190) アーチバルド・ブラック: トンネルの話, 平山復二郎訳, 岩波書店, 1939.
- 191) 関門隧道工事誌, 日本国有鉄道, 194.
- 192) 高橋彦治: 湧水と地圧, 山海堂, 1963.
- 193) 立石俊一: NATMにおけるウォータータイトトンネルの設計と施工…Schubert博士座談会より…, トンネルと地下, 1983, 11.
- 194) 立石俊一: 防水工入門(7), トンネルと地下, 1990, 1.
- 195) 平山復二郎: 山岳トンネル, 日本工人倶楽部出版部, 日本文化協会, 1929.

投稿原稿のご案内

1. 原稿用紙は当社所定の(25×12行=300字詰、ご請求があり次第お送りします)のもの、またはワープロでご提出の場合は横25字詰で打ち、現代用字・用語を用いて執筆してください。
 2. 原稿は40枚以内(ただし、図・表・写真のスペースも含む)とし、仕上がりページにして7ページ以内とします。
 3. 原稿掲載の採否は、本誌編集委員会で審査のうえ決定します。
 4. 掲載論文については当社規定の原稿料をお送りします。
 5. 原稿には、題名・勤務先・役職名・住所・電話番号を明記してください。
 6. 原稿は、原則として返却しません。
- 送付先 株式会社土木工学社 編集部投稿係
〒162 東京都新宿区岩戸町16 メイジャー神楽坂
電話 (03) 3267-2888 (代)